INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
RIO DE JANEIRO
Campus Volta Redonda

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Maxwell Rodrigues da Silva

MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA ENSINO DE FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU

Volta Redonda

2015

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO DO RIO DE JANEIRO

***CAMPUS* VOLTA REDONDA**

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA ENSINO DE FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU

Maxwell Rodrigues da Silva

Volta Redonda

2015

Maxwell Rodrigues da Silva

MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA ENSINO DE FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU

Trabalho de conclusão de curso apresentado como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Professor de Matemática e a conclusão do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Rio de Janeiro *campus* Volta Redonda.

Orientador: Prof. Msc Rafael Vassallo Neto

Volta Redonda

2015

Maxwell Rodrigues da Silva

MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA ENSINO DE FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU

Trabalho de conclusão de curso apresentado como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Professor de Matemática e a conclusão do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Rio de Janeiro, *campus* Volta Redonda.

Data da Aprovação: 03/09/2015

Prof. Msc Rafael Vassallo Neto (Orientador)
Instituto Federal do Rio de Janeiro - IFRJ

Prof. Msc Isaque de Souza Rodrigues
Instituto Federal do Rio de Janeiro - IFRJ

Cardoso

Prof$_{a}$. Esp Giovana da Silva Cardoso
Instituto Federal do Rio de Janeiro - IFRJ

Roberta Fonseca dos Prazeres.

Prof$_{a}$. Msc Roberta Fonseca dos Prazeres
Instituto Federal do Rio de Janeiro - IFRJ

Volta Redonda
2015

AGRADECIMENTOS

A Deus por ter me dado saúde e força para superar as dificuldades.

A minha mãe Etelvina, pelo amor, incentivo e apoio incondicional.

Ao Prof. Rafael Vassallo Neto, meu orientador, por permitir encontrar meu próprio caminho e pelo suporte no pouco tempo que lhe coube nas revisões do trabalho.

E a todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigado.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO……………………………………………………………………… 7

2 MODELAGEM MATEMÁTICA…………………………………………………… 10

3 ATIVIDADE INVESTIGATIVA…………………………………………………….. 17

4 PESQUISA DE CAMPO……………………………………………………………. 23

4.1 SUJEITOS DA PESQUISA……………………………………………………… 23

4.2 METODOLOGIA……………………………………………………………………. 23

4.3 AS ATIVIDADES……………………………………………………………………. 25

4.4 IMPRESSÕES INICIAIS…………………………………………………………. 39

4.5 ANÁLISE DE DADOS……………………………………………………………… 40

4.6 IMPRESSÕES FINAIS……………………………………………………………… 56

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS……………………………………………………... 57

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS…………………………………………….... 59

APÊNDICE………………………………………………………………………….... 61

SILVA, Maxwell Rodrigues da. **Modelagem matemática: uma sequência didática para ensino de função polinomial do 1º grau –** 61pg. Programa de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Rio de Janeiro (IFRJ), *campus* Volta Redonda, Volta Redonda/RJ, 2015.

RESUMO

Este trabalho foi elaborado com a finalidade de discutir alguns pontos de vista em educação matemática, e apresentar, por meio do método de modelagem matemática**,** uma alternativa para o ensino de função polinomial do primeiro grau para o 1° ano do ensino médio. O referencial adotado foram os trabalhos de KRÜBER; BURAK (2005) e BASSANESI (2002) referentes a Modelagem Matemática, e os trabalhos de PONTE (1996, 1999, 2009) referentes a Atividades Investigativas. A metodologia de pesquisa utilizada foi a exploratória/bibliográfica na construção dos capítulos teóricos, descritiva quando da apresentação dos sujeitos da pesquisa. Uma pesquisa de campo foi realizada com o intuito de verificar a eficiência de uma sequência de atividades didáticas, baseadas na Modelagem Matemática e na investigação. Acredita-se que a utilização deste tipo de atividade representa uma forma de incorporar à aprendizagem do aluno a capacidade de reflexão sobre a Matemática e sobre a aplicação no cotidiano. A escolha do tema ocorreu em função das experiências vividas no Estágio Curricular Obrigatório e no Projeto Institucional de Bolsas de Iniciação a docência (PIBID) realizada no Instituto Federal do Rio de Janeiro, no campus Volta Redonda. O presente trabalho envolve quatro momentos: o primeiro momento é sobre a educação Matemática no Brasil. O segundo enfoca o método da modelagem matemática como uma forma alternativa para o ensino de funções polinomiais do primeiro grau. O terceiro apresenta uma proposta de atividades didáticas baseadas nas teorias descritas anteriormente. O quarto momento engloba a pesquisa de campo com a análise quantitativa e qualitativa dos dados coletados em uma turma da 1ª série do Ensino Médio de uma escola pública Estadual localizada na cidade de Volta Redonda/RJ. Como resultado verificou-se que a sequência se mostrou eficiente na construção e na representação das regularidades encontradas nos modelos matemáticos referentes a função polinomial do primeiro grau.

PALAVRAS-CHAVE: Modelagem Matemática, Função, Atividade Investigativa.

1 INTRODUÇÃO

A Educação Matemática se diferencia da área do conhecimento da matemática que direciona o olhar somente para o conhecimento da matemática, por diversos fatores em especial no tratamento do objeto de estudo do educador matemático e do matemático.

A origem da Matemática se perde no tempo e suas causas foram da necessidade de resolver problemas que apareceram nas sociedades primitivas como, por exemplo, os problemas de contagem.

Enquanto a Matemática é conhecida desde as primeiras civilizações a Educação Matemática é uma área de pesquisa nova. Pode-se dizer que a mesma é conhecida há aproximadamente 40 anos e vem evoluindo paulatinamente, à medida que estudos relacionados são desenvolvidos.

O matemático usa a Matemática para resolver problemas de Matemática pura e aplicada, isto é, esse profissional tem por finalidade a própria Matemática não tendo, por fim, o ensino e a socialização do conhecimento da Matemática. Acredita-se que essa divergência nas escolas é no mínimo preocupante. Para tanto, acredita-se que "Existe uma diferença–chave para analisar a atividade matemática numa perspectiva de aprendizagem (e de ensino) e não em uma perspectiva de pesquisa matemática por matemáticos" (DUVAL, 2003, p. 15). Já o educador matemático tende a usar a Matemática como um instrumento importante para a formação intelectual e também social de alunos.

A Educação Matemática no Brasil teve seu ápice de discussão no Movimento da Matemática Moderna nas décadas de 1970 e 1980. A educação matemática está diretamente ligada com outras áreas do conhecimento como a psicologia, sociologia, filosofia, história, antropologia e outras. Logo, há várias teorias envolvidas para a construção da Teoria da Educação Matemática, por tanto, o exclusivo conhecimento de matemática não garante a excelência como profissional de Ensino de matemática. Para tanto, toma-se por apoio Fiorentini e Lorenzato (2007, p.5) que afirma que a:

> Educação Matemática caracteriza-se como uma *práxis,* que envolve o domínio do conteúdo específico (a matemática) e o domínio de ideias e processos pedagógicos relativos à transmissão/assimilação e/ou à apropriação/construção do saber matemático escolar.

A Educação Matemática é uma área das ciências humanas e sociais e em contrapartida a Matemática é uma área das ciências exatas. Para ser um educador matemático é necessário ter incorporado as questões de conteúdo referentes as disciplinas específicas da matemática como também as de ciências humanas e sociais.

A Educação Matemática tem por objetivos a melhoria do ensino de matemática, o desenvolvimento de metodologias e investigações de novas possibilidades para auxiliar os educadores matemáticos a aplicar conteúdos.

Os objetos de estudo da Educação Matemática são aqueles que têm por fim o ensino e a aprendizagem da matemática. Para tal, toma-se como apoio a LDB (1996): "A educação básica tem por finalidade desenvolver o educando, assegurar-lhe a formação comum indispensável para o exercício da cidadania e fornecer-lhe meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores". (BRASIL, 1996, p.6).

Nesse contexto acredita-se que o aluno também é um objeto de estudo para o educador matemático, pois se analisa quais os assuntos ensinados eles têm maior dificuldade e quais são as suas dificuldades. É apoiado nesta perspectiva que este trabalho propõe uma sequência didática para o ensino de Função Polinomial do Primeiro Grau.

Acredita-se que para ensinar precisa-se conhecer o aluno, saber os conhecimentos que ele já possui e suas vivências culturais, em busca de uma construção do conhecimento duradoura e significativa. Sobre este olhar utilizou-se, neste trabalho, as teorias de Modelagem Matemática e Investigação Matemática.

A escolha do tema ocorreu em função do desenvolvimento de atividades de docência no projeto PIBID do IFRJ/cVR e das reflexões e produções realizadas na disciplina de Estágio Curricular Supervisionado da Licenciatura em Matemática da referida instituição de ensino. Acredita-se que o conteúdo de função é de suma importância para a compreensão e a consecutiva tomada de decisão, pelo cidadão, em situações onde ocorrem taxas de variação constantes. Para o professor, há a necessidade de reflexões e proposta de materiais que o auxilie na prática efetiva de atividades reflexivas e com significado para o aluno.

De acordo com as considerações realizadas, o objetivo principal deste trabalho é o de propor uma sequência de atividades, baseadas em Modelagem

Matemática e investigação, que possam promover uma aprendizagem consistente e com significado ao aluno. Acredita-se que a utilização deste tipo de atividade representa uma forma de incorporar à aprendizagem do aluno a capacidade de reflexão sobre a Matemática e sobre a aplicação no cotidiano.

O referencial adotado foram os trabalhos de KRÜBER; BURAK (2005) e BASSANESI (2002) referentes a Modelagem Matemática, e os trabalhos de PONTE (1996, 1999, 2009) referentes a Atividades Investigativas. A metodologia de pesquisa utilizada foi a exploratória/bibliográfica na construção dos capítulos teóricos, descritiva quando da apresentação dos sujeitos da pesquisa. Uma pesquisa de campo foi realizada com o intuito de verificar a eficiência de uma sequência de atividades didáticas, baseadas na Modelagem Matemática e na investigação.

Na pesquisa e busca de respostas sobre o problema descrito, este trabalho ficou assim dividido: Capítulo 2: Modelagem Matemática; Capítulo 3: Atividade Investigativa; Capítulo 4: Pesquisa de campo; seguidos das Considerações Finais e da apresentação das Referências Bibliográficas e do Apêndice.

Passa-se, agora, as discussões relativas ao referencial teórico adotado.

2 MODELAGEM MATEMÁTICA

Este trabalho trata a Modelagem Matemática como uma metodologia para o ensino de matemática. A escolha se deu em função de, segundo (D'AMBROSIO, 2001; BARBOSA; 2001; BASSANEZI, 2000), esta metodologia ser eficaz nos processos de ensino e aprendizagem, além da vasta publicação na área da Educação Matemática.

Biembengut e Hein (2000, p. 18) afirmam que [...] *a Modelagem Matemática no ensino pode ser um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ele ainda desconhece* [...]. Sobre este olhar a Modelagem Matemática representa um caminho interessante para o desenvolvimento de conteúdos matemáticos, bem como uma proposta metodológica interessante para investigação de regularidades e validação de conjecturas.

A Modelagem Matemática trata-se de uma metodologia que visa a aplicação de conteúdos em situações reais, em especial quando obtêm-se relações com a vida do estudante. Acredita-se que a forma mais fácil de uma pessoa aprender é através de aplicações. De acordo com a afirmativa anterior tem-se que:

> [...] a Modelagem Matemática é o conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar matematicamente os fenômenos do qual o homem vive o seu cotidiano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões (BURAK, 1987, p.21).

O objetivo dessa metodologia é o de relacionar a realidade e o cotidiano do aluno com o conhecimento matemático, de forma a construir um modelo matemático que resolva e explique o problema/fenômeno que se analisa. Sabe-se que, utilizando um conteúdo matemático previamente conhecido, pode-se estabelecer um modelo capaz de prever eventos, de estabelecer resultados, de analisar dados e, sobretudo, conhecer os fenômenos do nosso cotidiano.

Burak (1987) considera a Modelagem Matemática como um caminho contextualizado que pode ajudar na tomada de decisões. Assim, a análise e modelagem de situações diversas acabam por revelar a capacidade de utilização da

Matemática até em outras áreas do conhecimento, bem como o desenvolvimento do espírito investigativo do aluno.

Espera-se que esta metodologia possa motivar a conhecer mais sobre o conteúdo e também estar relacionada com o conteúdo programático que o professor estiver ensinando. Segundo Burak (2005), a Modelagem Matemática de uma situação ou problema real deve seguir as seguintes etapas:

> 1) A escolha do tema – é o momento em que o professor apresenta aos alunos alguns temas que possam gerar interesse ou os próprios alunos sugerem um tema […]
> 2) A Pesquisa Exploratória – Escolhido o tema a ser pesquisado, encaminham-se os alunos para a procura de materiais e subsídios teóricos dos mais diversos, os quais contenham informações e noções prévias sobre o que se quer desenvolver/pesquisar […]
> 3) O levantamento dos problemas – De posse dos materiais e da pesquisa desenvolvida, incentiva-se os alunos a conjecturarem sobre tudo que pode ter relação com a matemática, elaborando problemas simples ou complexos[…]
> 4) A resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema – Nessa etapa, busca-se responder os problemas levantados com o auxílio do conteúdo matemático…
> 5) A análise crítica das soluções – […] É a etapa em que se reflete acerca dos resultados obtidos no processo e como esses podem ensejar a melhoria das decisões e ações[…] (KRÜBER; BURAK, 2005, p.20)

A escolha do tema ocorre através da intermediação do professor, sendo que este tema deva despertar o interesse dos alunos. Já a pesquisa exploratória consiste em que os alunos colham informações sobre o tema em diversos meios de forma que os mesmos sirvam de material para elaboração dos problemas. O levantamento dos problemas consiste na procura, pelos alunos, dos problemas e busquem caminhos para resolvê-los através de conteúdos da Matemática. A resolução dos problemas é realizada utilizando como ferramenta a Matemática. Na análise crítica das soluções deve-se procurar fazer com que os alunos reflitam sobre a resolução dos problemas, auxiliando-os em previsões para tomada de decisões ou no aprimoramento das mesmas e na validação do processo de resolução desenvolvido.

Considera-se importante, nessa metodologia de ensino, o desejo do aluno em fazer a atividade. Para tal, o aluno pode ajudar na escolha do tema da atividade que será modelada, escolhendo assim a área de seu interesse de acordo com o que o professor planeja.

Quando os alunos estão motivados com o tema a ser modelado, eles poderão pesquisar, colher dados e procurar as soluções do problema de acordo com o conteúdo já ensinado, ou a ser ensinado, em aulas de matemática. O objetivo é que o aluno análise criticamente a solução e aprimore-a quando houver necessidade. Acredita-se, ainda, que esta metodologia funciona na dedução de fórmulas matemáticas, algo que dá significado a elas.

Uma dificuldade para o professor de matemática é a forma de ensinar. Ações presentes no cotidiano de uma aula conteudística, tais como os alunos decorarem as fórmulas, decorarem a tabuada e outros artifícios algébricos, acabam por deixar o aluno sem compreender o processo de construção dos conceitos envolvidos. Desta forma, o ensino vira um jogo da memória e o aluno vai para escola decorar e logo em seguida esquece.

O processo de construção do conhecimento matemático, através dessa metodologia, pode ajudar ao aluno a compreender e dar significado as fórmulas e generalizar rotinas e procedimentos, portanto não é necessário pegar a fórmula pronta e decorá-la. Acredita-se que a aprendizagem pautada na repetição e decoreba não se mantém em longo prazo e os alunos se sentem desmotivados por essa forma de aprender a matemática.

Sabe-se, de acordo com as experiências do cotidiano escolar, que alguns alunos desistem de terminar seus estudos por se acharem incapazes de apreender matemática. O modelo de ensino centrado na memorização de fórmulas e sem significado representa um dos fatores que podem levar o aluno ao abandono dos espaços escolares. Assim, a alteração da metodologia de ensino pode auxiliar no processo de construção do conhecimento matemático. Portanto, a Modelagem Matemática pode possibilitar um caminho para uma aprendizagem com significado e contexto.

Não é difícil encontrar, no cotidiano, pessoas que não compreendem que a Matemática está presente em diversas situações e objetos, tais como: nos computadores, nos televisores, nos videogames e nos celulares. Isso representa que o Ensino de Matemática, centrado na memorização, pode causar uma aprendizagem superficial tanto em relação ao conteúdo, quanto na efetiva incorporação do conceito e sua aplicação em ambientes não formais.

Trabalhar problemas do cotidiano do aluno e com vínculo na realidade podem, portanto, auxiliar na aprendizagem. Segundo Bassanezi (2002), a Modelagem Matemática de uma situação ou problema real deve seguir as seguintes etapas:

> 1) Experimentação;
> 2)Abstração (seleção das variáveis, problematização, formulação de hipóteses, simplificação);
> 3) Resolução;
> 4) Validação;
> 5) Modificação;
> 6) Aplicação (BASSANEZI, 2002, p.27)

Estas etapas não precisam ser sequenciais, podendo a ordem ser modificada durante o processo de modelagem. Cabe destacar que os pesquisadores da área citam etapas distintas para a utilização dessa metodologia e cabe ao professor pensar nas que melhor de adaptam ao seu objetivo e público. Com relação às etapas anteriores esclarece-se que:

A experimentação consiste na obtenção de dados, podendo ser por meio de tabelas, panfletos, imagens, livros etc. A abstração, engloba procedimentos necessários para a modelagem matemática, isto é, seleção de variáveis do conjunto, formular um problema para obter-se um modelo matemático, formular hipóteses que permitam uma análise experimental do objeto estudado, simplificação do problema, isto é, restringindo os excessos de informações tratadas no problema, obtendo-se um modelo simplificado sem muitas informações. Esta etapa tem como resultado a obtenção de um modelo matemático.

Na resolução tem-se a criação do modelo matemático podendo usar como ferramenta computadores a fim de prever soluções analíticas futuras. Já a validação consiste em testar o modelo proposto por meio de análises da resolução, podendo ser feitos através de gráficos que facilitem a visualização e ajudem a aperfeiçoar ou validar o modelo encontrado.

A modificação pode ser necessária a alteração/adaptação do modelo encontrado por causa de hipóteses falsas ou simplificação excessiva ou, ainda, a falta de alguma informação envolvida na atividade que pode ter passado despercebida.

A aplicação consiste em utilizar o modelo matemático para resolução de problemas que envolvam o cotidiano do aluno.

Neste trabalho que trata do ensino de funções polinomiais de primeiro grau optou-se pela escolha das etapas propostas por Klüber e Burak (2005). A opção foi devido ao fato dos autores levarem em consideração o nível de aprendizagem do aluno, os sujeitos envolvidos e suas variáveis qualitativas.

Segundo Burak tem-se que:

> Esse tema pode ser dos mais variados, uma vez que não necessita ter nenhuma ligação imediata com a matemática ou com conteúdos matemáticos, e sim com o que os alunos querem pesquisar. (Klüber; Burak, 2005, p.21)

Acredita-se que as escolhas do tema auxiliam aos alunos na busca de informações, na coleta de dados, na ação de gerar autonomia e favorece a criação de uma visão investigativa dos envolvidos.

Estes temas, associados aos modelos matemáticos, estão presentes em uma variedade de profissões, sendo difícil encontrar uma área que não possua algum destes modelos e, portanto, a escolha do tema não deve ser uma tarefa complicada.

Os temas devem estar relacionados com a matemática para poderem ser modelados, por isso acredita-se na necessidade de um professor para intermediar nesse processo de escolha, isso claro, sem retirar a voz do aluno.

Dessa forma, deve-se ter cuidado para que o problema não fuja da realidade do conteúdo estudado em sala de aula. Ao aluno pede-se que construa um modelo e utilize os resultados de maneira crítica e reflexiva à realidade estudada.

Nessa metodologia/método os alunos são corresponsáveis no processo de ensino-aprendizagem, pois, se o professor escolher uma temática proposta por eles, acredita-se que possam sentir uma necessidade motivacional de participarem e buscar a solução do problema proposto.

A modelagem matemática propõe uma investigação de solução, uma busca de resposta, onde o aluno pesquisa de forma científica, perpassando os passos de um pesquisador. Tais ações desenvolvem, não apenas, a compreensão do conteúdo e significado do mesmo, mas a capacidade autônoma de buscar soluções próprias.

O desenvolvimento de atividades em grupo utilizando-se da modelagem matemática desenvolve o senso crítico a capacidade de ouvir e dar opiniões, a habilidade de trabalhar em grupo e a busca solidária pela resposta. Portanto auxilia na tomada de decisão em situações próprias do cotidiano de cada pessoa.

Atualmente, a modelagem pode ser utilizada em diversas áreas, como por exemplo: no estudo da proliferação de doenças infecciosas, produção de matérias para construção civil, nas estratégias de pesca, nos efeitos biológicos de radiações, na movimentação de animais, no movimento de rios, nas estratégias de vacinação, na teoria da decisão, no crescimento de cidades, no tráfego urbano, no controle biológico de pragas, entre outros. Nota-se, assim, que o processo de modelagem é construído interdisciplinarmente, pois, utiliza a análise e a coleta de informações de outras áreas como ponto de partida para a sua construção, logo, é fácil verificar que há uma infinidade de temas que podem ser escolhidos para cada conteúdo distinto de matemática.

A análise dessa metodologia revela que os objetivos esperados pelos professores têm nas atividades com a modelagem matemática uma ação coerente e harmoniosa. Trata-se de uma metodologia que visa a construção do conhecimento por parte do aluno e não há respostas prontas ou o modelo pronto o aluno é quem vai descobrindo, paulatinamente, até chegar a descrição do modelo matemático adequado.

O objetivo desta metodologia é o de ensinar aos alunos e não somente transferir informações desconexas, a construção do conhecimento deve ser realizada aos poucos, após as descobertas dos alunos.

Acredita-se que esta metodologia proporciona a construção do conhecimento de forma motivada porque desperta o interesse do aluno pela busca da solução de um problema real.

Assim, esta metodologia leva o aluno a analisar o problema em múltiplos aspectos, buscando conteúdos matemáticos para solucioná-lo. Acredita-se que estes problemas do cotidiano do aluno podem servir de motivação para estudar outros conteúdos da matemática analisando a sua eficiência para resolver determinado problema.

O aluno, quando na utilização desta metodologia, aprende a desenvolver o trabalho em grupo, a interação e cooperação entre os colegas e o professor. Todos são parceiros na busca de soluções de problemas. Acredita-se que o aluno se torna consciente da utilidade da matemática para resolver problemas do dia a dia. Essa concepção estará apoiada em D'Ambrosio (1989):

> Os modelos matemáticos são formas de estudar e formalizar fenômenos do dia a dia. Através da modelagem matemática o aluno se toma mais consciente da utilidade da matemática para resolver e analisar problemas do dia-a-dia. Esse é um momento de utilização de conceitos já aprendidos. (D'Ambrosio, 1989, p.3).

Espera-se que a matemática apresentada como um amontoado de regras e algoritmos prontos, onde os alunos devem repetir o exemplo do professor e em seguida resolver uma lista de exercícios, não representa a essência da matemática, de sua beleza e suas peculiaridades.

Acredita-se que essa metodologia proporciona ao aluno um nível elevado de aprendizagem, proporcionando no mesmo um espírito investigador que procura conhecimento através de pesquisas e que não segue uma regra ou algoritmo. Essa metodologia facilita o trabalho interdisciplinar e, com isso é possível acabar com a concepção de que a matemática é um amontoado de regras e algoritmos, que não servem em nada para sua vida.

3 ATIVIDADE INVESTIGATIVA

As atividades investigativas se diferenciam das atividades conteudísticas onde se ensinam os conteúdos e em seguida entregam-se listas de exercícios para que os alunos façam seguindo o modelo apresentado em aula. Nas atividades investigativas, os alunos têm autonomia para verificar o que estão fazendo, fazem os exercícios por etapas, isto é, em uma situação podem surgir perguntas e/ou conjecturas. Tais ações auxiliam na compreensão do conteúdo, na verificação de validade das respostas, na representação dos registros e no processo de generalização de procedimentos e rotinas.

> As investigações matemáticas caracterizam-se, igualmente, pelo estímulo que fornecem ao aluno no sentido de este justificar e provar as suas afirmações, e de explicitar matematicamente as suas argumentações perante os colegas e o professor [...]. (OLIVEIRA; SEGURADO; PONTE, 1996, p.2).

As atividades de investigação são constituídas de problemas onde se busca solucionar exercícios de forma indireta, isto é, as respostas não são acessíveis ao aluno desde o início da atividade como acontece em alguns exercícios tradicionais. Ponte (1996, p.2), afirma que: “[...] que seja motivadora e desafiadora, não sendo imediatamente acessíveis, ao aluno, o processo de resolução e a solução ou soluções da questão”.

Em atividades investigativas é necessária a criação de hipóteses, de forma que a busca à resposta do problema se realiza através de questionamentos que promovam a reflexão e análise de conjecturas. Quanto aos alunos, eles participam da construção da resposta do problema desde o início e aos poucos, através da investigação, respondem aos questionamentos e generalizam conjecturas relacionadas ao conteúdo abordado.

Essas respostas podem ser distintas entre os alunos, por se tratar de uma atividade com perguntas indiretas e abertas, podendo assim ter várias possibilidades de respostas e interpretações, visto que, cada um possui experiências distintas. Acredita-se que isso ocorre por se tratar de atividades, que até o momento de aplicação, são desconhecidas pelos alunos, pois não sabe aonde ela chegará.

Assim, no desenvolvimento da atividade pelo aluno, cada um pode mostrar suas conjecturas aos colegas. Ao final pode-se gerar uma etapa importante para a investigação matemática que é o dialogo entre os colegas e com o professor.

Segundo Ponte et al (2003) esta metodologia:

> [...] ajuda a trazer para a sala de aula o espírito de atividade matemática genuína, constituindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e professor. (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2003, p.23).

Portanto, o professor deve estar preparado para conduzir esse tipo de aula, visto que, as respostas dos alunos podem divergir e colocar o professor de matemática em situações pouco comuns em aulas tradicionais. Sabe-se que, nestas atividades as conjecturas são variáveis e o professor pode-se deparar com situações inusitadas. O professor deve ter o cuidado de conhecer bem o conteúdo abordado para, então, sair da zona de conforto e ensinar utilizando esse método de ensino, pois, muitas são as situações que fogem do controle do professor, como por exemplo: curto tempo, pressão em fechar conteúdos, número de alunos em sala, público-alvo, entre outras.

> Durante essa fase, o professor tem o papel de orientador da atividade. O decorrer da aula depende, em grande parte, das indicações que fornece sobre o modo do trabalho dos alunos e do tipo de apoio que presta no desenvolvimento das investigações. Diversas são as situações em que o professor é chamado a intervir e por isso deve estar preparado para reagir, perspectivando o desenvolvimento nos alunos de um conjunto de capacidades e atitudes essenciais. (FONSECA; BRUNHEIRA; PONTE, 2009, p.6)

Quando se monta uma lista de exercícios tradicionais são escolhidos exercícios que muitas vezes fazem com que o aluno recorra ao registro de conteúdo abordado em sala de aula para resolvê-lo. Já na investigação as perguntas funcionam como intervenções pedagógicas para responderem ao próximo questionamento. Acredita-se que esses questionamentos facilitam aos alunos a lembrarem do conteúdo ensinado sem precisar consultar e que ele seja capaz de realizar conjecturas e verificação de regularidades. O objetivo dessas atividades é de que o aluno investigue a fundo um problema, procurando respostas aos questionamentos, como se fosse um matemático, que trabalha para encontrar padrões e busca validar suas conjecturas.

No desenvolvimento das atividades investigativas, acredita-se que é preciso de um intermediador que possa mediar o processo e auxiliar os alunos a encontrar respostas e motive a busca de solução. Para tanto, toma-se Ponte (1996) que sugerem alguns questionamentos para fazer aos alunos quando se trabalha com essa metodologia: Como você tentou? O que está tentando fazer? O que pensa sobre isso? Porque está fazendo assim? O que você já descobriu? Como podemos organizar isto? Verificou se funciona mesmo? Você consegue ver algum padrão? Vamos construir uma tabela de resultados?

As conjecturas e as questões da investigação são apresentadas em um grau crescente de dificuldades. Sabe-se por onde começar, mas é difícil saber onde se vai chegar com a investigação. O objetivo é a exploração de forma critica de todas as perguntas importantes que existem no problema, que em uma atividade tradicional, podem estar ocultas, por se tratarem de uma atividade direta, onde é sabido aonde se quer chegar. Essas atividades têm por objetivo que os alunos sejam capazes de:

> Identificar e iniciar os seus próprios problemas; Expressar as suas próprias ideias e desenvolvê-las ao resolver problemas; Testar as suas ideias e hipóteses de acordo com experiências relevantes; Defender racionalmente as suas ideias e conclusões e submeter às ideias dos outros a crítica ponderada; Escrever organizadamente as ideias formuladas. (OLIVEIRA; SEGURADO; PONTE, 1996. p.1-2).

Confia-se que as atividades investigativas representam uma poderosa ferramenta para se ensinar matemática, por se tratar de uma atividade que apresentam etapas importantes para o processo de aprendizagem. Acredita-se que essas atividades possuem questões que auxiliam no pensamento e na imaginação e isso é muito importante no ensino de matemática, isto é, os alunos necessitam pensar e responder questionamentos inseridos na atividade e os feitos pelo professor.

Muitas vezes é necessário verificar se os alunos estão conseguindo, através das conjecturas, descobrir as respostas. Torna-se necessário verificar se o problema é conceitual ou de assuntos tratados anteriormente. Se for de assuntos passados é preciso que o aluno seja orientado recordar conceitos, se for conceitual, o aluno, deve ser estimulado a construir o conceito através de reflexões sobre o problema e suas generalizações matemáticas.

> [...] proporcionar aos alunos momentos que possam pensar e, sobretudo refletir sobre a atividade realizada. [...] esta reflexão permite, por exemplo, valorizar os processos de resolução em relação aos produtos, mesmo que estes não conduzam a uma resposta final correta, criando nos alunos uma visão mais verdadeira da Matemática [...]. (FONSECA; BRUNEIRA; PONTE, 2009, p.9)

Essas questões funcionam como pistas e então, busca-se, paulatinamente uma resposta para o problema e em seguida a validação e justificativa da veracidade de suas conjecturas.

As aulas investigativas são aquelas que mobilizam e desencadeiam, em sala, tarefas e atividades abertas, exploratórias e não diretivas do pensamento do aluno e que apresentam múltiplas possibilidades de alternativa de tratamento e significação.

> Dependendo da forma como essas aulas são desenvolvidas, a atividade pode restringir-se apenas à fase de explorações e problematizações. Porém, se ocorrer, durante a atividade, formulação de questões ou conjecturas que desencadeiam um processo de realização de testes e de tentativas de demonstração ou prova dessas conjecturas, teremos, então, uma situação de investigação matemática. (FIORENTINI, LORENZATO, 2006, p.29)

Acredita-se que para aprender matemática é necessário que o aluno tenha um mínimo de habilidade investigativa para poder conhecer cada especificidade do conteúdo matemático, não adianta o aluno ver as descobertas da humanidade na área da matemática e apenas apreciar tais descobertas, é necessário que o mesmo investigue e pratique para conseguir compreender e apreender os procedimentos relativos à aprendizagem do conteúdo abordado.

Assimilar Matemática não é simplesmente compreender a Matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigação de natureza matemática e ao nível adequado a cada grau de ensino. Assim, pode-se perceber o que é a Matemática e a sua utilidade na compreensão do mundo e na intervenção sobre o mundo e, realmente, dominar os conhecimentos adquiridos.

Aprender Matemática sem a intervenção da sua faceta investigativa é como tentar aprender a andar de bicicleta vendo outros andar e recebendo informação sobre como o conseguem. Para aprender é necessário vivenciar a situação descrita, ou ainda, é imprescindível tentar e buscar caminhos para realizar certa tarefa.

A investigação matemática representa um caminho para que o aluno construa ideias/valores e ações sobre o conhecimento matemático, assim como outros profissionais de outras áreas o fazem. O profissional que desenvolve projetos, por exemplo, melhora o projeto a medida que tem ideias que substituam ou aperfeiçoam as antigas e vão o aperfeiçoando a medida que se constroem novas ideias.

Segundo Ponte (1999) o processo de investigação matemática tem quatro momentos importantes, o primeiro momento está relacionado com o reconhecimento da situação-problema. O segundo relaciona-se com o processo de formulação de suposições. O terceiro envolve a realização de testes e possível melhora das suposições. O quarto e último refere-se a argumentação, prova e avaliação do trabalho realizado. Cada um deles pode incluir diversas atividades como descrito no quadro abaixo.

Momento de uma Investigação	**Atividades/Ação**
Exploração e formulação de questões	Reconhecer uma situação problemática; Explorar a situação problema; Formular questões.
Formulação de conjecturas	Organizar dados; Formular conjecturas.
Teste de reformulação de conjecturas	Realizar testes; Refinar uma conjectura.
Justificação e avaliação	Justificar uma conjectura; Avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio.

Tabela 1: Momentos na realização de uma investigação. Fonte: Ponte, 1999, p.7.

A atividade de investigação matemática se diferencia dos problemas e dos exercícios, os exercícios vão direto ao ponto, por exemplo, resolva 5x+1=4. Os problemas são atividades que influenciam o meio em que o aluno vive, por exemplo, Joãozinho foi ao mercado e comprou meio 3,7 kg de carne e pagou 43 reais. Quanto é o quilo de carne? Perceba que um problema pode ser simples de resolver, isto é, pode ser simples para uns e difíceis para outros.

As atividades de investigação não vão diretamente ao se deseja descobrir, essa resposta é construída aos poucos com o aluno, a fim de que, o mesmo realize durante o processo, perguntas importantes que deve investigar. Por exemplo, multiplique um (1) vezes nove (9), multiplique dois (2) vezes nove (9), multiplique três (3) vezes nove (9), e com os outros números até dez (10) e repare nas respostas. O que observa? E o que acontece quando se soma o nove (9) mais nove (9)? E nove (9) mais nove (9) mais nove (9)? E com os outros números até dez (10)? Para você toda multiplicação pode ser escrita em forma de adição? Justifique.

Há uma característica comum aos exercícios e problemas, em ambos os casos o enunciado indica claramente o que é dado e o que é pedido, sem quaisquer ambiguidades. O professor sabe de antemão a solução e a resposta apresentada pelo aluno ou está certa ou está errada. Numa investigação é diferente. O ponto de partida é uma situação aberta, ou seja, a questão não está completamente definida, cabendo a quem investiga um papel fundamental na sua concretização.

Portanto, para que a atividade seja investigativa a resposta que se quer encontrar deve estar implícita até que por meio da investigação se chega à resposta para o problema.

4 PESQUISA DE CAMPO

4.1 SUJEITOS DA PESQUISA

A pesquisa de campo foi realizada no Colégio Estadual Rio Grande do Sul (CERGS) que está localizado na cidade de Volta Redonda, Estado do Rio de Janeiro, no bairro Laranjal. O colégio oferece o Ensino Fundamental a partir do 6° ano até o 3° ano do Ensino Médio. O horário de funcionamentos é de manha, de tarde e a noite. O mesmo possui 11 salas de aulas em boas condições, sala de diretoria, laboratório de informática que está desativado no momento por falta de manutenção nos computadores, biblioteca, cozinha e quadra de esportes. Possuem, ainda, banheiros adequados aos alunos com deficiência ou mobilidade reduzida, pátio coberto e pátio descoberto, área verde, sala de secretaria e sala de professores. Como recursos multimídia a escola possui data show, TV e DVD.

Os alunos que participaram da pesquisa de campo possuem faixa etária entre 15 e 16 anos e cursam o primeiro ano do Ensino Médio da turma 1001 do referido colégio e todos são moradores da cidade de Volta Redonda/RJ.

A turma possui 30 alunos que são frequentes às aulas. De acordo com o professor da turma, a maioria possui lacunas de aprendizagem, bem como dificuldades no aprendizado de matemática.

Segundo afirmações do professor regente as maiores dificuldades são: Equação polinomial do 1° grau, sistemas de equações do 1° grau, operações com frações com denominadores distintos, operações com números decimais, entre outros.

4.2 METODOLOGIA

Neste subcapítulo passa-se a descrever o método da pesquisa de campo, seus caminhos e percursos. O método representa o processo para atingir determinado fim e chegarmos ao conhecimento que se busca.

Na pesquisa de campo a ferramenta escolhida como objeto de coleta foi uma sequência didática. Elas representam um procedimento que é encadeado logicamente para tornar o processo de aprendizagem claro e eficiente. Esta sequência de atividades foi criada, sob a supervisão do orientador e de acordo com as perspectivas teóricas da Modelagem Matemática e Atividade Investigativa.

Na construção do ferramental da pesquisa optou-se pela construção de 6 atividades didáticas que possuíssem contexto significativo aos alunos e que, de alguma forma, estivessem ligadas as vivências dos alunos. Para tanto, uma conversa inicial foi realizada com o professor da turma em busca destes referenciais. No entanto, não se julgou necessária a exposição, neste trabalho, dos questionamentos realizados.

Após a construção das atividades, elas passaram por uma análise minuciosa do pesquisador e em seguida foi marcada a data para a realização das mesmas na escola pesquisada. Utilizou-se uma semana para a realização da pesquisa com os alunos e as ações ficaram divididas em 3 dias. Todas as atividades foram entregues aos alunos impressas e no formato apresentado no subcapítulo posterior a este.

Previamente o pesquisador foi a escola e conversou com a turma sobre a pesquisa e entregou o termo de Livre Consentimento. Este documento versava sobre a não identificação de alunos e qualquer coisa que pudesse ser constrangedor a qualquer um dos pesquisados. Estes termos foram entregues com uma semana de antecedência para apreciação dos responsáveis e posteriores autorizações dos mesmos.

No primeiro dia de execução, foi apresentada a proposta aos alunos e o pesquisador entregou a primeira atividade a todos eles. Explicado os procedimentos, a atividade um (1) foi realizada com o grupo e mediada sua realização pelo pesquisador, portanto, não se utilizou este primeiro momento na análise de dados, mas sim como um processo de ambientação dos alunos.

A atividade dois (2) foi entregue, também, no primeiro dia e os alunos tiveram que resolvê-la individualmente. Após a resolução cada aluno entregou seus registros de solução ao pesquisador. Aqui cabe salientar que o pesquisador não interviu em algum momento no processo de resolução e apenas dúvidas relativas a procedimentos de realização da proposta foram respondidas.

No segundo dia a atividade três (3) foi entregue a grupos com quatro (4) alunos e a atividade foi desenvolvida pelo pesquisador conjuntamente com os alunos. De forma análoga ao ocorrido com a atividade um (1), ela não foi levada em consideração para a análise dos resultados. O objetivo deste momento era o de superar alguns entraves percebidos no primeiro dia e possibilitar um trabalho colaborativo e dialogado. Em seguida a atividade quatro (4) foi entregue aos grupos e eles resolveram sem a intervenção do pesquisador e entregaram seus registros.

No terceiro dia os alunos, em mesmos grupos do segundo dia, receberam as atividades (5) e (6). Elas foram resolvidas sem a intervenção do pesquisador, neste momento os grupos necessitavam se comportar como pesquisadores, como investigadores em busca de uma solução aos problemas propostos.

No terceiro dia um imprevisto aconteceu. Alguns grupos de alunos foram retirados da sala de aula para realizarem tarefa de recuperação e por isto, na análise da atividade (6) há diferença de números de alunos que a realizaram.

Após a realização da pesquisa de campo os registros da proposta de pesquisa foram corrigidos e passou-se a análise dos resultados. Esta análise é apresentada em subcapítulo posterior a este.

Na análise dos resultados são apresentadas algumas considerações iniciais, onde se destacam os erros cometidos e algumas habilidades dos alunos. Em seguida passa-se a análise específica de cada item das atividades.

4.3 AS ATIVIDADES

4.3.1 Atividade 1: Medindo o pé.

Descrição da atividade

Nome	Medindo o pé
Duração prevista	30 minutos
Área do conhecimento	Matemática
Assunto	Função polinomial do 1º grau
Objetivos	Modelar um problema de função polinomial do 1º grau
Pré-requisitos	Função do 1° grau, razão e proporção, equação do 1° grau, sistemas lineares do 1°grau.
Material necessário	Régua, atividade impressa e folha em branco.
Organização da turma	Individual

Eduardo Wagner observou numa sapataria, um vendedor determinava o número do sapato do cliente medindo seu pé com uma escala na qual, em vez de centímetros, estavam marcados os números 36, 37, 38 e assim por diante.

Esses números estavam igualmente espaçados, isto é, a distância entre cada um deles para o seguinte era constante. Isto quer dizer que acréscimos iguais no tamanho do pé correspondem acréscimos iguais no número do sapato. Por exemplo, ao número 20 da escala correspondia o sapato de número 32 e o número 28 da escala corresponde ao sapato de número 42. Nesta atividade queremos que você expresse a fórmula que dá o número do sapato em função do comprimento do pé.

Intervenção pedagógica:

Inicialmente diga aos alunos a proposta das atividades que será realizada. Em seguida, entregue o problema proposto para ser discutido de maneira informal, de forma que os alunos entendam o problema, façam suas análises e tentem resolvê-lo.

Informações adicionais:

Medir é um ato de comparar e esta comparação envolve erros dos instrumentos, do operador, do processo de medida e outros. Podemos obter erros sistemáticos que ocorrem quando há falhas no método empregado, o defeito dos instrumentos e etc. Podem-se ter, ainda, os erros acidentais que ocorrem quando há imperícia do operador, o erro de leitura em uma escala e o erro que se comete na avaliação da menor divisão da escala utilizada. Em qualquer situação deve-se adotar um valor que melhor represente a grandeza e uma margem de erro dentro da qual deve estar compreendido o valor real.

A partir do exposto anteriormente realize as atividades a seguir.

a) Tire um dos seus sapatos e meça seu pé com o auxílio de uma régua para que você preencha a tabela abaixo:

Nome do aluno	Comprimento do pé em (cm)	Número do sapato	P (Comprimento, Número do sapato)
Fulano	20	32	F(20,32)
Ciclano	28	42	C(28,42)

Tabela 2: Medindo o pé.

b) Construa, abaixo, o gráfico utilizando os pontos (as coordenadas) que achar melhor.

c) Determine qual a função polinomial que descreve esta representação gráfica?

d) A seguir, expresse o número do sapato (n) em função do comprimento do pé (c) em uma função, para descobrir o número do sapato em relação ao comprimento do pé.

e) Agora, teste os números que vocês apresentaram no item (a) e verifique se a relação/função construída apresenta os mesmos resultados.

f) Você sabia que o marroquino *Brahim Takioullah* é o ser humano com maior pé que se tem notícia. Ele entrou para o *Guiness* por seus 38,1 centímetros de pé direito e 37,5, no esquerdo. E agora, qual é o número do sapato direito e do sapato esquerdo deste marroquino?

Atividade 2: O Preço em função da hora

Descrição da atividade

Nome	Preço em função da hora
Duração prevista	25 minutos
Área do conhecimento	Matemática
Assunto	Função polinomial do 1º grau
Objetivos	Modelar um problema de função polinomial do 1º grau
Pré-requisitos	Função do 1° grau, razão e proporção, equação do 1° grau, sistemas lineares do 1°grau.
Material necessário	Atividade impressa
Organização da turma	Individual

Em uma *Lan house* da cidade de Volta Redonda há uma tabela de valores (tabela 2) onde se observa que para o acesso a 1 hora de internet paga-se o valor de R$ 2,00 e para 5 horas de acesso o valor de R$ 8,00. Os dados estão listados na (tabela 1) abaixo:

Horas	Preço
1	R$ 2,00
5	R$ 8,00

Tabela 3: O preço em função da hora

TABELA DE PREÇOS SERVIÇOS

Xerox	R$ 0,20
Acesso internet 1 hora	R$ 2,00
Internet pacote 5 horas	R$ 8,00
Internet pacote 10 horas	R$ 15,00
Encadernação	R$ 2,50

Pesquisa Internet Balcão	R$ 1,00
Impressão Thoshiba P/ F	R$ 0,50
Impressão HP 1018 P/ F	R$ 0,70
Scannear	R$ 1,50
Baixar/ adic. Cel.eMp3	R$ 5,00
Gravar CD Loja (Arquivos)	R$ 5,00
Gravar DVD Loja (Arq)	R$ 10,00

Tabela 4: Preços na lan house.

Considerando a relação linear e usando os valores da (tabela 4) dada acima, determine:

a) Quais são os pontos da tabela, ou seja, as coordenadas dos pontos.

b) Agora represente esta relação no gráfico, utilizando os pontos anteriores

c) Esta relação representa uma função? Se sim, você deve descrever o tipo de função polinomial que a descreve.

d) Descreva a expressão que possa indicar o preço (P) em função da hora(h), ou seja, uma expressão matemática para descobrir o preço em função da hora.

e) Teste os números dados na tabela deste problema e verifique se a relação/função construída está correta.

f) Agora você deve prever o preço para 10 horas de acesso à internet.

g) De acordo com a sua resposta para o item anterior e para o valor cobrado (veja a tabela 2) para 10 horas de uso de internet na *Lan house*, o lucro do vendedor é linear? Justifique.

Atividade 3: O desenvolvimento das crianças

Descrição da atividade

Nome	O desenvolvimento das crianças
Duração prevista	25 minutos
Área do conhecimento	Matemática
Assunto	Função polinomial do 1º grau
Objetivos	Modelar um problema de função polinomial do 1º grau
Pré-requisitos	Função do 1° grau, razão e proporção, equação do 1° grau, sistemas lineares do 1°grau.
Material necessário	Atividade impressa e folha em branco.
Organização da turma	Individual

Como resultado de uma pesquisa sobre o desenvolvimento da criança brasileira, chegou-se a uma fórmula que representa, em média, a altura y (em cm) em função da idade x (em anos) para crianças de 4 a 13 anos.
Sabendo que a função é linear e usando os valores da tabela dada abaixo, determine:

x	**y**
5	110
11	144,2

Tabela 5: O desenvolvimento das crianças.

a) De posse dos dados anterior determine os pontos (x, y) da tabela anterior.

b) Agora, partindo dos dados anteriores, construa o gráfico da relação apresentada.

c) Agora você deve descrever o tipo de relação polinomial que a descreve esta relação.

d) Determine a expressão que indica a altura (y) em função da idade (x), ou seja, uma relação para descobrir a altura em função da idade.

e) Para garantir que a expressão anterior esteja correta, teste os números da tabela deste problema e verifique a relação/função apresentada por você.

f) Agora, utilizando a expressão matemática que construiu, determine a altura de uma criança de 9 anos de idade.

g) Para finalizar, utilizando a expressão matemática construída por você, determine a idade correspondente à altura de 127,1 cm.

Atividade 4: Nível de água em função do número de bolas

Descrição da atividade

Nome	Nível de água em função do número de bolas
Duração prevista	25 minutos
Área do conhecimento	Matemática
Assunto	Função polinomial do 1º grau
Objetivos	Modelar um problema de função polinomial do 1º grau
Pré-requisitos	Função do 1° grau, razão e proporção, equação do 1° grau, sistemas lineares do 1°grau.
Material necessário	Atividade impressa, folha em branco e papel quadriculado.
Organização da turma	Em grupos para auxiliar no trabalho colaborativo.

Certo experimento consiste em colocar uma quantidade de bolas de vidro idênticas em um copo com água até certo nível e medir este nível de água, conforme ilustrado na figura (Figura 1). Como resultado do experimento, apresenta-se o nível da água é função do número de bolas de vidro na tabela abaixo.

Número de bolas (x)	Nível de água (y)
5	6,35 cm
10	6,70 cm

Tabela 6: Nível de água em função do número de bolas.

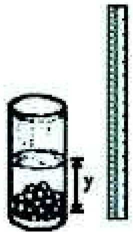

Figura 1: Nível de água em função do número de bolas.

a) A seguir você deve determinar as coordenadas dos pontos apresentados nesta situação.

b) Agora, construa o gráfico desta relação utilizando os pontos do item (a).

c) Qual a relação polinomial que a descreve?

d) Agora, determine a expressão que indica a altura (y) em função do número de bolas (x), ou seja, uma fórmula para descobrir a altura em função do número de bolas.

e) Utilizando a expressão criada por você, teste os números dados da tabela deste problema e verifique se a relação/função construída está correta.

f) Agora, determine qual a previsão da altura ao colocar 7 bolas?

g) Para finalizar, quantas bolas devem ser colocadas para se obter uma altura de 8,2 cm?

Atividade 5: Os sons dos grilos

Descrição da atividade

Nome	Os sons dos grilos
Duração prevista	25 minutos
Área do conhecimento	Matemática
Assunto	Função polinomial do 1º grau
Objetivos	Modelar um problema de função polinomial do 1º grau
Pré-requisitos	Função do 1° grau, razão e proporção, equação do 1° grau, sistemas lineares do 1°grau.
Material necessário	Atividade impressa e folha em branco.
Organização da turma	Individual

Você sabia que existem muitos casos de regularidades matemáticas presentes na natureza?

A natureza é muitas vezes inscrita na linguagem matemática, portanto, se tivermos os dados de um problema, podemos escrevê-lo de forma algébrica, usando função, por exemplo. Veja o caso abaixo:

Biólogos descobriram que o número de sons emitidos por minuto por certa espécie de grilos está relacionado com a temperatura e esta relação é quase linear.

Sabe-se que a 68 Farenheit (ºF) os grilos emitem cerca de 124 sons por minuto e, a 80 ºF eles emitem 172 sons por minuto. Queremos encontrar a equação que relaciona a temperatura em Fahrenheit (F) e o número de sons emitidos (n).

Supondo que a relação é linear e usando os valores da tabela dada abaixo, determine:

Temperatura (°F)	68	80
Sons por minuto	124	172

Tabela 7: Os sons dos grilos.

a) Inicialmente você deve determinar as coordenadas dos pontos da tabela.

b) A seguir, construa o gráfico, utilizando os pontos anteriores.

c) Esta relação pode ser representada por uma expressão matemática, abaixo você deve dizer qual o tipo de relação polinomial que a descreve.

d) Agora, você deve descrever a expressão que indica o número de sons (s) em função da temperatura (t), ou seja, a expressão matemática que representa o número de sons em função da temperatura.

e) Em posse da expressão anterior, teste os números dados na tabela deste problema e verifique se a relação/função construída está correta.

f) Para prevermos certas ações, utilize a expressão matemática e determine a quantidade de sons que são emitidos por minuto, em um dia onde a temperatura for de 82°F.

h) Qual a inclinação do gráfico e o que ela representa?

Atividade 6: Fábrica de móveis

Descrição da atividade

Nome	Fábrica de móveis
Duração prevista	25 min
Área do conhecimento	Matemática
Assunto	Função polinomial do 1º grau
Objetivos	Modelar um problema de função polinomial do 1º grau
Pré-requisitos	Função do 1° grau, razão e proporção, equação do 1° grau, sistemas lineares do 1°grau.
Material necessário	Atividade impressa e folha em branco.
Organização da turma	Em grupos com 4 alunos para auxiliar no trabalho colaborativo.

Um administrador é uma pessoa que tem como atribuição o controle de produção de certa empresa. Considere que uma fábrica de móveis descobre que para fabricar 100 cadeiras, há um custo de R$ 2.200,00 e para produzir 300 cadeiras em um dia custa R$ 4.800,00.

Sabendo que a função é linear e usando os valores da tabela abaixo, determine:

Número de cadeiras	**Custo em R$**
100	2.200
300	4.800

Tabela 8: Fábrica de móveis.

a) Quais as coordenadas dos pontos do problema?

b) Construa o gráfico, utilizando os pontos de sua resposta no item (a).

c) Qual o tipo de relação polinomial que a descreve?

d) Determine a expressão que indica o custo (c) em função do número de cadeiras (n), ou seja, uma fórmula para descobrir o preço em função do número de cadeiras.

e) Teste os números dados na tabela deste problema, na expressão construída por você no item (d) e verifique se a relação/função está correta.

f) Qual a previsão de custo para produzir 500 cadeiras em um dia?

g) Quantas cadeiras podem ser produzidas com R$ 3.500,00?

h) Por fim, qual a inclinação do gráfico e o que ela representa?

4.4 IMPRESSÕES INICIAIS

No primeiro dia de aplicação das atividades percebeu-se que a turma, nos momento que ficava sem a presença do professor regente, falavam muito. Tal fato se comprova visto que a professora solicitou um momento para acalmá-los, antes de serem iniciadas as atividades de pesquisa. Logo em seguida, a turma estava organizada e os alunos sentados em seus lugares.

Em seguida, foi perguntado o que eles lembravam sobre o conteúdo de função polinomial do 1° grau. A turma não respondia, talvez por timidez, pois um dos alunos disse que por ser um professor desconhecido estavam receosos. Após a apresentação do pesquisador, foi entregue a primeira atividade.

Em seguida foram realizadas algumas perguntas da atividade 1 para os alunos. Tais questionamentos possuíam a intenção de verificar se eles possuíam os pré-requisitos necessários à apreensão do conteúdo. No ato de revisitar o conteúdo, a maioria das perguntas ficou sem respostas dos alunos, até o momento em que foram se descontraindo e então apareceram as dificuldades relacionadas ao conteúdo proposto.

Uma das dificuldades percebidas ao questioná-los foi a de como resolver um problema com duas incógnitas e duas equações, nenhum dos alunos souberam, inicialmente, responder. Um aluno lembrou que tinha um método que multiplicava por -1, isto é, o método da soma, embora, não se lembrou de como era esse método.

Outra dificuldade observada foi relativa a operação de soma de fração com o denominador de uma delas igual a 1. A solução foi realizada de forma direta e algum aluno questionou esse método, no entanto não souberam explicar por que esta ação era possível.

Logo depois, no início da segunda aula foi entregue aos mesmos a atividade 2 para que eles mesmos resolvessem individualmente. O intuito era o de verificar se eram capazes de lembrar-se do que haviam discutido no primeiro momento. De forma esperada, muitos alunos perguntaram sobre como resolveriam a parte que aparecia o sistema de equações do primeiro grau e também a soma das frações.

Percebeu-se que a turma apresentou muitas dificuldades em pré-requisitos para atividade, embora, houve um interesse por parte dos mesmos em resolver a atividade, mesmo sabendo que não valeria ponto para a disciplina de Matemática. Tal ação revelou o interesse em se dedicar, única e exclusivamente para aprender ou descobrir a resposta para o problema dado.

4.5 ANÁLISE DOS RESULTADOS DA PESQUISA DE CAMPO

A seguir são descritas as questões e realizada a análise de dados dos resultados encontrados. Cabe salientar que as atividades 1 e 3 foram desenvolvidas pelo professor em conjunto com os alunos e por isto não foram avaliadas. Lembra-se, mais uma vez que a representação A_iQ_j significa atividade i e questão j. Para análise geral considerou-se cada questão como um item ser avaliado em certo ou errado e ao final foram somados todos os resultados de cada aluno ou grupo de alunos. Agora, passa-se a apresentação dos resultados encontrados.

4.5.1 Análise Geral – Atividade 2

Nesta atividade ocorreram 12 erros e 154 acertos. Os tipos de erros mais comuns foram relacionados a operações com frações, a troca dos eixos das coordenados, ou seja, abscissa por ordenada, a resolução de equações polinomial de primeiro grau em um sistema de duas equações polinomiais. A questão em que ocorreu mais erros foi a relativa ao modelo matemático para a situação-problema.

No sentido quantitativo a média das notas foi de aproximadamente nove (9). No sentido qualitativo os resultados alcançados revelam a apreensão de estruturas operacionais básicas da matemática e a dificuldade de generalizações dos modelos e a sua respectiva representação algébrica.

4.5.2.1 Análise Específica – Atividade 2

A_2Q_1: Quais são os pontos da tabela, ou seja, as coordenadas dos pontos.

A questão trata sobre a representação de dados de uma tabela que deveria ser colocado em forma de par ordenado no sistema xoy. Nesta atividade 100% dos alunos acertaram. Isto revela que este registro bem como sua conversão está consolidado.

A_2Q_2: Agora represente esta relação no gráfico, utilizando os pontos anteriores.

A questão busca a representação gráfica da relação estabelecida na questão 1. Nele o aluno deve utilizar os dados da tabela em forma de par ordenado, marcá-los no sistema XoY e representar a reta. Nesta questão 91% dos alunos acertaram. O número de acertos revela a capacidade de representação em gráfico dos pontos e por consequência chegar à função que é uma reta. Dois alunos erraram a localização dos eixos das ordenadas e das abscissas nos pares cartesianos, isto indica que os mesmos não compreendem a ordem dos eixos Ox e de Oy nos pares ordenados da função. Cabe salientar que do total de 21 alunos, 100% dos alunos resolveram a questão de forma idêntica ao professor.

Porcentagem de acertos: Aproximadamente 91%

Porcentagem de erros: Aproximadamente 9 %

Porcentagem de alunos que não fizeram a Q2: 0%

A_2Q_3: Esta relação representa uma função? Se sim, você deve descrever o tipo de função polinomial que a descreve.

A questão busca a lei geral de formação da função polinomial de primeiro grau. Nesta questão 96% dos alunos acertaram. O número de acertos revela a capacidade de representação algébrica de uma função em que o gráfico é uma reta. Apenas 4% dos alunos erraram, disseram que a descrição da função era decrescente, isto indica que os mesmos não compreenderam o que é a lei geral e uma propriedade algébrica de uma função polinomial do primeiro grau ou não interpretaram corretamente a questão. Do total de 21 alunos, 100% dos alunos resolveram a questão de forma idêntica ao professor.

Porcentagem de acertos: Aproximadamente 96%

Porcentagem de erros: Aproximadamente 4 %

Porcentagem de alunos que não fizeram a Q3: 0%

A_2Q_4: Descreva a expressão que possa indicar o preço (P) em função da hora(h), ou seja, uma expressão matemática para descobrir o preço em função da hora.

A questão busca um modelo matemático da relação/função estabelecida. Nela o aluno deve utilizar os dados da tabela em forma de par ordenado e a lei de formação da mesma. Para resolver deve utilizar-se de um sistema de duas equações polinomiais do primeiro grau e descobrir os valores dos coeficientes angular e linear para apresentar sua lei de formação. O número de acertos revela a capacidade de representação da lei de formação de uma função polinomial de primeiro grau.

Destaca-se que um (1) aluno errou na hora de simplificar e cinco (5) alunos erram na hora de somar frações com denominadores distintos. Isto revela que os mesmos ainda não tem estabelecido a operação de adição de frações com denominadores distintos.

A seguir são apresentados alguns destes erros.

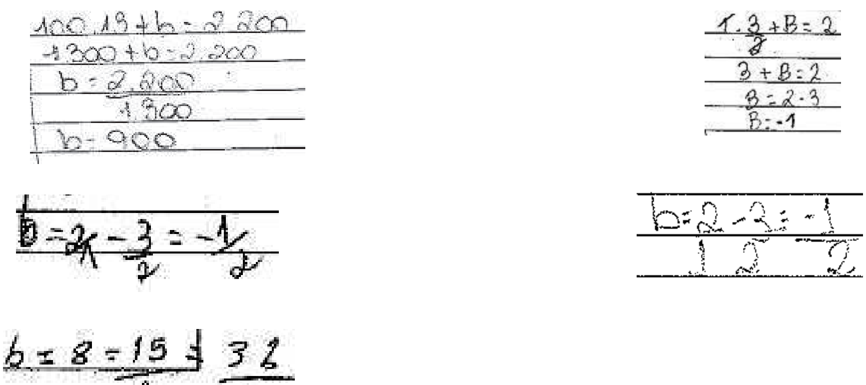

Figura 2: Erros cometidos por alunos.

Porcentagem de acertos: Aproximadamente 78%

Porcentagem de erros: Aproximadamente 22 %

Porcentagem de alunos que não fizeram a Q3: 0%

A_2Q_5: Teste os números dados na tabela deste problema e verifique se a relação/função construída está correta.

A questão busca a validação da lei de formação da função. Nesta questão 100% dos alunos acertaram. O número de acertos revela a habilidade dos alunos na verificação e validação de modelos matemáticos de funções polinomiais de primeiro grau.

A2Q6: Agora você deve prever o preço para 10 horas de acesso à internet.

A questão busca prever o preço para uma quantidade hora estabelecida. Nesta questão 83% dos alunos acertaram. O número de acertos revela a habilidade em substituir valores estabelecidos na lei de formação e com isto encontrar outros valores que não foram dados, bem como verificar a validar a expressão encontrada.

Um aluno errou no resultado de uma divisão de fração e outro errou em não colocar o coeficiente angular na função estabelecida, isto revela que o mesmo não entendeu o significado dos coeficientes encontrados. Vale ressaltar que 100% dos alunos resolveram de forma idêntica a apresentada pelo professor.

Figura 3: Erros cometidos por alunos.

Porcentagem de acertos: Aproximadamente 83%

Porcentagem de erros: Aproximadamente 17 %

Porcentagem de alunos que não fizeram a Q3: 0%

A_2Q_7: De acordo com a sua resposta para o item anterior e para o valor cobrado (veja a tabela 2) para 10 horas de uso de internet na *Lan house*, o lucro do vendedor é linear? Justifique.

A questão busca investigar se existem conceitos matemáticos em uma tabela de preços de certo comerciante, de uma *Lan house,* que podem ser verificados em uma função polinomial do primeiro grau, para isso deve substituir o valor que está disposto na abscissa da função.

O número de acertos revela a capacidade de investigação matemática de tabelas utilizando, para tal o modelo matemático estabelecido anteriormente. Temos que 8% dos alunos erraram na hora de justificar, isto indica que não compreendem o que significa linear ou ainda que há uma taxa de variação constante de elementos da imagem em reação aos do domínio.

Porcentagem de acertos: Aproximadamente 83%

Porcentagem de erros: Aproximadamente 8 %

Porcentagem de alunos que não fizeram a Q3: 8%

4.5.2 Análise Geral – Atividade 4

Nesta atividade ocorreram 16,5 erros e 25,5 acertos. Os tipos de erros foram: trocarem a coordenadas dos pontos no gráfico, a resolução de equação polinomial do primeiro grau, o erro de sistemas de equação polinomial do primeiro grau e o de operação com números decimais.

Cabe destacar que os maiores erros foram em resolução da equação polinomial do primeiro grau e nas operações com números decimais. A média geral das notas foi de aproximadamente 6,4.

4.5.2.1 Análise Específica – Atividade 4

A_4Q_1: A seguir você deve determinar as coordenadas dos pontos apresentados nesta situação.

A questão tratava sobre a representação de dados de uma tabela que deveriam ser colocados em forma de par ordenado no sistema xOy. Nesta atividade 100% dos alunos acertaram. Isto revela que os registros semióticos[1] estão

[1] Registro de representação semiótico: Segundo Durval (2012) as representações **semióticas** são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e de funcionamento. Uma figura geométrica, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico são representações semióticas que exibem sistemas semióticos diferentes.

consolidados e os alunos conseguem fazer a conversão entre estes registros.

A_4Q_2: Agora, construa o gráfico desta relação utilizando os pontos do item (a).

A questão busca a representação gráfica da relação estabelecida pela atividade. Nele o aluno deve o aluno deve utilizar os dados da tabela em forma de par ordenado, marcá-los no plano XoY e representar a reta.

Nesta questão 86% dos alunos acertaram. O número de acertos revela a habilidade de representação em gráfico dos pontos e por consequência da função. Um grupo trocou o eixo das ordenadas pelo eixo das abscissas isto indica que o mesmo não compreende a ordem das ordenadas e das abscissas nos pares ordenados e sua respectiva localização nos eixos cartesianos. Todos os alunos realizaram a tarefa de forma idêntica a proposta pelo professor.

Porcentagem de acertos: Aproximadamente 86%

Porcentagem de erros: Aproximadamente 14 %

Porcentagem de alunos que não fizeram a Q2: 0%

A_4Q_3: Qual a relação polinomial que a descreve?

A questão busca a forma geral da lei de formação da função polinomial de primeiro grau. Nesta questão 100% dos alunos acertaram. O número de acertos revela a capacidade de representação algébrica de uma função que o gráfico é uma reta.

A_4Q_4: Agora, determine a expressão que indica a altura (y) em função do número de bolas (x), ou seja, uma fórmula para descobrir a altura em função do número de bolas.

A questão busca um modelo matemático da relação e função estabelecida na atividade. Nela o aluno deve utilizar os dados da tabela em forma de par ordenado e a lei de formação da função, para montar um sistema de duas equações polinomiais do primeiro grau, utilizando os dois pontos encontrados e substituir os valores dos coeficientes angular e linear na lei de formação.

O número de acerto foi de 57%, isto revela a dificuldade de representação da lei de formação da função polinomial de primeiro grau. Dois grupos erraram a solução da equação do primeiro grau e o sistema de equações do primeiro grau. Isto indica a dificuldade de procedimentos operacionais e a compreensão dos modelos de resolução de sistemas lineares de duas equações e duas incógnitas. Aqui cabe salientar que 25% dos alunos realizaram uma solução diferente da construída pelo professor. Isto mostra a ruptura com o modelo prototipo desenvolvido pelo professor e o grau de liberdade de ação que os alunos começam a apresentar.

Porcentagem de acertos: Aproximadamente 57%

Porcentagem de erros: Aproximadamente 43%

Porcentagem de alunos que não fizeram a Q3: 0%

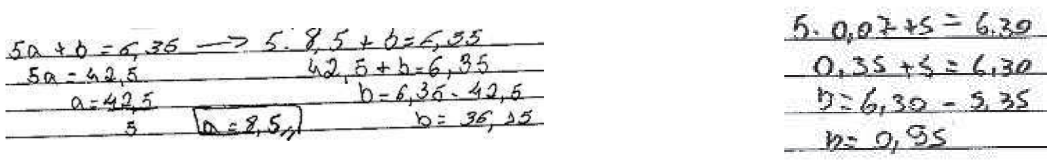

Figura 4: Erros cometidos por alunos

A_4Q_5: Utilizando a expressão criada por você, teste os números dados da tabela deste problema e verifique se a relação/função construída está correta.

A questão busca a validação da lei de formação da função e por consequência do modelo criado. Nesta questão 43% dos alunos acertaram. Um grupo errou ao somar um número decimal com um número inteiro, isto revela que o mesmo não compreende operações com números decimais. Os outros erros foram operacionais na construção da lei de formação. Juntos a representação algébrica e a utilização de operações de números decimais, como pré-requisitos, representa um obstáculo à aprendizagem. As dificuldades de operações básicas com números decimais e frações se apresentaram de forma clara nesta atividade.

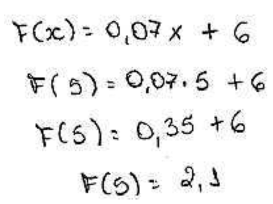

Figura 5: Erros cometidos por alunos.

Porcentagem de acertos: Aproximadamente 43%

Porcentagem de erros: Aproximadamente 57 %

Porcentagem de alunos que não fizeram a Q3: 0%

A_4Q_6: Agora, determine qual a previsão da altura ao colocar 7 bolas?

A questão busca prever o preço para uma quantidade de horas estabelecida. Nesta questão 43% dos alunos acertaram. O número de acertos referentes a substituição dos valores estabelecidos na lei de formação e encontrar outros valores que não foram dados estão associados ao item anterior e aqueles que erraram tal item também não obtiveram êxito nesta etapa. Cabe salienta que um grupo errou ao somar um número decimal com um número inteiro, o que reforça a dificuldade dos alunos nas operações com números decimais.

Figura 6: Erros cometidos por alunos

Porcentagem de acertos: Aproximadamente 43%

Porcentagem de erros: Aproximadamente 57 %

Porcentagem de alunos que não fizeram a Q3: 0%

A_4Q_7: Para finalizar, quantas bolas devem ser colocadas para obter uma altura de 8,2 cm?

A questão busca prever o número de bolas para uma atingir uma altura estabelecida. Nesta questão 21% dos alunos acertaram. O número de erros ocorreu devido a três (3) grupos errarem a solução de equação do primeiro grau.

Porcentagem de acertos: Aproximadamente 21%

Porcentagem de erros: Aproximadamente 79%

Porcentagem de alunos que não fizeram a Q3: 0%

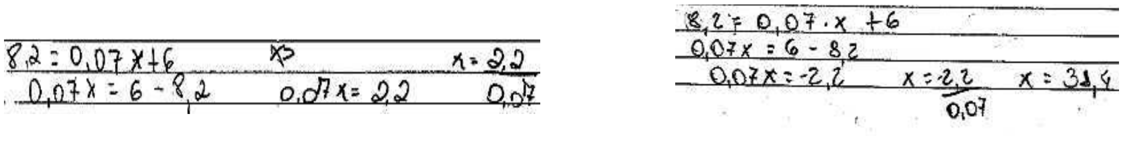

Figura 7: Erros cometidos por alunos.

4.5.3 Análise Geral – Atividade 5

Média das notas: Aproximadamente 5,3

Nesta atividade ocorreram 37 erros e 81 acertos. Os tipos de erros foram: de interpretação da tabela, de trocar a coordenadas dos pontos do gráfico, na localização dos números no eixo Oy das ordenadas, de mudança do sinal da forma geral da lei de formação da função polinomial do primeiro grau, na resolução de equação polinomial do primeiro grau, na troca das coordenadas dos eixos dos pontos, na troca de variáveis do problema de operações básicas.

Na A_5Q_1, 7 alunos erraram e 17 alunos acertaram. Os erros foram relativos a interpretação da tabela.

Na A_5Q_2, 12 alunos erraram e 14 alunos acertaram. Os erros cometidos foram o de trocarem a coordenadas dos pontos no gráfico e na localização dos números no eixo Oy das ordenadas.

Na A_5Q_3, 1 aluno errou e 25 alunos acertaram. O erro foi o de mudar o sinal da forma geral da lei de formação da função polinomial do primeiro grau.

Na A_5Q_4, 6 erros e 11 acertos. Os tipos de erros foram apresentados foram: de resolução de equação polinomial do primeiro grau, de troca das coordenadas dos eixos dos pontos e na troca de variáveis do problema.

Na A_5Q_5, 3 alunos erraram e 12 alunos acertaram. Os erros foram em decorrência dos erros cometidos na questão anterior e na escrita do desenvolvimento da questão.

Na A_5Q_6, 6 alunos erraram e 6 alunos acertaram. Os erros foram por consequência do erro cometido na questão 4 e de operação aritmética básica.

4.5.3.1 Análise Específica – Atividade 5

A_5Q_1: Inicialmente você deve determinar as coordenadas dos pontos da tabela.

A questão tratava sobre a representação de dados de uma tabela que deveriam ser colocados em forma de par ordenado no sistema XoY. Nesta atividade 65% dos alunos acertaram. Sete alunos interpretaram a tabela de forma errada, isto revela que não compreendem quais eram as coordenadas dos pontos dados.

Na atividade percebeu-se o erro no reconhecimento da problemática e na exploração da a situação problema, estes são fatores iniciais da investigação. Em relação a modelagem matemática, como o grau de liberdade de ação era maior, o levantamento de hipóteses e análise de dados ficou diretamente ligado as experiências vividas pelos alunos e, portanto, a discussão do grupo era diversificada. No entanto a tomada de decisão não foi eficiente.

Porcentagem de acertos: 65%

Porcentagem de erros: 27%

Porcentagem de alunos que não fizeram a Q1: 8%

A_5Q_2: A seguir, construa o gráfico, utilizando os pontos anteriores.

A questão busca a representação gráfica da relação estabelecida na questão 1. Nele o aluno deve utilizar os dados da tabela em forma de par ordenado, marcá-los no gráfico. Nesta questão 54% dos alunos acertaram. Dois alunos erraram a localização dos números nos eixo Oy das ordenadas, isto indica que os mesmos não compreendem a ordem dos números representados em pares ordenados e que a discussão em grupo não foi eficiente para auxiliar na superação das dificuldades iniciais ou que o grau de envolvimento destes alunos, coma atividade desenvolvida, era baixo.

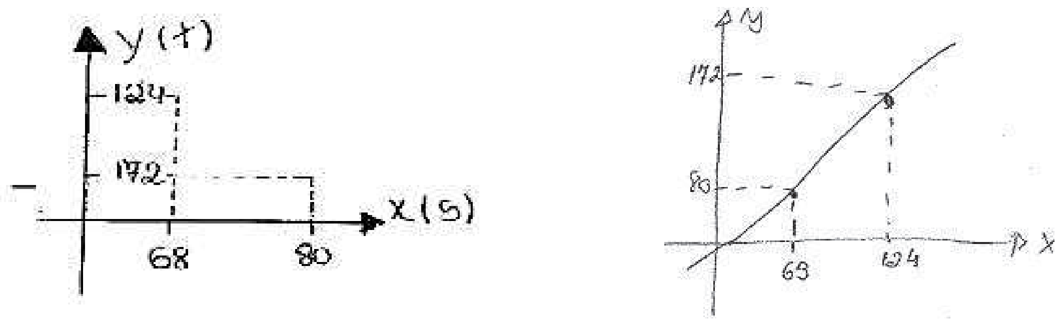

Figura 8: Erros cometidos por alunos.

Porcentagem de acertos: Aproximadamente 54%

Porcentagem de erros: Aproximadamente 46%

Porcentagem de alunos que não fizeram a Q2: 0%

A_5Q_3: Esta relação pode ser representada por uma expressão matemática, abaixo você deve dizer qual o tipo de relação polinomial que a descreve.

A questão busca a lei de formação da função que é uma reta. Nesta questão 92% dos alunos acertaram. O número de acertos revela a capacidade de representação algébrica de uma função dado o gráfico e uma tabela.

Um aluno trocou o sinal da representação algébrica da função, isto revela que o mesmo não possui incorporada a lei de formação da função polinomial do primeiro grau.

Porcentagem de acertos: Aproximadamente 92%

Porcentagem de erros: Aproximadamente 4 %

Porcentagem de alunos que não fizeram a Q3: 4%

A_5Q_4: Agora, você deve descrever a expressão que indica o número de sons (s) em função da temperatura (t), ou seja, a expressão matemática que representa o número de sons em função da temperatura.

A questão busca um modelo matemático da função estabelecida pela atividade. Nela o aluno deve utilizar os dados da tabela em forma de par ordenado e a lei de formação da função, para montar um sistema de duas equações polinomiais do primeiro grau e com os dois pontos encontrados e substituir os valores encontrados na lei de formação.

O número de acertos foi de 44%. Cinco alunos erraram na hora de resolver uma equação do sistema de duas equações do primeiro grau. Dois alunos trocaram a abscissa pela ordenada no modelo matemático construído. Um aluno errou ao encontrar o valor de (x) em vez de achar o valor de (a), isto revela que o mesmo não compreende que o (x) é uma variável e que o valor de (a) é o coeficiente angular. Nesta atividade 11 alunos realizaram a questão sendo que 2 deles resolveram de forma diferente da apresentada pelo professor, buscando uma solução como afirma Burak que responda aos problemas formulados com o auxílio do conteúdo matemático.

Porcentagem de acertos: Aproximadamente 44%

Porcentagem de erros: Aproximadamente 19%

Porcentagem de alunos que não fizeram a Q3: 37%

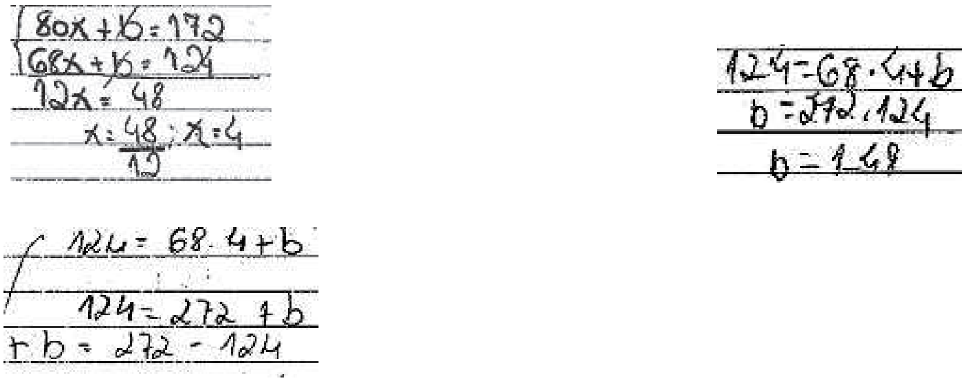

Figura 9: Erros cometidos por alunos.

A_5Q_5: Em posse da expressão anterior, teste os números dados na tabela deste problema e verifique se a relação/função construída está correta.

A questão busca a validação da lei de formação da função. Nesta questão 42% dos alunos acertaram. Um aluno fez a questão muito mal escrita, isto revela que o mesmo não compreende a importância do rigor na linguagem matemática. Os maiores erros foram na substituição dos pares ordenados na expressão encontrada que por vezes estavam incorretas.

Porcentagem de acertos: Aproximadamente 42%

Porcentagem de erros: Aproximadamente 15%

Porcentagem de alunos que não fizeram a Q3: Aproximadamente 43%

A_5Q_6: Para prevermos certas ações, utilize a expressão matemática e determine a quantidade de sons que são emitidos por minuto, em um dia onde a temperatura for de 82°F.

A questão busca prever o preço para uma quantidade de horas estabelecida. Nesta questão 43% dos alunos acertaram. O número de acertos revela a habilidade em substituir valores estabelecidos na lei de formação e encontrar outros valores que não foram dados. Cinco alunos erram na conta de subtração, isto pode indicar que os mesmos não compreendem operações com números inteiros.

Figura 10: Erros cometidos por alunos.

Porcentagem de acertos: Aproximadamente 23%

Porcentagem de erros: Aproximadamente 23%

Porcentagem de alunos que não fizeram a Q3: 54%

4.5.4 Análise Geral – Atividade 6

Nesta atividade obteve-se 1,5 erros e 45,5 acertos. Os tipos de erros cometidos foram ao trocar as coordenadas dos pontos nos eixos do sistema xOy e na de resolução de equação polinomial do primeiro grau. A média das notas foi de 8,1.

Na A_6Q_1, todos os 7 grupos acertaram.

Na A_6Q_2, 1 grupo errou e 6 grupos acertaram. Os tipos de erros cometidos foram na troca das coordenadas dos pontos dos eixos do sistema xOy.

Na A_6Q_3, todos os 7 grupos acertaram.

Na A_6Q_4, 0,5 erros e 5,5 acertos. Os tipos de erros foram na resolução da equação polinomial do primeiro grau.

Na A_6Q_5, os 6 grupos acertara

Na A_6Q_6, os 6 grupos acertaram.

Na A_6Q_7, nenhum grupo errou e 4 grupos acertaram.

Na A_6Q_8, nenhum grupo errou e 4 grupos acertaram.

Cabe salientar que a diferença de grupos no início da atividade para o final foi em função de alguns alunos terem sido retirados da turma para realizarem tarefas de recuperação paralela de outras disciplinas.

O percentual de acerto nos mostra que algumas dificuldades foram superadas no decorrer das propostas de atividades. Informa-se, ainda que

4.5.4.1 Análise Específica – Atividade 6

A_6Q_1: Quais as coordenadas dos pontos do problema?

A questão tratava sobre a representação de dados de uma tabela que deveriam ser colocados em forma de par ordenado no sistema xOy. Nesta atividade 100% dos alunos acertaram. Isto revela que os registros semióticos estão consolidados e os alunos conseguem fazer a conversão entre estes registros.

A_6Q_2: Construa o gráfico, utilizando os pontos de sua resposta no item (a).

A questão busca a representação gráfica da relação estabelecida pela atividade. Nele o aluno deve utilizar os dados da tabela em forma de par ordenado, marcá-los no plano XoY e representar a reta. Nesta questão 86% dos alunos acertaram. O número de acertos revela a capacidade de representação em gráfico dos pontos e por consequência da função: uma reta. Um grupo de alunos trocou os pontos (x,y) no sistema de eixos, trocou o eixo Ox pelo eixo Oy, isto revela que os mesmos não compreendem a ordem dos pares ordenados no sistema de coordenadas ou não estavam atentos ao problema proposto.

Porcentagem de acertos: Aproximadamente 86%

Porcentagem de erros: Aproximadamente 14%

Porcentagem de alunos que não fizeram a Q2: 0%

A_6Q_3: Qual o tipo de relação polinomial que a descreve?

A questão busca identificar que a lei de formação da função que é uma reta. Nesta questão 100% dos alunos acertaram. O número de acertos revela a habilidade adquirida na representação da lei de formação da função polinomial do primeiro grau.

A_6Q_4: Determine a expressão que indica o custo (c) em função do número de cadeiras (n), ou seja, uma fórmula para descobrir o preço em função do número de cadeiras.

A questão busca um modelo matemático da função estabelecida pela atividade. Nela o aluno deve utilizar os dados da tabela em forma de par ordenado e a lei de formação da função, para montar um sistema de duas equações polinomiais do primeiro grau com os dois pontos encontrados e, substituir os valores encontrados na lei de formação.

O número de acertos foi de 93%, isto revela a habilidade e construção de competência na representação da lei de formação de uma função polinomial de primeiro grau. Um aluno errou a resolução de equação do primeiro grau na hora de passar um número para o outro membro da equação, isto revela que o mesmo não compreende a transposição de membros da equação ou não estava atento a ação operacional proposta.

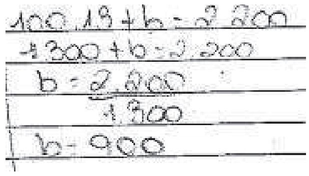

Figura 11: Erros cometidos por alunos.

Porcentagem de acertos: Aproximadamente 93%

Porcentagem de erros: Aproximadamente 7%

Porcentagem de alunos que não fizeram a Q3: 0%

A_6Q_5: Teste os números dados na tabela deste problema, na expressão construída por você no item (d) e verifique se a relação/função está correta.

A questão busca validar a lei de formação da função. Nesta questão 87% dos alunos acertaram. O número de acertos revela a capacidade de verificação, de validação dos modelos matemáticos. Tal ação garante aspectos da investigação que estão relacionados a generalização e validação de hipóteses, bem como da metodologia de modelagem matemática.

Aqui se destaca que alguns alunos conseguiram desenvolver solução diferente da apresentada pelo professor nas atividades inicias. Isto garante a construção do conhecimento de forma autônoma, investigativa e reflexiva.

Porcentagem de acertos: Aproximadamente 87%

Porcentagem de erros: Aproximadamente 0%

Porcentagem de alunos que não fizeram a Q3: 13%

A_6Q_6: Qual a previsão de custo para produzir 500 cadeiras em um dia?

A questão busca prever o preço para uma quantidade de horas estabelecida. Nesta questão 71% dos alunos acertaram. O número de acertos revela a habilidade de substituir valores estabelecidos na lei de formação e encontrar outros valores que não foram dados.

Porcentagem de acertos: Aproximadamente 71%.

Porcentagem de erros: Aproximadamente 0%.

Porcentagem de alunos que não fizeram a Q3: Aproximadamente 29%.

A_6Q_7: Quantas cadeiras podem ser produzidas com R$ 3.500,00?

A questão busca prever o número de cadeiras que se produzem com R$ 3.500,00. Nesta questão 57% dos alunos acertaram. O número de erros revela a pouca habilidade dos alunos em prever resultados. Quase sempre esta dificuldade está associada e pré-requisitos básicos, tais como: operações com números inteiros, números decimais e racionais, resolução de equações.

Porcentagem de acertos: Aproximadamente 57%.

Porcentagem de erros: Aproximadamente 0%.

Porcentagem de alunos que não fizeram a Q3: Aproximadamente 43%.

A_6Q_8: Por fim, qual a inclinação do gráfico e o que ela representa?

O resultado desta questão teve a interferência do tempo de execução da tarefa.

Porcentagem de acertos: Aproximadamente 57%.

Porcentagem de erros: Aproximadamente 0%.

Porcentagem de alunos que não fizeram a Q3: Aproximadamente 43%.

4.6 IMPRESSÕES FINAIS

Os alunos estavam motivados em resolver as atividades do projeto e também foram frequentes em todas as etapas do mesmo. Foi observado que nas atividades de grupos eles obtiveram melhor desempenho e pouco perguntavam como fazê-las. Tal fato ocorreu porque, um colaborava com o outro e, assim, eles desvendavam o problema e faziam suas próprias conclusões, embora, em alguns momentos em grupos perdiam o foco por causa das brincadeiras.

Já nas atividades individuais os alunos brincavam com menor frequência, possibilitando o maior envolvimento dos mesmos nas atividades da pesquisa. Percebeu-se que tanto nas atividades em grupos ou nas individuais os alunos participaram e demonstraram interesses realizando perguntas em todo o desenrolar das atividades.

Pode-se afirmar, ainda, o interesse, por parte dos alunos, pelas atividades desse tipo. Um bom exemplo foi a lembrança de outra atividade aplicada pelo pesquisador no projeto PIBID na mesma escola. Esta atividade não foi sobre funções polinomiais de primeiro grau, embora tenha sido utilizada a mesma metodologia de modelagem matemática, com uso do teodolito, e alguns alunos comentaram sobre a mesma, dizendo que queriam mais vezes esse tipo de atividade. Além disso, perguntaram se o pesquisador continuaria desenvolvendo essas atividades com eles.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após a pesquisa bibliográfica e os resultados da pesquisa de campo pode-se afirmar que as vantagens em se ensinar utilizando como metodologia a Modelagem Matemática são muitas. Com ela os alunos aprendem com problemas que estão diretamente ligados ao seu dia a dia e percebem uma aplicabilidade para a matéria em seu cotidiano. Estes alunos se tornam participantes diretos das soluções dos problemas em sala de aula e, por consequência fora dela. Portanto, os alunos podem fazer previsões e solucionar problemas reais que venham a surgir em suas vidas e encontram novas utilidades para o conteúdo estudado em sala de aula, a se destacar o de função polinomial do primeiro grau.

As aulas se apresentaram como uma forma diferente das aulas conteudísticas, onde os alunos se sentiram motivados em aprender o conteúdo. Esse método também instiga a curiosidade dos alunos dá liberdade ao pensamento e a capacidade de ação colaborativa entre os alunos. Quanto aos professores, percebe-se que eles são obrigados a sair da zona de conforto, pois, não se utilizam problemas prontos dos livros, mas, criam seus próprios problemas junto com os alunos, isto é, os alunos auxiliam na tomada de decisão e escolha dos problemas. Nesta pesquisa isto ocorreu através da descrição dos tipos de alunos e seus gostos, realizado pelo pesquisador junto ao professor de matemática da turma.

A dificuldade observada foi que os alunos podem se distrair com conversas, visto que, há a necessidade de se trabalhar individual e em grupos e, o que por vezes, pode levá-los a descontração. Outra desvantagem é no tempo gasto na elaboração de uma aula utilizando esta metodologia e a realização da atividade em sala de aula que demanda de tempo para fazer coletas de dados e na busca de soluções.

A hipótese adotada nesta pesquisa se revelou verdadeira e os objetivos foram satisfeitos. A utilização da sequencia didática baseada em Modelagem Matemática e Investigação se mostrou eficiente e os resultados da pesquisa de campo foram satisfatórios.

Como desdobramento da proposta, acredita-se na necessidade de readequação da sequência didática para outros tipos de alunos e a construção de um artigo para posterior publicação. Percebe-se ainda que o tratamento dos resultados da pesquisa de campo pode ser analisado segundo a Teoria de Registro de Representação Semiótica, o que oferece um novo olhar sobre os resultados encontrados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARBOSA, J. C. **Modelagem na Educação Matemática**: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24, 2001b, Caxambu. Anais... Rio de Janeiro: ANPED, 2001.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2000. 127 p.

BRASIL. MEC. **Lei de diretrizes e bases da educação.** 1996. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seed/arquivos/pdf/tvescola/leis/lein9394.pdf>. Acesso em: 19 ago. 2015.

BURAK, Dionísio. **Modelagem Matemática: uma Metodologia Alternativa para o Ensino de Matemática na 5a série**. 1987. 188 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) — Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro.

BURAK, Dionísio. **Modelagem Matemática: Ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. 1992. Campinas, 1992.

BURAK, Dionísio. Modelagem Matemática e a sala de aula. Disponível em: <http://www.joinville.udesc.br/portal/professores/regina/materiais/modelagem.pdf>. Acesso em: 19 ago. 2015.

D'AMBROSIO, Beatriz S. **Como ensinar matemática hoje?** Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_Beatriz.pdf>. Acesso em: 19 ago. 2015.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática:** da teoria à prática. 8. ed. Campinas: Papirus, 2001.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos.** Campinas: Autores Associados, 2006.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **A educação matemática como campo profissional e cientifico.** In: FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. Investigação em educação matemática: Percursos teóricos e metodológicos. 2. ed. São Paulo: Autores Associados, 2007. p. 3-40.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Breve história da educação matemática brasileira enquanto campo profissional e cientifico**. In: FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. Investigação em educação matemática: Percursos teóricos e metodológicos. 2. ed. São Paulo: Autores Associados, 2007. p. 3-40.

FONSECA, H.; BRUNHEIRA, L. PONTE J. P. da. **As actividades de investigação, o professor e a aula de Matemática.** Disponível em: . Acesso em: 13 jun. 2009.

KRÜBER, Tiago Emanuel; BURAK, Dionísio. **Concepções de modelagem matemática:** contribuições teóricas. 2005. Disponível em: <http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/viewFile/1642/1058>. Acesso em: 21 ago. 2015.

OLIVEIRA, Hélia Margarida; SEGURADO, Maria Irene; PONTE, João Pedro da. **Explorar, investigar e discutir na aula de matemática**. Disponível em: <http://www.prof2000.pt/users/j.pinto/textos/texto9.PDF>. Acesso em: 19 ago. 2015.

OLIVEIRA, M.; SEGURADO, M. I.; PONTE, J. P. da. **Explorar, investigar e discutir na aula de matemática.** Actas do ProfMat (CD-ROM, p. 207-213. Lisboa: APM, 1996.

PEREIRA, Gabriela Nery; BRAGA, Maria Nilsa Silva. **Investigação matemática e a construção do pensamento algébrico: Uma metodologia de ensino a compreensão de incógnitas**. 2012. Disponível em: <http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:3rnPNb7H6gkJ:sinop.unemat.br/projetos/revista/index.php/eventos/article/download/940/673+&cd=1&hl=pt-BR&ct=clnk&gl=br>. Acesso em: 19 ago. 2015.

PONTE, J. P; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

PONTE, João Pedro. **Investigação sobre investigações matemáticas em Portugal**. Disponível em:<http://www.researchgate.net/publication/228551654_Investigao_sobre_investigaes_matemticas_em_Portugal>. Acesso em: 2 ago. 2015.

APÊNDICE

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
RIO DE JANEIRO
Campus Volta Redonda

Ministério da Educação
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Instituto Federal do Rio de Janeiro – IFRJ

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

(de acordo com as Normas da Resolução n° 196, do Conselho Nacional de Saúde de 10 de outubro de 1996).

Você está sendo convidado para participar da pesquisa Modelagem Matemática no ensino de Função Polinomial do 1° grau. Você foi selecionado para responder questionários e atividades e sua participação não é obrigatória. A qualquer momento você pode desistir de participar e retirar seu consentimento. Sua recusa não trará nenhum prejuízo em sua relação com o pesquisador e nem com qualquer setor desta instituição.
O objetivo deste estudo é identificar as vantagens e desvantagens da utilização da metodologia da modelagem Matemática para o ensino de funções polinomiais de 1° grau.
Não há riscos relacionados com a sua participação nesta pesquisa.
As informações obtidas através dessa pesquisa serão confidenciais e asseguramos o sigilo sobre a sua participação. Sua colaboração é importante para realizarmos as descobertas necessárias e avaliar a proposta dos questionários e atividades. Os dados serão divulgados de forma a não possibilitar sua identificação. Os resultados serão divulgados em apresentações ou publicações com fins científicos ou educativos.
Saiba que participar desta pesquisa **não** implicará nenhum custo para você, e, como voluntário, você também não receberá nenhum valor em dinheiro como compensação de sua participação.
Você receberá uma cópia deste termo com o e-mail de contato dos professores que acompanharão a pesquisa para maiores esclarecimentos.

____

Assinatura do pesquisador

Instituição: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro – campus Volta Redonda
Nome do pesquisador: Maxwell Rodrigues da Silva
Professor responsável: Rafael Vassallo Neto
Tel: (24) 988417202
e-mail: maxwell_ifrj@hotmail.com
Conselho de ética relacionado: CEP IFRJ/cVR
Endereço: Rua Antônio Barreiros, 212, Aterrado. Volta Redonda-RJ

Declaro que entendi os objetivos e benefícios de minha participação na pesquisa e concordo em participar.

____

Sujeito da pesquisa

Obs: Em caso de o aluno ser menor de idade, solicita-se a assinatura do responsável.

Data ____/____/____ ________________________________

(Assinatura do participante)