



## LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Cristiano de Souza Brito

### TEOREMA DE TALES: UM OLHAR SOBRE O ESTADO DA ARTE DAS PUBLICAÇÕES DO ENEM (1998 – 2016)

Volta Redonda  
2017

Cristiano de Souza Brito

**TEOREMA DE TALES: UM OLHAR SOBRE O ESTADO DA ARTE  
DAS PUBLICAÇÕES DO ENEM (1998 – 2016)**

Trabalho de conclusão de curso apresentado como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Professor de Matemática e a conclusão do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Rio de Janeiro *campus* Volta Redonda.

**Orientador: Prof. Msc Rafael Vassallo Neto**

Volta Redonda  
2017

B862t Brito, Cristiano de Souza  
Teorema de Tales: um olhar sobre o estado da arte das  
publicações do ENEM(1998-2016)/Cristiano de Souza Brito.  
- - RJ: Volta Redonda, 2017.  
82 f.

Orientador: Profº MSc Rafael Vassalo Neto

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura) – Instituto  
Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro:  
Campus Volta Redonda, 2017.

1.Teorema de Tales. 2.Estado da arte. 3.Ensino e  
aprendizagem 4. ENEM. I. Instituto Federal de Educação, Ciência  
e Tecnologia do Rio de Janeiro, Volta Redonda II. Vassalo Neto,  
Cristiano III. Título

CDU 51

Cristiano de Souza Brito

**TEOREMA DE TALES: UM OLHAR SOBRE O ESTADO DA ARTE  
DAS PUBLICAÇÕES DO ENEM (1998 – 2016)**

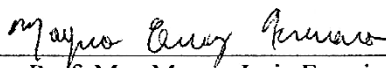
Trabalho de conclusão de curso apresentado como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Professor de Matemática e a conclusão do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Rio de Janeiro *campus* Volta Redonda.

Data da Aprovação: 01/08/2017



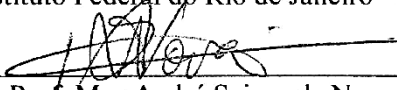
---

Prof. Msc Rafael Vassallo Neto (Orientador)  
Instituto Federal do Rio de Janeiro - IFRJ



---

Prof. Msc Magno Luiz Ferreira  
Instituto Federal do Rio de Janeiro - IFRJ



---

Prof. Msc André Seixas de Novais  
Instituto Federal do Rio de Janeiro - IFRJ

---

Prof. Dra Jacqueline Bernardo Pereira de Oliveira (Suplente)  
Universidade Federal Fluminense - UFF

Volta Redonda  
2017

BRITO, C.S. *Teorema De Tales: Um Olhar Sobre o Estado da Arte das Publicações do ENEM (1998 – 2016)*. – Programa de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Rio de Janeiro (IFRJ), *campus* Volta Redonda, Volta Redonda/RJ, 2017.

## RESUMO

Este trabalho pretende levantar o estado da arte dos trabalhos apresentados no Encontro Nacional de Educação Matemática no Brasil, durante os últimos 20 anos. A pesquisa tem caráter bibliográfico, documental, exploratório e descritivo. Na busca dos dados coletados utilizaram-se palavras chaves tais como: Razão e proporção, Teorema de Tales, Tales, Isometrias, Homotetias, Ladrilhamento. Em seguida foram selecionados os resumos que serviram para análise inicial do trabalho e catalogação dos campos e áreas de pesquisas. Após esta ação foram selecionados os trabalhos com efetiva relação a Razão e Proporção e ao Teorema de Tales. Tais resumos/artigos, relatos de experiências e oficinas foram lidos e deles retirados dados relativos ao ensino e aprendizagem do conteúdo em questão. Os dados foram tratados de forma quantitativa e qualitativa em busca da consolidação da forma de apresentação metodológica e do tipo de abordagem utilizada. O referido trabalho está baseado na perspectiva da Educação Matemática e da História do Ensino da Matemática defendido por autores como Valente (2016) e Pereira (2005). O tema de pesquisa é o Teorema de Tales na área Geometria. Como resultados parciais descobriu-se que, apesar da Razão e Proporção ser uma temática considerada importante por professores de matemática, poucas pesquisas e propostas foram realizadas. Quanto à metodologia destaca-se o método tradicional e o investigativo com a utilização de múltiplos recursos didáticos. Espera-se que esta pesquisa possa lançar olhares sobre as razões que levam a tal afastamento dos pesquisadores da temática, bem como vislumbrar novas possibilidades de abordagem pelo professor.

**PALAVRAS-CHAVE:** Teorema de Tales, Ensino e aprendizagem, estado da arte, ENEM.

BRITO, C.S. *Tales Theorem: A Look at the State of the Art of ENEM Publications (1998 - 2016)*. - Graduate Program in Mathematics of the Federal Institute of Rio de Janeiro (IFRJ), Volta Redonda campus, Volta Redonda / RJ, 2017.

## ABSTRACT

This work intends to raise the state of the art of the works presented at the National Meeting of Mathematical Education in Brazil during the last 20 years. The research has a bibliographic, documentary, exploratory and descriptive character. In the search of the collected data, we used key words such as Reason and proportion, Tales theorem, Tales, isometries, homothetias, tiling. Then, the abstracts that used for initial analysis of the work and cataloging of the fields and research areas selected. After this action were selected the works with effective relation to Reason and Proportion and to the Tales Theorem. Such articles, reports of experiences and workshops read and taken from them regarding the teaching and learning of the content in question. The data were treated quantitatively and qualitatively in order to consolidate the methodological presentation and the type of approach used. This work is based on the perspective of Mathematics Education and History of Mathematics Teaching defended by authors such as Valente (2016) and Pereira (2005). This research is part of the work of conclusion of course of said author on the orientation of the second. The research theme is Tales Theorem and the major area is Geometry. As partial results, it was found that, although mathematics teachers, few researches, considered Ratio and Proportion important and proposals were made. As for the methodology, the traditional and investigative method with the use of multiple didactic resources stands out. It is hoped that this research can throw glances on the reasons that lead to such a departure from the researchers of the thematic, as well as to envisage new possibilities of approach by the teacher.

**KEYWORDS:** Theorem of Tales, Teaching and learning, State of the art, ENEM congress.

## **Dedicatória**

Dedico este trabalho a minha esposa Kellen Costa Pereira Brito,  
a minha maior incentivadora deste trabalho e parceira para a vida.

*“Ninguém caminha sem aprender a caminhar, sem aprender a fazer o caminho caminhando, refazendo e retocando o sonho pelo qual se pôs a caminhar. ”*

Paulo Freire



## **Agradecimentos**

Agradeço ao Senhor Jesus Cristo, o qual é o meu mover e existir em tudo nesta vida; a minha mãe e ao meu pai pela educação e ensino; ao meu orientador Rafael Vassallo Neto, pela inspiração a esta pesquisa.

# SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	9
<b>2 CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE O ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – ENEM</b> .....	15
<b>3 ORIGENS HISTÓRICAS DO TEOREMA DE TALES</b> .....	20
<b>4 SOBRE O ENSINO DE MATEMÁTICA</b> .....	28
4.1 ENSINO E APRENDIZAGEM DO TEOREMA DE TALES.....	32
<b>5 PESQUISA DOCUMENTAL</b> .....	41
5.1 MÉTODO DA PESQUISA .....	41
5.2 ANÁLISE DE RESULTADOS.....	43
5.2.1 Quanto ao Total de Trabalhos .....	44
5.2.2 Quanto aos Trabalhos Relacionados de Forma Geral e Específica.....	46
5.3 QUANTO A CLASSIFICAÇÃO ESPECÍFICA DOS TRABALHOS .....	49
5.3.1 Referencial Teórico .....	49
5.3.2 Conteúdo .....	51
5.3.3 Abordagem do conteúdo .....	54
5.3.4 Concepção da Metodologia .....	58
5.3.5 Ano de Escolaridade.....	60
5.3.6 Tipos De Pesquisa.....	61
5.3.7 Tipos de Estudo.....	63
5.3.8 Recursos.....	65
<b>6 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	67
<b>7 ANEXOS</b> .....	69
<b>8 REFERÊNCIAS</b> .....	73

## 1 INTRODUÇÃO

Quando se pensa em Matemática quase sempre vem a memória a figura de um professor ou de certo conteúdo da Educação Básica. No entanto, os conceitos, procedimentos e técnicas matemáticas, parecem fugir a memória daqueles que não atuam em áreas do saber relacionadas a esta disciplina. Tal situação leva a indagação do motivo que conduz ao esquecimento de tais conteúdos e técnicas, que podem ser constantes quando trata-se de alunos da Educação Básica.

A forma como o conteúdo é apresentado em sala de aula, assim como as metodologias e técnicas adotadas por professores e material didático podem apresentar indícios do rápido esquecimento de conceitos e procedimentos matemáticos. Tal situação reafirma a necessidade de abordagens metodologicamente diferenciadas, bem como de recursos e técnicas que reafirmem o aluno como protagonista do processo educativo.

Diante desta necessidade de mudanças no espaço escolar e no ensino de matemática, a figura do professor pesquisador se apresenta como aquele que, de alguma forma, vivencia e vislumbra propostas e possibilidades na abordagem dos conteúdos de matemática.

Assim, este professor e pesquisador, busca soluções para problemas do cotidiano da sala de aula de matemática, bem como deve possuir um olhar mais amplo sobre os processos de ensino e de aprendizagem matemática.

Apoiado nestas concepções e concebendo que no Ensino Fundamental (EF) o Teorema de Tales representa um conceito que concretiza o pensamento matemático proporcional, iniciado desde noções elementares de razão e proporção, este trabalho busca apresentar algumas concepções sobre as pesquisas sobre esta temática.

Cabe salientar segundo o site<sup>1</sup> da Nova Escola que, o autor de livros didáticos, Luiz Marcio Imenes, afirma que o Teorema de Tales é a proporcionalidade aplicada à geometria e garante que, por isso, é essencial

---

<sup>1</sup> Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/2743/teorema-de-tales-proporcao-aplicada-a-geometria>

diagnosticar se os alunos entendem a ideia de proporcionalidade ou precisam consolidar conceitos geométricos.

Já Tinoco (1996), destaca que o motivo pelo qual se ensina razão e proporção na escola está relacionado a importância do conteúdo como integrador de tópicos da matemática: regra de três, Teorema de Tales e semelhança. Assim, tais afirmações de pesquisadores reafirmam a relação intrínseca entre o Teorema de Tales e os conceitos de razão e proporção.

Além da importância do tema para o ensino-aprendizagem da matemática, destaca-se, ainda, o valor da própria matemática que, segundo D'Ambrósio "é reconhecida pela sua múltipla importância por todos os governos de todos os países e incluída, por conseguinte, como matéria obrigatória e universal" (I ENEM, 1988).

Isto seria porque a Matemática é bela? ou porque conduz a um tipo de comportamento moral desejado pela sociedade? Ou porque ajuda a pensar de modo claro, crítico e estimulador da criatividade? ou, ao contrário, porque ela "dociliza" as gerações novas, reduzindo sua capacidade de crítica e portanto deixa-as menos 'incômodas' para o 'establishment'? [...] Esse conjunto de porquês representa o grande desafio ao pensarmos como deve ser estruturada a Educação Matemática [...], seria pelo menos irresponsável não atentarmos para as questões básicas como aquelas que mencionamos acima através de uma série de porquês. (I ENEM, D'Ambrósio, 1988 p.4)

A fala de D'Ambrósio mostra o quanto a discussão em Educação Matemática na busca de soluções e trocas de experiência vem de encontro às necessidades do ensino e da aprendizagem da Matemática.

Segundo os anais do VI Encontro Nacional de Educação Matemática (VI ENEM, 1998, p.21) este evento tem destaque na abrangência de trabalhos no campo da Educação Matemática desde 1987. Na introdução dos anais do referido evento a comissão organizadora destacou que o mesmo contou com cerca de 500 trabalhos avaliados, de todas as regiões do país e, ao final, pôde-se ter uma visão abrangente do que se produz em Educação Matemática por todo o Brasil.

Desde o princípio o objetivo desses encontros tem sido o de promover "o intercâmbio entre as Instituições e pesquisadores nacionais e internacionais [...], possibilitando a troca de conhecimentos mais profundos" (V ENEM, 1995, p. 21).

É através dos constantes desafios educacionais da atualidade que os educadores e pesquisadores têm apontado incoerências na qualidade do ensino

da matemática, na eficiência dos gastos públicos, nos atributos dos professores e no âmbito das dificuldades na aprendizagem. Já as dificuldades em aprender é um dos destaques de interesse dos professores visto que podem causar problemas para a continuidade educacional de certos alunos.

Neste cenário contemporâneo se revelam os baixos índices da educação, como os da prova Brasil que “[...] aponta índices ainda insatisfatórios quanto ao desenvolvimento escolar, assim como em outros instrumentos de avaliação da educação seja a nível nacional ou regional” (BATISTA, 2016, p.1).

Estes índices revelam a necessidade de divulgação científica de pesquisas relacionadas ao ensino e à aprendizagem de Matemática. Neste trabalho, fez-se um recorte epistemológico sobre o conteúdo relacionado ao Teorema de Tales. Tal escolha se deu em função das multiplicidades de conceitos que podem ter neste teorema sua demonstração ou validação, em destaque os relacionados a razão e proporção.

Dentro do currículo escolar, segundo Leite (2016), o conhecimento relativo ao Teorema de Tales tem destaque em problemas envolvendo paralelismo e proporcionalidade. Além desta ligação entre vários conteúdos/conceitos com o Teorema de Tales, a sua aplicação é encontrada em outros conteúdos:

No caso de figuras geométricas construídas em um plano e projetadas em outro, o teorema de Tales pode ser empregado para o estudo das propriedades dessas figuras, do ponto de vista da conservação do ponto médio, da conservação do baricentro, da conservação do alinhamento, da conservação das razões das distâncias entre pontos alinhados, entre outros elementos. (LEITE, 2016, p.4).

Assim, de acordo com a citação anterior, um dos campos da Matemática que se utiliza do conceito trazido pelo teorema é a Geometria. Entretanto, percebe-se que há a necessidade de pesquisas que deixem a impregnação do conceito do Teorema de Tales em diversos conteúdos da Matemática, bem como busquem diminuir as dificuldades de ensino e aprendizagem relacionadas a tal teorema.

Compreendendo a importância do Teorema de Tales e sua relação íntima com conceitos de razão e proporção, espera-se que este conteúdo seja alvo de pesquisas na área de ensino e aprendizagem de matemática. Cabe salientar que se acredita na existência de múltiplas abordagens do conteúdo, bem como

propostas de atividades. Diante do exposto, um bom espaço para esta avaliação são os trabalhos do Encontro Nacional de Educação Matemática.

Diante do exposto anteriormente, nesta pesquisa, fez-se um estudo das últimas edições do ENEM, 1998 a 2016 acerca do Teorema de Tales, em busca de investigar o seguinte problema: Quais são os indícios sobre o panorama do ensino e aprendizagem do Teorema de Tales no contexto das publicações do ENEM nos últimos 20 anos?

Tendo por base o problema citado anteriormente, surgiu a seguinte hipótese: Existe uma tendência nos trabalhos do ENEM relativos ao ensino e aprendizagem do Teorema de Tales, que revela o amadurecimento no campo da Educação Matemática brasileira, no qual há um deslocamento do tratamento exclusivo do material didático e conteúdo para um olhar mais amplo com foco no aluno e professor.

A necessidade de uma descrição do cenário de pesquisa educacional acerca do Teorema de Tales, e da imprescindível ênfase da importância deste conceito para o desenvolvimento do raciocínio proporcional e matemático do aluno. E a verificação das pesquisas acerca deste conteúdo e suas aplicações, conduziram a definição do objetivo geral do trabalho: apresentar o estado da arte sobre o teorema de Tales nas publicações do ENEM nos últimos 20 anos.

Cabe destacar que o período entre o primeiro ENEM analisado e o último é de 18 anos (1998 a 2016), no entanto, verificou-se que o processo de publicação se deu em 1998 com um período de avaliação dos trabalhos de quatro meses antes do evento. Isto nos leva a crer que as concepções deste período se deram após o IV ENEM, de 1995. Consideramos que são 20 anos de período analisado por este motivo.

Segundo VI ENEM (1998, p.21), entendemos que os trabalhos foram resultados de experiências entre o V ENEM que ocorreu em Julho de 1995 e o VI ENEM que ocorreu em Julho de 1998. Assim, o mesmo pensamento acerca do ensino e aprendizagem produzidos em 1995 a 1998 só seriam publicados em 1998, desta forma arredondamos o período para 20 anos.

Para a consolidação das ideias e concepções relacionadas a pesquisa, inicialmente buscou-se compreender as seguintes temáticas: História do Teorema de Tales; O Ensino do Teorema de Tales; As concepções e o histórico do ENEM.

O primeiro capítulo teve o papel de esclarecer o que é o ENEM e a sua importância para o campo de pesquisa em Educação Matemática. Esse capítulo apresenta o histórico do ENEM e a descrição de sua idealização na década de 80 coincidindo com a criação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM).

O segundo capítulo faz um estudo sobre o surgimento histórico do Teorema de Tales, incluindo as concepções de razão e proporção que são fundamentos para o Teorema de Tales. Esse tema foi discutido a partir da evolução da matemática egípcia e da matemática dedutiva grega. Também foi explorada a história de Tales de Mileto e, a partir desse ponto, é apresentado o desenvolvimento do conceito do teorema na perspectiva empírica. A escolha deste capítulo serve para fortalecer a importância do conteúdo, de suas aplicações e da impregnação em diversos outros conceitos utilizados pela matemática básica.

O terceiro capítulo foi escolhido após um amadurecimento acerca do caráter histórico do Teorema de Tales. Ele tem como objetivo mostrar a parte da realidade do ensino e aprendizagem do Teorema de Tales no Brasil. Além disso, analisou-se documentos que não tiveram tratamento analítico, como é o caso dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1998) e o Currículo Mínimo do Estado do Rio de Janeiro (RIO DE JANEIRO, 2012).

Destaca-se que a partir das concepções que os PCN apresentam sobre o ensino do teorema, a construção do conhecimento a partir da experimentação como parte da teoria dedutiva da geometria constituiu-se parte dessa discussão. Esta questão tem seu fechamento quando são apresentados os resultados de avaliação da educação brasileira.

Em seguida é apresentada a pesquisa documental acerca do estado da arte sobre as publicações do ENEM nos últimos 20 anos, bem como alguns indícios de resultados.

Esta pesquisa tem caráter bibliográfico, documental, exploratório, descritivo. Nela, a pesquisa documental foi realizada em etapas, onde a primeira etapa consistiu na pesquisa de trabalhos relacionados ao Teorema de Tales. Cabe destacar que esta primeira pesquisa não ficou restrita à busca dos trabalhos do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), mas

preocupou-se na constituição de uma visão abrangente e específica sobre ensino do Teorema de Tales a partir destas mesmas publicações.

Por fim, são apresentados as considerações finais, a referência bibliográfica e o apêndice. A seguir passa-se a apresentação dos capítulos desta monografia.



## 2 CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE O ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – ENEM

A história dos Encontros Nacionais de Educação Matemática teve seu início na década de 1980 com participação de professores, estudantes e pesquisadores no país preocupados com as questões da educação matemática no país. Esse grupo diverso promoveu debates e discussões com intuito de encontrar resultados promissores para a área do ensino.

Um momento de destaque para os pesquisadores brasileiros deu-se, de acordo com Souza e Gutierre (2014), na 6<sup>o</sup> Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM) ocorrida em Guadalajara no México entre os dias 23 a 27 de novembro de 1985.

Foi nessa conferência que a participação brasileira representou a maior delegação do evento, contando com a presença de onze pesquisadores brasileiros de todo o país, ficando claro o interesse e a participação brasileira no campo da Educação Matemática. Este grupo de profissionais da educação matemática deu origem ao que hoje conhecemos por ENEM.

Segundo Souza e Gutierre (2014) foi neste mesmo intercâmbio internacional em Guadalajara (1985) que os pesquisadores brasileiros, marcaram o encontro para tratar assuntos referentes a educação matemática no Brasil e assim discutir a “criação oficial da Sociedade [Brasileira de Educação Matemática]” (Autor original 2005 *apud* SOUZA e GUTIERRE, 2014, p.869). Tal afirmativa revela que a criação do I ENEM é simultânea a idealização da então existente Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM).

[...] o I ENEM era o passo essencial para deflagrar um processo democrático para a criação de uma SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA representativa, acolhendo todos aqueles prioritária e profissionalmente envolvidos com a Educação Matemática no país e sobretudo uma sociedade ‘sem dono’ pessoal ou institucional. E assim foi.” (I ENEM, 1988, p.2).

Sobre o I ENEM, podem ser encontrados registros históricos nos anais do I ENEM realizado entre os dias 2 e 6 de fevereiro de 1987 no campus da PUC-SP/Faculdade de Ciências Matemáticas e Físicas. A magnitude deste primeiro ENEM fica clara nas palavras da coordenadora, Tânia Campos, ao fazer a apresentação dos anais dizendo que: “Este Encontro, representativo da

Educação Matemática nacional, demonstra como é possível realizar algo sério, organizado e competente em nosso país”. O objetivo desse primeiro ENEM é o de auxiliar os professores, “para os quais dedicamos este Encontro” (I ENEM, 1988, p.1).

Nas palavras de Ubiratan D’Ambrósio encontra-se testemunhos da preocupação em dar continuidade ao projeto do ENEM, bem como a organização da SBEM.

Foram feitas inúmeras consultas a instituições e pessoas para ver onde e como seria organizado este I ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA e quem assumiria a responsabilidade de levar adiante o projeto, e ao mesmo tempo quais os passos que deveriam ser dados para a criação da nova sociedade. (I ENEM, 1988, p.2).

Um dos objetivos específicos, planejados no I ENEM para implementação no II ENEM, foi a “aprovação do Estatuto da Sociedade Brasileira de Educação Matemática [...] eleição da primeira diretoria da SBEM” (II ENEM, 1988, p.3). Isto nos mostra como a história dos ENEM está ligada de forma orgânica à própria história da SBEM.

Os objetivos gerais propostos no II ENEM visavam, em suma, a troca de experiência e reunião “de profissionais das áreas de matemática, pedagogia, psicologia, professores de 1º e 2º graus envolvidos com a área, bem como pesquisadores em Educação Matemática ou áreas afins” (II ENEM, 1988, p.3). Além disto teve por motivação caracterizar a Educação Matemática como uma área de estudos de caráter interdisciplinar e como objetivo próprio de pesquisa.

Fica claro que tanto para Ubiratan quanto para os participantes do I ENEM “[...] uma vez realizado o I ENEM, com ampla participação nacional, estaria definida a continuação da série de congressos” (I ENEM, 1988, p.2). De fato, de acordo com apresentação na página do XII ENEM, houve continuação logo no ano de 1988 com o II ENEM no qual ocorreu a fundação da SBEM. Após o segundo encontro, foram organizados os próximos encontros bianualmente até 1995, e a partir do ano seguinte passou a ser tri anual.

O histórico das passagens do ENEM pelas cidades brasileiras tem início em São Paulo/SP (I ENEM - 1987), segue por Maringá/PR (II ENEM - 1988), Natal/RN (III ENEM - 1990), Blumenau/SC (IV ENEM -1993), Aracajú/SE (V ENEM - 1995), São Leopoldo/RS (VI ENEM - 1998), Rio de Janeiro (VII ENEM -

2001), Recife/PE (VIII ENEM - 2004), Belo Horizonte/MG (IX ENEM - 2007), Salvador/BA (X ENEM - 2010), Curitiba/PR (XI ENEM -2013) e o XII ENEM ocorrendo em 2016, novamente em São Paulo. A diversidade de regiões em que o ENEM foi organizado através do SBEM assim se caracterizou na proposta do II ENEM quando faz referência em seus objetivos específicos a “troca de experiências entre as diferentes realidades regionais” (II ENEM, 1988, p.3).

A fundação da SBEM é relatada pelos participantes do primeiro ENEM com fortes discussões acerca do que se estava para formar, o que garante a preocupação com uma definição objetiva de seus propósitos.

Bertoni (2004) relata o drama da Assembleia de votação pelo Estatuto e em seguida a votação da primeira diretoria cuja cadeira de Secretário Geral é ocupada pela mesma:

Em Maringá, continuou o trabalho sobre as propostas referentes ao estatuto enviadas a partir das reuniões realizadas. Trabalhamos vários dias, até bem tarde. No momento da Assembléia, a proposta do Bigode, solicitando aprovação por aclamação, não foi aceita e parecia que, mais uma vez, a Fundação seria adiada, agora por falta de um consenso geral sobre certos pontos do Estatuto. O Ori e o Imenes solicitaram agilidade e limitação do tempo para a discussão, lembrando que a discussão acerca do estatuto poderia se tornar infundável, mas a vontade de ter uma sociedade era unânime, e mostrando que, se condicionássemos a fundação da SBEM a um consenso em todos os artigos, a Sociedade não sairia nunca do papel. Essa agilização foi providenciada pela Maria Laura, que presidia a mesa, tendo sido aprovado o Estatuto e logo em seguida, por aclamação, foi fundada a SBEM, um momento emocionante e inesquecível para muitos de nós. Logo depois veio a eleição da diretoria provisória, com previsão de realização de eleições para a primeira diretoria em novembro de 88, e posse em janeiro de 89. Nossa diretoria foi aclamada, por unanimidade. (BERTONI, 2004, p.1-2).

Uma das questões debatidas pelos fundadores da SBEM era relativa ao perfil e conceito de Educação Matemática tida naquele momento. Sobre este aspecto, Fiorentini (1994, p.2) descreve sua participação na organização da SBEM durante os anos de 1987 e 1988. O autor destaca os vários encontros, ocorridos em São Paulo, Campinas, Rio de Janeiro e Belo Horizonte, onde as discussões envolviam perguntas como: “O que diferencia a pesquisa em Educação Matemática da pesquisa em matemática?”, ou ainda “[...] será que temos uma comunidade de educadores matemáticos e uma razoável produção científica que justifiquem a formação de uma sociedade própria?”.

Questões como foram debatidas em várias reuniões dos formuladores da SBEM na busca de uma identidade que os definisse bem. Fiorentini (1994, p.2-

3) afirma que, naquele período, o que os chamava a atenção era encontrar dois lados distintos, o primeiro eram educadores que se autodenominassem pesquisadores em educação matemática e, o segundo era a produção nacional ainda embrionária, “sem tradição e aparentemente desarticulada”.

Por este mesmo motivo, o autor iniciou uma pesquisa que resultou na sua tese de doutorado apresentando o resultado para esse questionamento feito pelos idealizadores da SBEM. Os resultados da tese de Fiorentini (1994, p.6) mostraram que entre os anos de 1970 e 1990 foram produzidas 204 pesquisas e, em sua maioria (93,1%), foram para o título de doutorado.

Em relação ao I ENEM, Bertoni (2004, p.1) afirma que: apesar do Professor Ubiratan não ter ficado satisfeito com o resultado, teria comentado que aquele ENEM poderia ter sediado a fundação da sociedade já que na sua visão o evento teve participação representativa da área da Educação Matemática no Brasil.

Com a fundação da SBEM foi desenvolvido um Estatuto que ao regulamentasse. O estatuto foi construído por um grupo de professores (1987 e 1988) comprometidos com o ensino de matemática e citados anteriormente. Segue abaixo fragmentos do seu primeiro estatuto, sobre a finalidade:

- I - congregar profissionais da área de Educação Matemática, bem como outros profissionais interessados nesta área ou áreas afins, com o fito de promover o desenvolvimento desse ramo do conhecimento científico;
- II - atuar junto aos órgãos governamentais na formulação, execução e avaliação da Política Nacional de Educação e, em especial, da Educação Matemática;
- III - atuar como centro de debates sobre a produção na área de Educação Matemática, propiciando o desenvolvimento de uma análise crítica dessa produção;
- IV - orientar e atuar na obtenção de recursos para o desenvolvimento de atividades na área de Educação Matemática;
- V - estimular atividades de pesquisa na área de Educação Matemática;
- VI - promover estudos e pesquisas, desenvolvimento de tecnologia alternativas, produção e divulgação de informações e conhecimentos técnicos e científicos referentes às atividades ligadas à Educação Matemática, nos termos do que dispõe a Lei Federal n.º 9.790, de 23 de março de 1999. (CAMPOS, 2004, p.27).

Acerca dos impactos que a SBEM causou na própria organização do ENEM, Andrade e Nacarato (2004, p. 2) afirmam que o ENEM adquiriu um estilo mais científico a partir da concretização da SBEM. Segundo os autores, a configuração dos anais, “revela um cuidado mais científico com o evento: a

existência de um comitê científico, a explicitação e distinção entre relato de experiência e comunicação científica, a exigência de bibliografias”.

Andrade e Nacarato (2004, p.4-5) concluem que a instauração da SBEM imprimiu uma característica mais científica, “quer pela organização do comitê científico, quer pela produção dos trabalhos”. Os autores também constataram o aumento no número de publicações e o número de pesquisadores envolvidos, “com destaque para a titulação dos mesmos, contando atualmente com vários mestrandos, mestres, doutorandos e doutores.”

Foi somente após todos esses acontecimentos que os educadores matemáticos passaram a se identificar como tal e a interrogar sobre a natureza desse novo campo profissional. É partir desse momento – final da década de 1980 – que as pesquisas realizadas isoladamente, nas diversas partes do país, passam a ser socializadas e discutidas por meio dos encontros específicos. (FIORENTINI e LORENZATO, p.32)

De fato, o ENEM tem sido um dos maiores encontros da Educação Matemática nacional, e a sua participação na criação da SBEM é evidente. Assim, o ENEM surge para ampliar a concepção de Professor para a de Professor Pesquisador, algo que modifica o cenário de ensino de matemática e que vai em direção ao diálogo participativo entre professores e pesquisadores.

Neste capítulo atendemos o objetivo acerca de discussões e apresentação sobre o ENEM.

### 3 ORIGENS HISTÓRICAS DO TEOREMA DE TALES

As origens das ideias e das concepções matemáticas, quase sempre, são condições questionáveis. No entanto, a concepção intuitiva sobre razão e proporção e as necessidades da sociedade, acabam por estar presentes em situações do cotidiano.

Sabe-se, de acordo com Tinoco (1996) que o conceito de proporcionalidade está intimamente ligado a conceitos de razão, proporção, regra de três, porcentagem, teorema de Tales e semelhança.

Historicamente, sobre a civilização Egípcia, deve-se considerar a maneira criativa que solucionavam seus problemas da época, através de instrumentos matemáticos. Dentre os problemas mais comuns encontrava-se o da medição de terras agrícolas e as técnicas agrícolas que se intensificavam na cheia do Rio Nilo.

Segundo Ronan (2001), a matemática egípcia encontrava-se confinada à aritmética, que por sua vez, era limitada à prática. O autor afirma, ainda, a existência das chamadas mentes investigadoras da época, geraram um tratado matemático, o papiro de Rhind, que apresenta alguns problemas geométricos referente a medição de áreas e volumes.

Os egípcios teriam revelado que seu rei partilhava a terra igualmente entre todos, contanto que lhe fosse atribuído um imposto na base dessa repartição. Como o Nilo, às vezes, cobria parte de um lote, era preciso medir que pedaço de terra o proprietário tinha perdido, com o fim de recalcular o pagamento devido. Conforme Heródoto, essa prática de agrimensura teria dado origem à invenção da geometria, um conhecimento que teria sido importado pelos gregos (ROQUE, 2012, p. 93).

De acordo com Garbi (2009), a influência das necessidades da época vivida pelos Egípcios levou ao avanço do conhecimento matemático da medição de terras, do cálculo do volume de troncos de pirâmide de bases inferior e superior quadradas apresentado no Papiro de Moscou, da resolução de operações com terços, metades, sétimos e área aproximada do círculo encontrados no Papiro de Rhind. Sobre o motivo pelo qual as primeiras soluções de problemas aritméticos e geométricos deram-se de maneira prática, sem preocupação com formalidades teóricas, Garbi (2009) explica que:

Tentativas, erros e experimentações seguramente aconteciam, até que fossem, um a um, sendo superados os problemas que surgiam. Tratava-se, pois, de um **aprendizado indutivo (ou empírico)**, em um processo de observações de padrões que se repetiam e que, por indução, levavam os pioneiros a crer que se estavam diante de verdades gerais. (GARBI, 2009, p.10).

Foi desta forma que segundo Garbi (2009), por experimentação, indução e algum raciocínio que a Matemática começou, e o conhecimento que “babilônios e egípcios haviam acumulado indutivamente durante pelo menos 15 séculos, os gregos viriam, no início do século VI a.C, a criar a verdadeira Matemática **dedutiva**, introduzindo o conceito de **prova** ou **justificativa lógica**.”

Em se tratando do numeroso volume de conhecimento reincidente dos jônios, Garbi (2009) destaca que “a Jônia<sup>2</sup> e não a península grega foi o verdadeiro berço da Filosofia e da Matemática dedutiva”. Garbi (2009, p.19), define as causas do surgimento e desenvolvimento intelectual intenso nas diversas direções possíveis do pensamento humano como sendo, talvez, “o maior mistério da História da Civilização”. Desta forma, não se sabe com se deu o surgimento da atividade intelectual na Jônia, mas sabe-se que foi nesta região acostumada a prosperar com a produção de vinhos, cerâmica, tecidos e azeite que surgiu Tales de Mileto (640 a.C., 564 a. C.).

De acordo com Garbi (2009), que de maneira comum à sua civilização, “embora a filosofia, a Astronomia e a Matemática fossem suas paixões, a atividade rotineira de Tales era o comércio”.

Eves (2011) cita a ocasião histórica em que Tales demonstrou como é fácil tornar-se rico ao alugar de uma só vez todas as prensas de azeite da região, da qual ele se tornara dono ao prever uma safra abundante de olivas.

Segundo Garbi (2009), no final do século VII a.C. Tales de Mileto participou da criação de um intercâmbio comercial realizado entre egípcios e jônios. O fato permitiu que os jônios absorvessem conhecimentos básicos da Geometria acumulado durante séculos por egípcios e mesopotâmios.

Eves (2011) afirma que, no sentido moderno da palavra, a matemática nasceu nessa atmosfera de racionalismo na cidade comercial de Mileto pela imposição de algumas experiências com o método demonstrativo.

---

<sup>2</sup> As ilhas do mar Ageu e o litoral da península da Anatólia (onde hoje situa-se a Turquia).” (GARBI, 2009, p.18)

De acordo com Roque (2012), escritos de Proclus mostram que o primeiro livro dos Elementos de Euclides continha um “Catálogo dos geômetras”, mencionado por Eudeno. A partir dessa fonte histórica existem construções matemáticas que teriam sido realizadas pelo próprio Tales “[...] há escritos de uma matemática técnica datados do século VI a.C com conceitos geométricos enunciados que também podem ter sido atribuídos a Tales. Proclus (1970 *apud* ROQUE, 2012, p.82) afirma que Tales conhecia um teorema sobre congruência de triângulos e utilizava-o para medir a distância entre um barco no mar e um certo ponto da praia.”

Já Roque (2012, p.82) expressa que Aristóteles menciona Tales na *Metafísica* como o fundador da filosofia.

Tales foi o primeiro a ir ao Egito e a trazer para a Grécia este estudo [geometria]; ele próprio descobriu muitas proposições, e revelou os princípios subjacentes a muitas outras para os seus sucessores, nalguns casos com um método mais geral noutros mais empírico. (KATZ, 1998, p.59).

Apesar de existirem muitas estórias acerca da vida de Tales e de suas obras o que inclui divergência na opinião de vários historiadores, o fato é que “tais estórias não provam a conjectura ousada de ter Tales criado a geometria demonstrativa; mas de qualquer forma Tales é o primeiro homem da história a quem foram atribuídas descobertas matemáticas específicas” (Boyer, 2010, p.32).

Segundo o livro *Comentário sobre o primeiro livro de Os Elementos* de Proclo, Boyer (2010) cita a seguinte nota:

Primeiro foi ao Egito e de lá introduziu esse estudo na Grécia. Descobriu muitas proposições, e introduziu seus sucessores nos princípios que regem muitas outras, seu método de ataque sendo em certos casos mais geral, em outros mais empírico. (BOYER, 2010, p.32).

Não se sabe o que despertou o interesse de Tales pela matemática, mas é afirmado por Crato (2009) que ele fez uma viagem ao Egito e conseguiu visitar as pirâmides em companhia do faraó Amasis.

De acordo com Crato (2009), na viagem pelo Egito, Tales ficou surpreso com a altura da Pirâmide de Queóps e pensou em uma maneira de medi-la sem sair do chão. Aplicando um teorema, que depois levou o seu nome, notou que a



razão entre a altura da pirâmide e a sua sombra era a mesma que a razão entre a sua altura e a sua sombra.

Assim, são creditados a Tales os seguintes teoremas, conforme é registrado por Garbi (2009):

1. Dois ângulos opostos pelo vértice são iguais;
2. Qualquer diâmetro divide o círculo em duas partes iguais;
3. Qualquer ângulo inscrito em um semicírculo é reto;
4. Em um triângulo isósceles, os ângulos da base são iguais;
5. Dois triângulos que tenham um lado e os ângulos a ele adjacentes respectivamente iguais são iguais;
6. Em triângulos semelhantes, os lados homólogos são proporcionais.

Baseado no aspecto das ideias possivelmente utilizadas por Tales, Bongiovanni (2007, p.97) diz que “cada um desses resultados certamente deveria ser necessário para justificar ou resolver alguma situação prática”. Por isso supõe que Tales é o dono da proposição conhecida por “caso ALA<sup>3</sup>” (ângulo-lado-ângulo) na congruência de triângulos, através dos escritos de Proclus.

De acordo com Proclus (Autor Original 1948 *apud* BONGIOVANNI, 2007, p.97) “Eudemo (320 a.C.), no seu livro ‘História da Geometria’ atribuiu a Tales esse teorema para determinar a distância que um barco se encontrava da costa”.

Possivelmente Tales teria usado um tipo de instrumento para medir o ângulo (Homem, barco, pé da torre) e sem mudar o ângulo, teria girado o instrumento meia volta, pedindo a alguém que marcasse no chão o ponto que o instrumento estaria apontando e a igualdade das visões seria a igualdade das distâncias (BONGIOVANNI, 2007, p.97).

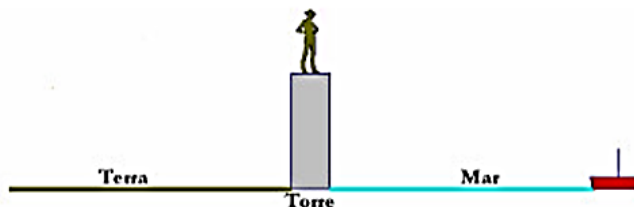


Figura 1: Medidas inacessíveis.

Fonte: (BONGIOVANNI, 2007, p.97)

<<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/download/12993/12094>>

<sup>3</sup> “Se dois lados de um triângulo são proporcionais a dois lados de outro triângulo e os ângulos inclusos a esses lados são congruentes, então esses triângulos são semelhantes”. (BAIRRAL, 2009, pg. 160)

A ideia, segundo o autor, seria imitar o inacessível do mar (distância homem ao barco) por uma medida acessível (distância homem ao ponto na terra). O artifício citado seria produzir um modelo reduzido, desenhando o triângulo HTN e HTS (Figura 2) para justificar e substituir a realidade. A existência do teorema ALA explica que os triângulos são congruentes e por isso o lado TS conhecido é a mesma medida do lado TN desconhecido.

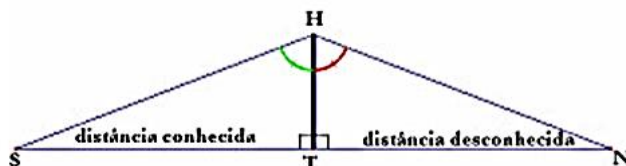


Figura 2 - Proposição de congruência de triângulos (ALA).

Fonte: (BONGIOVANNI, 2007, p.97)

<<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/download/12993/12094>>

Acerca da origem do Teorema de Tales, Eves (2011) destaca que o cálculo da altura das pirâmides foi uma motivação. Para tal, “Tales observou a pirâmide e lançou mão de alguns conceitos matemáticos conhecidos, como semelhança de triângulos, razão e proporção” (SANTOS e VIANA, 2013, p.11), o que impressionou os egípcios ao calcular a altura da pirâmide usando apenas seus passos como unidade de medida (BAIRRAL, 2009, p.8).

O historiador Diógenes Laércio relata a origem do Teorema de Tales por escritos de um discípulo de Aristóteles chamado Hierônimos (BONGIOVANNI, 2007, p.98). Em seu relato o escritor diz que “Tales mediu as pirâmides pela sombra, depois de observar o tempo que a nossa própria sombra demora a ficar igual à nossa altura” (BONGIOVANNI, 2007, p.98). Já Eves (2011) afirma que Tales anotou o comprimento da sombra no momento em que esta era igual à altura da pirâmide que a projetava” (EVES, 2011, p.115).

Há ainda uma segunda versão dada por Plutarco sobre a origem do teorema no qual Tales teria colocado uma vara fincada verticalmente no chão e através da semelhança de triângulos descobriu a altura (EVES, 2011, p.115).

[...] limitando-te a colocar o bastão no limite da sombra lançada pela pirâmide, gerando o raio de sol tangente aos dois triângulos, demonstraste que a relação entre a primeira sombra e a segunda era a mesma que entre a pirâmide e o bastão. (BONGIOVANNI, 2007, p.98).

A seguir apresenta-se a representação geométrica da concepção traçada anteriormente.

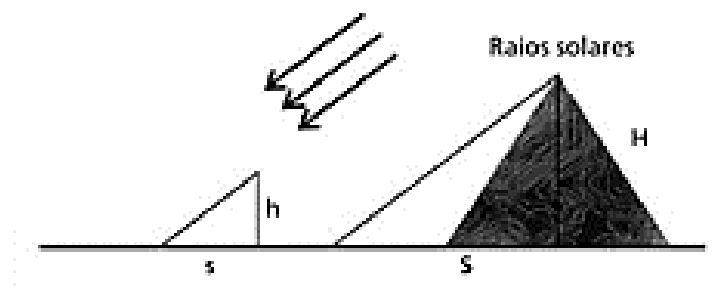


Figura 3 - Representação de triângulos retângulos formados pelas projeções das sombras.  
Fonte: (BAIRRAL, 2009, p.21) <<http://www.gepeticem.ufrj.br/portal/wp-content/uploads/2017/04/48340.pdf>>.

Para fazer o cálculo Tales usou a semelhança de triângulos retângulos imaginários, formados pela projeção das sombras da pirâmide e da sombra da estaca de altura conhecida, fincada na perpendicular, próxima à pirâmide (BAIRRAL, 2009, p.8).

Tales, possivelmente, fez algumas considerações. Primeiro “observou que uma parte da sombra se escondia no interior da base da pirâmide” (SANTOS e VIANA, 2013, p.11), e de acordo com Garbi (2009) a pirâmide tinha base quadrada em torno de 230 metros. Desta maneira Tales constatou que deveria somar o comprimento da sombra da pirâmide à metade da medida da base da pirâmide (SANTOS e VIANA, 2013, p.8-9). Além dessas análises, Tales considerou também, de acordo com Santos e Viana (2013), que as sombras projetadas eram relativamente de medidas comuns e que os raios solares são paralelos.

Com base nas informações históricas existentes é possível admitirmos que foi com o trabalho dos geômetras gregos, começando com Tales de Mileto (c. 624 – 547 a.C.), que a geometria se estabeleceu como a teoria dedutiva. A Teoria dedutiva a que nos referimos, compõe-se de três aspectos básicos iniciais: a intuição, a descoberta empírica e a experimentação (MENDES, 2009, p. 104).

Num paralelo entre a experiência de Tales e as constatações históricas, percebe-se o caráter intuitivo na matemática egípcia, na agrimensura, na medição de alturas inacessíveis. No caso dos aspectos da intuição, um dos pilares desse tipo de pensamento, o caráter imaginativo da matemática refere-

se à capacidade de pensar, imaginar e supor resultados a partir dessa imaginação, como afirma Mendes (2009).

A citação anterior também revela uma construção do conceito que parte de problemas do cotidiano, passa pela observação, segue pela intuição, busca-se uma solução empírica e em seguida sua validação. Este modelo de desenvolvimento de ideias e conceitos necessitavam de uma garantia lógica/matemática para que pudessem ser utilizados sem preocupações em situações rotineiras.

Sobre os aspectos históricos destacados neste capítulo, eles servem de elementos balizadores para destacar o alto grau de importância deste conteúdo matemático da escola básica.

A história revela a ampla relação do Teorema de Tales com diversos conceitos da Matemática Básica, em destaque aqueles relacionados à geometria, tais como: semelhança de triângulos, razão e proporção, isometrias, homotetias, rotações de figuras planas com preservação de propriedades métricas, regra de três e porcentagem.

Segundo Bongiovani (2007, p.96), “Uma outra ligação importante do Teorema de Tales com outros saberes está relacionada com as representações gráficas das funções lineares e afins. Ele justifica que tais representações são retas”.

Além desta impregnação mútua dos conceitos destacados anteriormente, há outro aspecto que deve ser levado em conta, aquele que revela o caráter empírico da descoberta. Historicamente, percebe-se um modelo de descoberta que está encadeado nos seguintes preceitos: Observação, intuição, busca de solução empírica, validação prática, necessidade de validação lógica/matemática.

Este modelo pode ser descrito segundo o mapa conceitual abaixo.



Quadro 1: Mapa conceitual da descoberta

Sobre a perspectiva da construção do conceito, percebeu-se a necessidade de investigar e apresentar como está o ensino do Teorema de Tales na atualidade. No entanto, cabe destacar que tais procedimentos históricos se assemelham a procedimentos de teoria de Investigação Matemática e a de Resolução de Problemas. Um questionamento que surge é se tais concepções teóricas surgem, naturalmente, nas pesquisas sobre a temática, apresentadas no ENEM? A seguir passa-se a apresentação sobre esta temática e o ensino de matemática.

## 4 SOBRE O ENSINO DE MATEMÁTICA

O ensino de matemática pode refletir questões amplas da educação brasileira. Assim, situações de falta de estrutura física, condições de trabalho, políticas públicas, a formação inicial do professor e a formação continuada, são elementos que permeiam esta discussão.

A existência de problemas no ensino de matemática fica evidente a partir de pesquisas em artigos de educação matemática, que em boa parte, abrem discussão sobre os obstáculos encontradas pelos alunos em matemática.

Na reflexão sobre o tema Gigante (2012) diz que o baixo desempenho dos alunos em matemática é uma consequência da abordagem superficial e mecânica de componentes curriculares nas escolas, que se desenvolve sem vínculo com os problemas do cotidiano do aluno, sem discussão de ideias, sem desafios, sem questionamentos constantes.

Santos *et al.* (2007) comenta sobre o ensino dos números racionais, relatando que algumas dificuldades dos alunos com o conteúdo estão diretamente ligadas ao aluno receber noções incompletas dos conceitos, vaga ideia do algoritmo, podendo aprender a somar ou dividir frações, mas de forma mecânica, sem verdadeira compreensão do que estão fazendo. Santos *et al.* (2007) ainda conclui seu trabalho afirmando que:

A educação de uma nova escola exige um novo professor, alguns professores continuam cobrando memorização que não fazem sentido para o aluno que simplesmente decora como no caso do algebrista, ou seja, uma aprendizagem mecânica, fazendo destes alunos, depósitos de signos sem significados, sem relações primordiais com seu contexto. (SANTOS *et al.*, 2007, p.37).

O professor David Munford, em entrevista para a revista online *Veja*<sup>4</sup>, aponta para o motivo das dificuldades com a matemática como sendo a maneira abstrata de ensiná-la. O professor também indica que os problemas da dificuldade com a matemática também estão presentes nos Estados Unidos, “sim, é um problema de todos” enfatiza Munford.

Situações parecidas como a do professor Munford ocorrem no ensino de razão e proporção no Brasil, no qual Batista e Lima (2016) destacam a grande

---

<sup>4</sup> Fonte: <<http://veja.abril.com.br/noticia/educacao/estados-unidos-tambem-penam-para-ensinar-matematica>>

importância do conteúdo, estando presente em todas as ciências e em diversas situações do nosso cotidiano, mas ao ensiná-los na escola são atribuídos significados diferentes destes, sem que seja feita alguma relação com o dia-a-dia.

Além da opinião de professores e especialistas da área, o relatório<sup>5</sup> 'De Olho nas Metas 2011', elaborado pelo movimento Todos Pela Educação (TPE) com base em informações coletadas pela Prova Brasil e pelo Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb), mostra a realidade dos resultados de alunos do Ensino Médio apontando para possíveis resultados de como a matemática tem sido 'aprendida' pelos alunos da Educação Básica no Brasil. Cerca de 89% dos alunos chegaram ao final do Ensino Médio sem aprender o mínimo desejado em matemática.

Segundo algumas pesquisas<sup>6</sup> de especialistas do movimento TPE em 2013, dados mais recentes mostram que somente 9,3% dos alunos do 3º ano do Ensino Médio aprenderam o considerado adequado em matemática. Condições como estas mostram que os valores obtidos estão bem abaixo das metas intermediárias de 28,3% definidas pelo TPE para este mesmo ano.

Geraldi *et al.* (2013), também, em relação ao tema expõe que a matemática na Educação Básica é apresentada aos alunos de maneira repetitiva e decorativa, o que gera alunos desinteressados e desestimulados, que não conseguem raciocinar de maneira lógica. O raciocínio lógico necessário tem suas atribuições para o aluno que são admitidas nas considerações de Geraldi *et al.* (2012):

O Raciocínio Lógico também é usado e serve para justificar o pensamento matemático na formação intelectual do aluno [...] e assim o aluno começa a examinar os dados que ele retirou do problema e chega a uma conclusão, ou seja, chega a solução que ele pretendia isso pode ser considerado um raciocínio (GERALDI, 2012, p. 120).

Outro fator de peso que analisa os motivos das dificuldades com matemática foi desenvolvido pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). A pesquisa mostra, baseado no último

---

<sup>5</sup> Fonte: <<http://zh.clicrbs.com.br/rs/noticias/noticia/2012/10/por-que-89-dos-estudantes-chegam-ao-final-do-ensino-medio-sem-aprender-o-esperado-em-matematica-3931330.html>>

<sup>6</sup> Fonte: <<http://www.todospelaeducacao.org.br/sala-de-imprensa/releases/34223/relatorio-do-movimento-todos-pela-educacao-apresenta-estudos-ineditos/>>

teste Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA), que o nível de conhecimentos básicos dos alunos brasileiros está classificado abaixo de países como Albânia e Costa Rica.

O estudo intitulado “*Alunos de baixo desempenho por que ficam para trás e como ajudá-los?*”, divulgado em fevereiro de 2016, indicou que apesar da melhora no ranking de países, o Brasil ocupa a 58<sup>o</sup> posição dos 65 países e territórios analisados. O Brasil obteve nota total de 391 pontos em matemática, enquanto a média de nota dos países da OCDE é de 494 pontos.

Desde a primeira edição do programa PISA a prova de matemática já mostrava as dificuldades dos alunos brasileiros com raciocínio lógico e conhecimentos básicos da disciplina, segundo artigo divulgado no *site* O GLOBO<sup>7</sup>. Nele, para muitos especialistas indicam que o problema está justamente na interpretação dos enunciados, logo não conseguem formalizar um pensamento baseado nos dados do problema e, por conseguinte não consegue chegar à uma conclusão do problema.

Associada a propriedade geométrica sempre temos uma configuração, ou seja, objetos geométricos em relação, com componentes conceitual e figural. Deduzir uma propriedade significa estabelecer uma cadeia lógica de raciocínios conectando propriedades do enunciado tomadas como pressupostos (hipóteses) às propriedades ditas decorrentes (teses). Esta cadeia de raciocínios é o que denominamos de argumentação lógica e dedutiva [...] Neste processo de argumentação as duas dificuldades básicas são: a) perceber no desenho configurações simples dentro de configurações complexas, as quais vão ser os “elos” compondo a cadeia de argumentação e b) controle do desenho para que características de contingência da representação não sejam incorporadas as propriedades matemáticas que determinam a configuração. (GRAVINA, 1996, p.3).

Percebe-se pelo destaque na fala de Gravina (1996) que as dificuldades dos alunos estão baseadas, também, na falta de uma cadeia lógica de raciocínio, tal análise está de acordo com os últimos resultados obtidos no teste PISA que indicaram a grave defasagem dos alunos brasileiros na parte lógica dos problemas.

A partir dos comentários de Gravina (1996) vemos que o primeiro ponto levantado acerca da dificuldade da argumentação dos alunos está em não

---

<sup>7</sup> Fonte: <<http://oglobo.globo.com/sociedade/educacao/alunos-brasileiros-ficam-entre-os-piores-em-teste-de-raciocinio-logico-12052532>>



conseguir encontrar objetos geométricos e componentes conceituais básicos em meio a outros objetos geométricos mais complexos.

Essa situação<sup>8</sup> é explorada por Gravina (1996, p.5), que destaca a situação de alunos que deveriam calcular os ângulos  $x$ ,  $y$  e  $z$  de um trapézio, como mostra a figura a seguir.

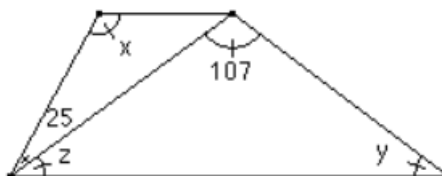


Figura 4: Trapézio

Fonte: (GRAVINA, 1996, p.5)

<[http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos\\_teses/EDUCACAO\\_E\\_TECNOLOGIA/GEODINAMICA.PDF](http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/EDUCACAO_E_TECNOLOGIA/GEODINAMICA.PDF)>

O resultado da pesquisa mostra que 62% dos alunos entrevistados acertaram os valores dos ângulos  $z$  e  $y$ , entretanto 42% errou o valor do ângulo  $x$ . Gravina observa dificuldade nesse caso que:

[...] na identificação de configurações simples dentro de configurações complexas; o cálculo dos ângulos  $y$  e  $z$  envolve a propriedade da soma dos ângulos de um triângulo, que é bastante familiar aos alunos. (GRAVINA, 1996, p.5)

Gravina (1996, p.5), em contrapartida, completa dizendo que: “[...] já o cálculo do ângulo  $x$  envolve propriedade decorrente do paralelismo, estando esta configuração imersa em configuração mais complexa”.

Bigode (2017) explica, que em relação aos melhores índices de resultados do PISA, que nos países considerados desenvolvidos, o currículo é estruturado na busca da aproximação entre o conceito matemático e sua aplicação no cotidiano dos alunos, tal ação promove significados à matemática.

Espera-se com isto, entre outros objetivos, mudar uma imagem distorcida da matemática que a associa a seu lado mais negativo e desinteressante: a mecanização, a decoreba, os exercícios repetitivos, os macetes, as dificuldades e a aridez entre outros adjetivos pouco nobres. (BIGODE, 2013, p.2).

---

<sup>8</sup> A situação apresentada anteriormente tem relação íntima com o teorema de Tales e a semelhança de triângulos, por isto optou-se pela apresentação deste exemplo.

A citação confirma a necessidade de mudanças nos paradigmas do ensino de matemática e a superação de problemas já arraigados no cotidiano do ensino de matemática.

Em entrevista ao canal Univesp<sup>9</sup>, Bigode (2014) considera que “na<sup>10</sup> nossa cultura curricular e nas nossas práticas didáticas os alunos tem sido, quase que, treinados a responder problemas que tem pouco nível de obstáculo, e tendo pouco nível [...] você desenvolve menos as suas estruturas cognitivas”.

Este pensamento está de acordo com Gravina (1996), que aponta as dificuldades dos alunos ao interpretar tipos diferentes do mesmo problema e de resolver problemas que envolvessem objetos menos complexos dentro de outros mais elaborados.

De fato, o que parte dos alunos têm visto em matemática nas escolas não tem atingido o objetivo de criar um relacionamento direto do que se aprende em sala com o mundo que nos cerca.

Vista a necessidade de um modelo que dê conta de fazer o aluno compreender a matemática de maneira significativa, alguns professores e pesquisadores buscam nas diversas metodologias soluções que levem o aluno a descoberta da matemática. Em busca deste panorama apresenta-se a seguir algumas considerações sobre o Ensino e aprendizagem do Teorema de Tales.

#### 4.1 ENSINO E APRENDIZAGEM DO TEOREMA DE TALES

Acredita-se que é na busca de soluções para as dificuldades que alguns professores encontraram suporte em tendências do ensino de matemática. Mesmo com atitudes didáticas diferenciadas de uma parcela dos professores de matemática, ainda subsiste um número considerável de alunos que não tem vivência e experiências de uma matemática com significado e com aplicações.

Geralmente, em uma aula de matemática, poucas vezes geram-se situações em que o aluno deva ser criativo, ou onde o aluno esteja motivado a solucionar um problema pela curiosidade criada pela situação em si ou pelo

---

<sup>9</sup> Universidade Virtual do Estado de São Paulo

<sup>10</sup> Transcrição livre da fala de Bigode no vídeo. Disponível em: [https://www.youtube.com/watch?v=jzAA5994\\_70](https://www.youtube.com/watch?v=jzAA5994_70)

próprio desafio do problema. Tal fato é reforçado na fala de D'Ambrósio (1989, p.2) que afirma que “Na matemática escolar o aluno não vivencia situações de investigação, exploração e descobrimento”.

Salienta-se que a consequência de um ensino não investigativo pode gerar resultados indesejáveis, como a falta de conexão entre o que é ensinado e a construção do conceito matemático.

O aluno pode, ainda, desenvolver a falta de inter-relação, que representa ausência da ligação entre o conteúdo matemático e a própria matemática, o que caracteriza uma formação fragmentada e sem coesão. Dessa forma, o ensino segue um rumo onde muitos alunos não compreendem a matemática da sala e muito menos fazem a ligação desta com a realidade.

Possivelmente, à medida que, muitos desses estudantes avançam na Educação Básica, podem estar seguindo uma formação matemática sem significado para sua vida.

Ainda que alguns se apropriem do conhecimento e compreendam o que é falado, a maioria apenas reproduz o que foi dito em testes, provas ou exercícios de aula pouco desafiadores, que em nada contribuem para o desenvolvimento da reflexão e da argumentação. (GIGANTE, 2012, p.52)

Seguindo esta linha de pensamento, torna-se importante estar pesquisando acerca das dificuldades que os alunos apresentam durante o período escolar e tentar identificá-las ao ponto de propor uma solução para esse problema.

Assim, uma questão que segue é se Tales desenvolveu sua ideia a partir do empírico em direção a experimentação e a validação de sua conjectura. Esta condição parece ser o caminho histórico traçado por ele e, validada pelos livros de história da matemática. No entanto, cabe salientar que a história é uma análise de fragmento, e que pode ser alterada com a descoberta de novos documentos históricos.

Em relação aos processos de descoberta empírica e a experimentação não se tem registros de que Tales as realizou, seja completa ou parcialmente, contudo a conclusão de seus estudos foi feita de maneira sistematizada, mais tarde, pelos pitagóricos e outros matemáticos como Euclides, Descartes e outros, afirma Mendes (2009).

A reafirmação desse fato é feita por Miguel *et al.* (2009), ao assegurar que com o passar do tempo, a estratégia utilizada por Tales para medir a altura da pirâmide foi sendo aperfeiçoada pelas diferenças climáticas existentes em cada estação do ano, além das inúmeras tentativas de outros geômetras que procuraram medir a altura de outros objetos, conseguindo assim alcançar um nível cada vez mais refinado de medir altura dos objetos existentes ao seu redor.

Mendes (2009) destaca o significado dos três aspectos para a Geometria. Primeiro o aspecto imaginativo da matemática, ou de supor resultados, o autor afirma que a descoberta empírica está ligada à ideia de garantir conclusões aleatórias, sem preocupação com o que aconteceria. Já a experimentação como sendo o processo de encontrar resultados através de práticas contínuas e realizadas várias vezes, obtendo resultados repetidos, porém esperados.

A afirmação anterior, leva a crer que o caminho empírico-experimentação-validação possa ter ocorrido de forma natural, no desenvolvimento das ideias de Tales.

O fato de não sabermos em que fase desse processo de pensamento Tales já tinha alcançado àquela época, abre espaço para uma discussão acerca do que hoje conhecemos sobre o Teorema de Tales e quais aspectos da Geometria são trabalhados ao ensinar esse conteúdo na escola.

Nos PCN verifica-se algumas poucas referências ao conteúdo do Teorema de Tales. O documento orienta os professores sobre os conceitos e procedimentos no ensino do conteúdo utilizando “Verificações experimentais e aplicações do teorema de Tales” (BRASIL, 1998, p.89). Assim, os PCN sugerem que o conteúdo do Teorema de Tales seja vivenciado no processo de construção pela experimentação e de certa forma pela geometria.

Outro fator de importância, se refere à percepção do aluno relativa a matemática dedutiva existente, já citada anteriormente. A orientação dos PCN (BRASIL, 1998) sugere a estimulação no aluno na capacidade de ouvir, discutir, escrever, ler ideias matemáticas e entre outras coisas desenvolver o pensamento indutivo/dedutivo que o ajudará a abstrair elementos de diversas situações, generalizando e deduzindo.

Ainda no ambiente de documentos oficiais, temos a referência do Currículo Mínimo 2012 de Matemática do governo do Estado do Rio de Janeiro, desenvolvido pela Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro

(SEEDUC – RJ). Segundo a SEEDUC, encontram-se dispostos nesse documento, às competências e habilidades que deveriam constar nos planos de cursos e aulas oferecidas pelas escolas da rede pública de ensino de todo o estado do Rio de Janeiro.

O currículo mínimo faz uma única referência ao Teorema de Tales para turmas do 9º ano do EF, no primeiro bimestre, no bloco de Campo Geométrico e diz que as competências e habilidades que devem ser adquiridas são: “utilizar o Teorema de Tales para resolver situações do cotidiano” (RIO DE JANEIRO, 2012, p.12).

Ao analisar os dois documentos é possível estabelecer uma ponte entre o objetivo do ensino contido nos PCN e no Currículo Mínimo da SEEDUC. Essa conexão ocorre no aspecto de abordagem do conteúdo mediante a aplicação do Teorema de Tales em situações do cotidiano. Ambas sugerem que o aluno deva saber aplicá-lo em situações próprias da vida prática.

Assim, retornamos ao ponto de partida no antigo Egito com as utilizações da matemática como instrumento prático, porém, agora, evidentemente, mais estruturada e formalizada do que a iniciada nos trabalhos dos geômetras gregos.

Acerca da forma como estas civilizações utilizavam a matemática, Geraldi afirma que:

A matemática surgiu no passado para resolver problemas do dia a dia dos povos que viveram muito antes da geração atual, é essa função de resolver problemas práticos que precisa ser resgatada. (GERALDI, 2013, p.133).

Visto as informações de documentos oficiais, sabe-se que o Teorema de Tales tem espaço no ensino de Geometria tanto para o âmbito Nacional, quanto no estadual. Cabe questionar se a maneira como este saber tem sido abordado pelos professores e interpretado pelos alunos está correta ou se há falhas no seu aprendizado.

De acordo com Da Silva (2004, p.10), “a geometria como disciplina teve seu lugar no ensino no Brasil desde os períodos Imperial e Republicano (1850)”. E foi no decorrer do século XX que reformas educacionais ficaram conhecidas por causar mudança na maneira de se ensinar.

De acordo com Brasil (1998), nas décadas de 60/70, o ensino de Matemática no Brasil foi influenciado pelo movimento de renovação conhecido

por Matemática Moderna. Um importante assunto que essas reformas deixaram de observar foi exatamente que a proposta estava fora do alcance dos alunos, principalmente dos alunos das séries iniciais, destaca esse documento. Com o surgimento dos PNC, amplas discussões e reformas no currículo da Matemática básica brasileira passaram a ocorrer.

Afim de estudar os livros didáticos usados no Brasil para o ensino do Teorema de Tales no período de 1955 a 2004, Da Silva (2004) discute quais foram as mudanças no tratamento de diversos autores. A autora divide em três períodos a serem estudados: 1º período (antes da Matemática Moderna), 2º Período (Matemática Moderna) e 3º Período (Contemporâneo).

Em relação a abordagem, o estudo concluiu uma mudança constante do texto que é designado por teorema de Tales<sup>11</sup>. Quanto as tarefas estudadas nos livros didáticos, dos 121 exercícios estudados, 107 são do tipo “calcular comprimento do segmento”. A maior ênfase encontra-se durante a fase da reforma da Matemática Moderna com cerca de 58 de 65 exercícios e menor destaque no período contemporâneo com 21 de 26 exercícios<sup>12</sup>.


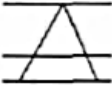


De acordo com os dados apresentados por Da Silva (2004), pode-se verificar que a importância dada ao Teorema de Tales, pelos livros didáticos, tem diminuído no decorrer dos anos. Destaca-se aqui que o livro didático é quase sempre, o único recurso utilizado pelo professor de matemática e, portanto, o status dado a certo conteúdo em livros, pode se refletir nas práticas dos professores e, de certa forma, no currículo escolar.

São quatro os tipos principais de configurações identificados por Da Silva (2004). O quadro 2 apresenta as configurações encontradas pelo autor.

---

<sup>11</sup> Da Silva (2004, p.75)

<sup>12</sup> Da Silva (2004, p.77)

 <p>Configuração I</p>	 <p>Configuração II</p>
 <p>Configuração III</p>	 <p>Configuração IV</p>

Quadro 2: Configuração das imagens do Teorema de Tales.

Fonte: (DA SILVA, 2004, p.80)

O que contribui ao presente trabalho não é o fato de haver diferentes representações atribuídas ao enunciado do referido teorema na história da abordagem do conteúdo pela educação no Brasil. Bongiovanni (2007, p.6), afirma que, em alguns países como a Alemanha, é atribuído o nome Teorema de Tales ao enunciado “todo triângulo inscrito numa semicircunferência é retângulo”, assim como outros países usam nomenclaturas distintas para atribuir ao que conhecemos pelo nome de Teorema de Tales.

Esta multiplicidade de conceitos associados a Tales só reforça as descobertas realizadas por este filósofo e matemático, bem como amplia a visão sobre o próprio Teorema de Tales.

Com relação ao livro didático, segundo Da Silva (2004), apesar das tarefas em maior número representarem um enunciado simples, isto significa que a atividade pode ser resolvida apenas com o uso da regra de três, a pesquisa mostra que o uso de diferentes configurações é uma constante nestes capítulos e que seus exercícios, nem sempre fazem uso da técnica de aplicação do Teorema de Tales.

As considerações anteriores mostram que um livro, mesmo sendo contemporâneo, ainda não está comprometido em tudo com a propostas dos PCN (BRASIL, 1998) já exposta, anteriormente, envolvendo a experimentação e também a aplicação do teorema de Tales. Tal pensamento é concordante com os PCN (BRASIL, 1998, p.19) ao afirmar que o nosso país ainda é marcado pela

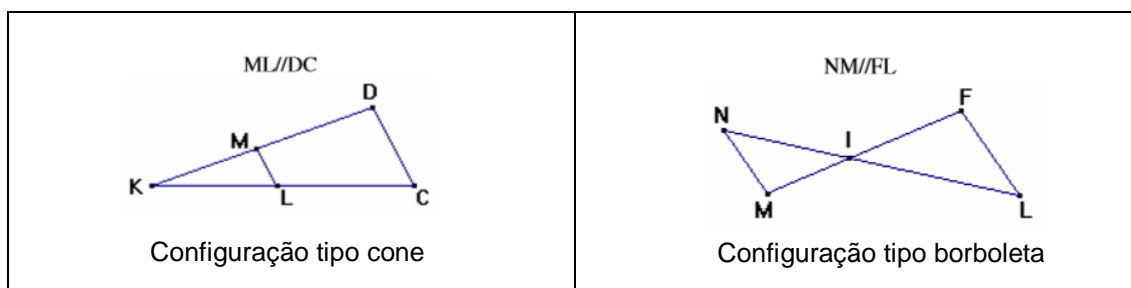
formalização precoce de conceitos, preocupação ardua em treinar a mecanização de processos sem compreensão.

Vale destacar, por Silva e Costa Júnior (2016, p.7) que:

Resolver problemas que envolvem o conceito de proporcionalidade vai muito além da mera aplicação de algoritmos, a exemplo da regra de três, costumeiramente associada à proporcionalidade. A compreensão de problemas que envolvem a proporcionalidade requer inicialmente, o estabelecimento das relações que existem entre as grandezas ou variáveis.

Ainda por Da Silva (2004, p.71), o livro de Imenes (2002) trata o assunto do teorema de Tales para o cálculo do comprimento de segmento, no entanto, existem outras tarefas que exigem do aluno um conhecimento mais reflexivo acerca do Teorema de Tales.

O artigo “Diferentes apresentações matemáticas e o comportamento dos alunos face ao Teorema de Tales” (CHARALAMBOS LEMONIDIS 1992, *apud* BONGIOVANNI, 2007, p.104), sugere a falta de um entendimento correto do teorema de Tales. Esta pesquisa faz análise de duas questões que abordavam retas concorrentes em posições distintas para cada problema. Na primeira questão, o autor chama de configuração tipo cone o esquema de segmentos concorrentes, como é mostrado no quadro 3, e semelhante a configuração III da pesquisa de Da Silva (2004). A segunda questão, chama de configuração tipo borboleta a imagem representada semelhante a configuração IV vista anteriormente.



Quadro 3: Configuração cone e borboleta.

Fonte: (BONGIOVANNI, 2007, p.104-105)

A pesquisa mostrou que existem mais erros para as fórmulas do tipo borboleta do que da configuração tipo cone. Os erros mais frequentes dos alunos na configuração tipo cone foram as falsas relações:  $\frac{KD}{KC} = \frac{ML}{DC}$  ou  $\frac{ML}{DC} = \frac{LC}{MD}$ .



Os erros mais comuns para a configuração do tipo borboleta foram as relações incorretas:  $\frac{IN}{IF} = \frac{IM}{IL}$ ,  $\frac{FL}{NM} = \frac{IM}{IF}$ ,  $\frac{IN}{IL} = \frac{IF}{IM}$ ,  $\frac{NL}{NI} = \frac{MF}{MI} = \frac{FL}{MN}$ ,  $\frac{FL}{NM} = \frac{IF}{IL}$  ou  $\frac{FL}{NM} = \frac{MF}{NL}$ .

Lemonidis (1992 *apud* BONGIOVANNI, 2007, p.105-106) faz algumas sugestões aos professores:

O Teorema de Tales deve ser tratado simultaneamente nos três registros: figurativo (as diferentes configurações), simbólico (fórmulas de igualdade de razões) e numérico (substituição das letras por números).

Fazer variar o registro figurativo durante a aprendizagem do teorema de Tales (configuração tipo cone e configuração tipo borboleta).

As configurações apresentadas acima são uma forma rica pois contém vários tipos de razões e isto permite fazer a distinção entre elas, utilizando o registro numérico dessas razões. Ao contrário, isto não seria possível com a configuração de duas retas que cortam várias retas paralelas. (BONGIOVANNI, 2007, p.105-106)

As dificuldades relatadas pela experiência de Limonides (1992 *apud* BONGIOVANNI, 2007, p.104-106) e as afirmativas anteriores, mostram casos no qual há falta de assimilação dos alunos nesse conteúdo, e apontam para casos onde não há o cumprimento da experimentação, esta ação é destacada pelos documentos oficiais do Governo sobre Ensino de Matemática.

Levando-se em conta que o ensino do teorema de Tales utiliza-se da proporcionalidade, Imenes (2008) afirma que:

[...] visto sua aplicação a diversas situações do dia a dia (compra e consumo, escalas, produtividade, ...); dentro da própria matemática (multiplicação e divisão, equivalência de frações, porcentagem, relações entre unidades de medida, semelhança geométrica e homotetia, teorema de tales ...); e sua utilização por diversas áreas do conhecimento (física, química, biologia, engenharia ...). (IMENES, 2008, p.7).

Partindo do pressuposto histórico do conteúdo e de seu ensino, com destaques as propostas das reformas educacionais, pode-se inferir inconsistências na relação conteúdo, forma de apresentação e de aplicações. Este equívoco refere-se explicitamente a apresentação do teorema de Tales de forma operacional e aritmética.

Cabe salientar que Base Nacional Curricular Comum (BNCC), reforma vigente no ambiente educacional brasileiro, orienta que a Geometria não pode ficar restrita a simples aplicações numéricas do teorema de Tales. A BNCC (BRASIL, 2017, p. 270), também direciona o estudo do Teorema de Tales através das “verificações experimentais”.

Aqui, cumpre-se o objetivo relacionado a apresentar algumas questões sobre o ensino do Teorema de Tales no Brasil.

O próximo capítulo apresenta uma análise das principais pesquisas desenvolvidas por professores e pesquisadores nos ENEM, em relação a temática principal deste trabalho. Estes trabalhos envolvem, principalmente, o raciocínio proporcional que segundo Cai e Sun (2002 *apud* LOUREIRO, p.17) “é uma das formas mais importantes de raciocínio matemático [...] O raciocínio proporcional pode ser usado para resolver uma grande variedade de problemas da vida real”.

## 5 PESQUISA DOCUMENTAL

Neste capítulo é apresentado um panorama sobre as pesquisas acerca do Teorema de Tales no ENEM. Busca-se um olhar abrangente e significativo das publicações no que tange ao referencial teórico, metodologia de pesquisa, foco de sujeitos e indícios dos caminhos tomados pelas publicações no período descrito no título deste trabalho.

### 5.1 MÉTODO DA PESQUISA

A primeira ação desta pesquisa documental foi a de escolher os tipos de trabalhos a serem analisados, isto é, partir dos tipos de publicações das edições do ENEM. Nos encontros foram publicados os trabalhos de Comunicação Científica, Relato de experiência, pôster, mesa-redonda, palestra, minicurso e exposição.

A escolha desse trabalho limitou-se aos relatos de experiência e comunicações científicas já que esses tipos de trabalhos permitem uma melhor análise do seu conteúdo e se adequam as questões de análise propostas. Destaca-se que, os minicursos apresentam um resumo e desenvolvimento escrito, no entanto não há análise do ensino e aprendizagem, visto que representa uma proposta de atividade para o evento.

Após a escolha dos tipos de trabalhos, realizou-se a seleção inicial daqueles que teriam afinidade com a temática de forma geral. Neste processo foram utilizadas a busca através das seguintes palavras-chave: Isometrias, homotetias, ladrilhamento, Teorema de Tales, razão e proporção e proporcionalidade. A escolha das palavras ocorreu em função da relação direta com o Teorema de Tales, com destaque ao capítulo referente a História do Teorema de Tales, e dos referenciais teóricos adotados anteriormente nesta pesquisa.

Após a seleção inicial dos trabalhos, foi realizada uma nova seleção. Este processo avaliou as publicações que teriam ligação com a temática de forma específica, ou seja, o Teorema de Tales. Assim, alguns poucos trabalhos foram descartados.

A seleção e o descarte dos trabalhos ocorreram através da leitura dos resumos de cada pesquisa e, em caso de dúvida, optou-se pela leitura de toda publicação em análise.

Após as duas etapas de seleção final e inicial, foi iniciada a etapa de classificação dos trabalhos quanto ao tipo de estudo realizado: diagnóstico, experimental e teórico.

Os tipos de estudos escolhidos tiveram embasamento sob as concepções de Batista e Lima (2016) publicado no XII ENEM. Os autores fizeram análise bibliográfica dos trabalhos dos X ENEM e XI ENEM, entretanto abordaram o tema razão e proporção. Portanto, este trabalho representa uma extensão desta pesquisa.

Na classificação dos trabalhos tomou-se como referência algumas definições sobre estudo diagnóstico, experimental e teórico:

Classificou-se como estudos diagnósticos todos os trabalhos que realizaram pesquisa de campo/diagnóstico da realidade, ou seja, são aqueles onde o pesquisador busca descobrir os entraves, problemas e questões que estão dificultando e/ou facilitando o ensino e/ou aprendizagem.

Classificou-se como estudos experimentais aqueles onde é realizada pesquisa de campo/experimental, ou seja, aqueles onde o conteúdo/forma/realização está ligado a prática matemática e a validação de técnicas e materiais didáticos para o ensino.

Classificou-se como estudos teóricos os trabalhos que buscaram fazer reflexão sobre o processo de ensino e/ou aprendizagem.

Em suma foi classificado como estudo diagnóstico aqueles que derivam apenas da experiência, experimentais aqueles que buscam identificar as causas de um problema de ensino e/ou aprendizagem *in loco* e, teóricos os estudos que não tiveram caráter prático.

Em uma nova etapa de classificação o objetivo foi o de separar os trabalhos quanto ao campo de abordagem do conteúdo. Nesta análise o enfoque da pesquisa se apoiou no uso da geometria, e/ou aritmética e/ou álgebra. Destaca-se, aqui, que a preocupação em validar os dados encontrados através de imagens e trechos das pesquisas voltadas a temática.

Por fim, a última classificação teve caráter mais diagnóstico e buscou fazer uma análise específica dos aspectos voltados ao conteúdo, metodologia

da pesquisa, referencial teórico utilizado, recurso utilizado, se há criação de material didático, o ano de escolaridade em caso de proposta e o foco no professor e/ou no aluno. Aqui, cabe destacar que se observou o caso do foco no conteúdo.

Em seguida foi feito o tratamento dos dados, eles foram catalogados em tabelas, quadros e gráficos apresentados no subcapítulo a seguir. O objetivo foi fazer levantamento numérico de trabalhos publicados nos ENEM desde 1998 até 2016, levando em conta que estes foram validados pela seleção inicial e final da pesquisa.

Comparou-se o número de trabalhos relacionados a temática de forma geral e específica, o que caracteriza uma abordagem quantitativa. Para caracterizar uma comparação entre os trabalhos que passaram pela seleção, os trabalhos foram comparados, percentualmente, em relação ao total.

De forma análoga, as pesquisas relacionadas a temática de forma específica foram comparadas ao total de trabalhos. Por fim, são apresentados indícios deste estado da arte, de forma quantitativa e qualitativa.

Ao final deste processo desenvolveu-se um mapa conceitual afim de destacar o método utilizado durante esta pesquisa, e encontra-se disponível nos anexos. Com o mesmo objetivo citado anteriormente, inseriu-se uma tabela com as informações de todos os trabalhos escolhidos de forma específica a temática da pesquisa, também, disponível nos anexos. Passa-se a seguir a apresentação dos dados encontrados.

## 5.2 ANÁLISE DE RESULTADOS

Os trabalhos classificados foram tratados de forma qualitativa e quantitativa após o processo de coleta dos dados. Os resultados desse tratamento de dados seguem abaixo através dos gráficos gerados pelas planilhas de Excel.

Salienta-se que de acordo com a metodologia, o número de trabalhos que foram selecionados de forma geral, seleção inicial, e de forma específica, seleção final, foram quantificados. Tal adoção foi decorrente da necessidade de validação da escolha das palavras chave.

### 5.2.1 Quanto ao Total de Trabalhos

O primeiro gráfico refere-se ao total de trabalhos publicados nos ENEM nos anos de 1998, 2001, 2004, 2007, 2010, 2013 e 2016. O eixo horizontal representa a linha temporal em anos e o eixo vertical a quantidade de trabalhos publicados.

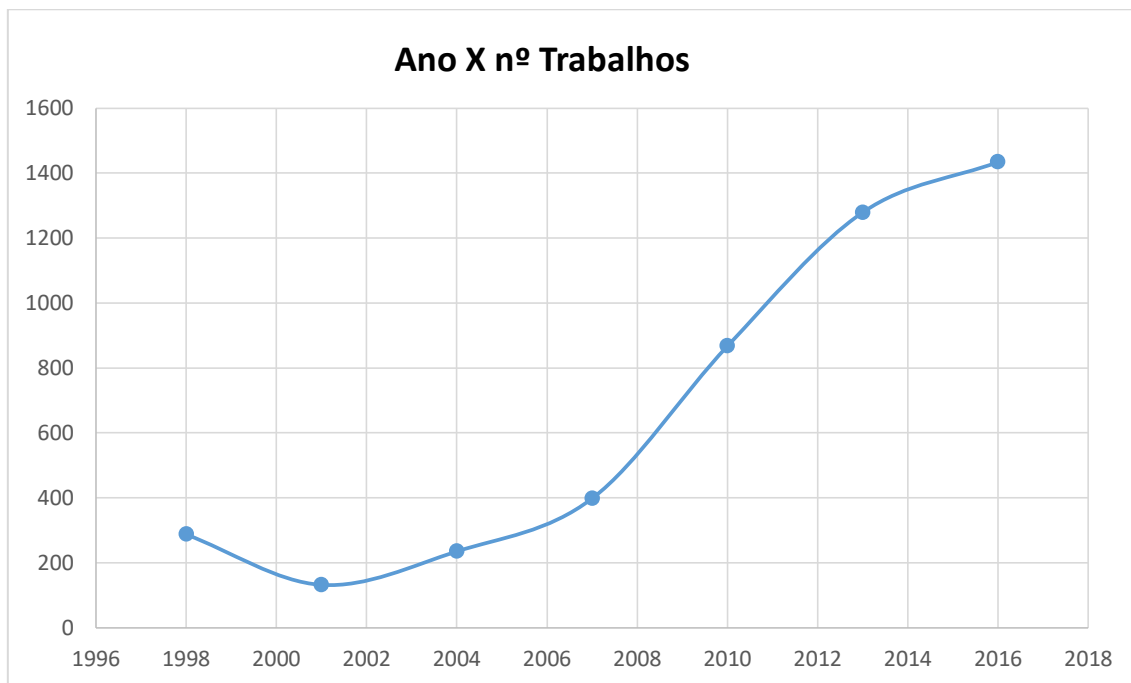


Gráfico 1: Publicações de CC e Relatos nos ENEM.

A partir das informações deste gráfico verifica-se o crescimento de trabalhos publicados no ENEM a partir do ano de 2001 que segue até o XII ENEM em 2016. Isto vem a fortalecer a concepção de professor pesquisador, uma concepção que defende o pensamento do professor como desenvolver de suas atividades e verificador das suas práticas, como destaca Freire (1996):

Não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino. Esses que-fazer-se encontram um no corpo do outro. Enquanto ensino continuo buscando, reprocurando. Ensino porque busco, porque indaguei, porque indago e me indago. Pesquiso para constatar, constatando, intervenho, intervindo educo e me educo. Pesquiso para conhecer o que ainda não conheço e comunicar ou anunciar a novidade. (FREIRE, 1996, p.14)

A crescente do número de pesquisas, associado às considerações de Freire, podem revelar certo fortalecimento dos modelos relacionados ao Ensino de Matemática. Este aumento de publicações, caracteriza-se, de alguma forma,

com o interesse em diminuir os problemas relacionados ao ensino e aprendizagem em Matemática.

Desta forma, na fala de Freire (1996, p.14), esclarece que “Faz parte da natureza da prática docente a indagação, a busca, a pesquisa”, o que enfatiza a necessidade da formação continuada e assim “[...] em sua formação permanente, o professor se percebe e se assume, porque professor, como pesquisador”.

Retomando questões do número de trabalhos e do histórico do ENEM, pode-se afirmar que o crescimento do número de publicações implica no fortalecimento da Educação Matemática brasileira, tendo por base a missão da própria SBEM como sendo “[...] promover o desenvolvimento desse ramo do conhecimento científico” (CAMPOS, 2004, p.25).

Segundo Ponte (1999 apud COSTA, 2007, p.4), a Educação Matemática é um campo misto em que as lógicas profissionais e de investigação se encontram. A autora explica que no caso do campo de investigação, a Educação Matemática formula e analisa os problemas do ensino e aprendizagem em Matemática. A partir disto é gerado um aparato de conceito, estratégias e instrumentos que podem contribuir para o trabalho de todos que tem interesse no problema do ensino, inclusive instancias da administração educativa.

O fato de existir um crescimento na quantidade de trabalhos desde 1998 e da existência de um órgão como a SBEM estimulando o crescimento desta área, demonstram o retorno dos seus esforços para promover a pesquisa em Educação Matemática.

Segundo Campos (2004, p.29), a SBEM desempenhou o seu papel por 16 (dezesesseis) anos já que se fazia representada no Ministério da Educação, nas Secretarias de Educação e no Ministério de Ciência e Tecnologia.

Muitos dos membros da SBEM já participavam de comissões Científicas de Eventos Internacionais Representativos da área, bem como dos comitês de Revistas Internacionais com boas referências. Este aumento de produções revelam o amadurecimento do campo de pesquisa em ensino de matemática.

Ainda, segundo Campos (2004, p.29), a SBEM criou o seu site afim de aumentar a abertura a comunicação com a diretoria, além de poder expor as últimas notícias referente ao seu campo de atuação. Neste mesmo período a Sociedade já realiza as publicações voltadas a Educação Matemática através de

uma revista própria Educação Matemática em Revista. Este canal de divulgação científica pode ter impulsionado a participação de professores nos ENEM.

Toda essa atividade desempenhada pela SBEM mostra sua constante representação no cenário brasileiro. Segundo Pires (2004, p.31), dados referentes ao número de sócios da SBEM mostram que “Um fato é incontestável: a SBEM cresceu”. Do VII ENEM de Julho de 2001 ao VIII ENEM de Julho de 2004 em dados levantados pela própria gestão, demonstram um crescimento de 63,8% no número de sócios, ou seja, passa-se de 9555 sócios em 2001 para 14829 sócios em 2004.

Biembengut (2004, p.17) afirma que o total de 1500 sócios no IV ENEM (1992) aumentou para 5000 filiados a SBEM em 1995 no V ENEM. Estes dados, reafirmam o fato dos professores e pesquisadores estarem sendo representados por esta instituição, além apresentar indícios de sua valorização pela atividade desempenhada diante da sociedade brasileira.

Vale destacar a crescente participação dos professores no decorrer dos ENEM, como explicado na apresentação do VII ENEM (2001):

A participação de professores nos ENEM vem crescendo de forma bastante satisfatória e estimuladora: o primeiro, realizado em fevereiro de 1987 na PUC/SP, contou com 550 participantes; no sexto, realizado na UNISINOS, em São Leopoldo/RS, de 21 a 24/07/1998, o número de participantes chegou a 2390; no VII ENEM chegamos a 2623. (ENEM, VII, 2001)

Mesmo representando um crescimento da participação dos professores nos ENEM, esta quantidade não se aproximou dos 55334 licenciados no Brasil entre os anos de 1990-2001, segundo dados do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) (INEP, 2004, p.11).

Diante dos dados apresentados e considerações apresentadas, verifica-se a relação intrínseca entre o ENEM e a SBEM, bem como o fortalecimento da pesquisa no referido campo. No entanto, ainda há muitos desafios frente a necessidade de formação continuada para os professores de matemática, bem como a superação da concepção de que professor não faz pesquisa.

### **5.2.2 Quanto aos Trabalhos Relacionados de Forma Geral e Específica**



Como mencionado anteriormente, esta parte da pesquisa refere-se aos trabalhos relacionados ao conteúdo específico. Os dados dos trabalhos que passaram pela leitura de resumos e/ou na íntegra foram quantificados e geraram o gráfico de barras agrupadas a seguir.

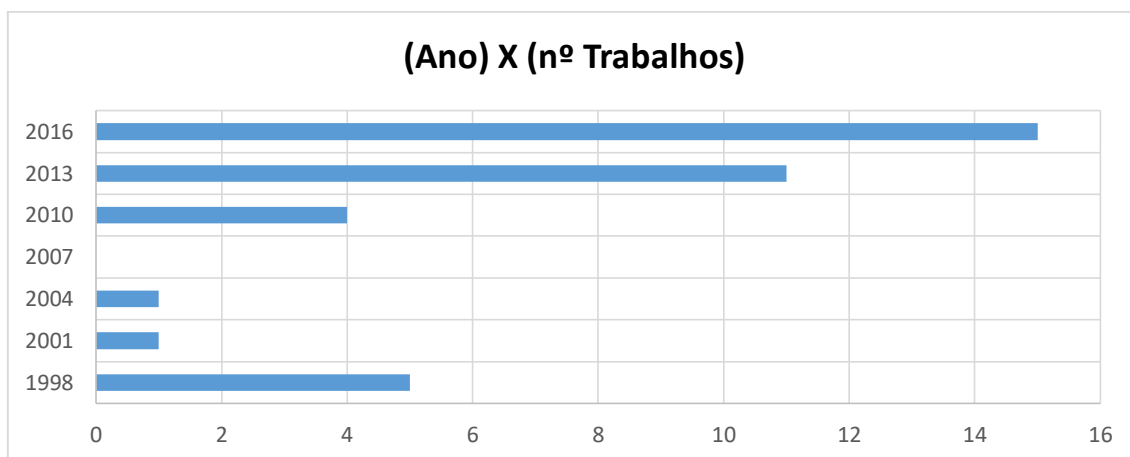


Gráfico 2: Número de trabalhos relacionados de forma específica.

Com referência ao gráfico apresentado, nota-se que o número de trabalhos apresentados na referida área atingiu a quantidade de apenas 1 (um) trabalho por ENEM nos anos de 2001 e 2004. Destaca-se, ainda, que não houve alguma pesquisa no ano de 2007.

Verifica-se que o número de trabalhos é pequeno em relação ao total que foram apresentados no gráfico 1. O gráfico 2 descreve os trabalhos analisados ainda em estágio de seleção inicial, mas já revelam a baixa pesquisa sobre a temática. Esta pouca ênfase dada ao tema por professores e pesquisadores pode estar relacionado a pouca importância dada a temática pelos professores ou a não percepção do potencial agregador e de validação de conceitos do Teorema de Tales. Outro fator, pode estar relacionado a questões do rigor matemático associado ao Teorema.

O gráfico 2 apresenta o número de publicações com ênfase na temática de forma geral, a partir do ano de 1998 em sequência até 2016. Antes de 2010, apresenta-se um panorama de poucos trabalhos publicados nesta temática. A singularidade de abordagem da temática é apresentada na tabela seguinte.

Ano	1998	2001	2004	2007	2010	2013	2016	Total
Nº Trabalhos	1,74%	1,05%	0,61%	0,00%	1,11%	1,96%	2,11%	1,73%

Tabela 1: Porcentagem de Trabalhos relacionados a temática de forma geral em relação ao Total.

Os dados e informações anteriores revelam que, apesar do crescimento da SBEM, da ampliação da concepção e práticas de professor-pesquisador e da valorização do ensino de matemática, tais esforços não foram suficientes para atender demandas importantes do ensino da Matemática no Brasil, como é o caso do teorema de Tales.

A princípio, cabe destacar que, pode parecer ao leitor que os trabalhos deste período foram influenciados pelos PCN, porém, nenhuma das pesquisas no período de 1988 a 2007 apresentaram os parâmetros como referência teórica. No entanto, estes trabalhos levantaram questões e necessidades relacionadas ao ensino de Matemática do período.

Verifica-se, inclusive, que tanto os PCN como os PCN+, os quais contêm orientações educacionais complementares ao primeiro, foram pouco discutidos nas escolas, sendo, portanto, vagamente compreendidos pelos professores, embora tenham completado ao final de 2006 sete e quatro anos de sua edição, respectivamente. (RICARDO e ZYLBERSZTAJN, 2007, p.340)

Tal consideração pode estar ligada a forma como os PCN foram implementados, algo que ocorreu sem uma discussão mais ampla com a sociedade e profissionais de educação do período.

Com relação aos trabalhos selecionados de forma geral, apenas dois (2) foram descartados pois não se relacionavam com as concepções do Teorema de Tales. Tal dado reforça que as escolhas das palavras-chave foram adequadas e significativas no modelo metodológico adotado. A seguir é apresentada a tabela 2 acerca do tema anteriormente descrito.

Ano	1998	2001	2004	2007	2010	2013	2016	Total
% Trabalhos	1,74%	1,05%	0,61%	0,00%	1,11%	1,96%	1,90%	1,66%

Tabela 2: porcentagem de Trabalhos relacionados a temática de forma específica em relação ao Total.

Com relação a tabela 1, houve uma queda de 0,21% relacionados aos trabalhos de forma específica. Os dados apresentam uma quantidade pequena de trabalhos relacionados ao tema de forma específica, pois apenas 1,66% das pesquisas publicadas nos ENEM falam sobre o Teorema de Tales. Além disso, ao relacionar-se a tabela 1 com a 2 pode-se verificar a eficiência das palavras chave, como mostra a Tabela 3.

A abreviação CO/CC foi assim utilizada, pois no VI ENEM a organização do evento decidiu dar uma nova nomenclatura para Comunicações Científicas quanto Relatos de Experiências nomeando-as por Comunicações Oraís. A motivação para tal mudança se deu para “terminar uma tradição que sempre as colocou longe uma da outra na hora das apresentações.” (ENEM, 6, 1998, p.22). Entretanto, considerou-se nesta pesquisa que o número de RE e CC foi nulo, porém foram quantificados como CO.

Ano	1998	2001	2004	2007	2010	2013	2016	Total
CO/CC	100,00%	100,00%	100,00%	NULO	100,00%	100,00%	80,00%	90,48%
RE	NULO	NULO	NULO	NULO	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

Tabela 3: Porcentagem de Trabalhos relacionados a temática de forma específica em relação a temática de forma geral.

É importante destacar que nos anos seguintes a 1998 até 2007 não houve publicação de trabalhos relacionados a temática do tipo RE, tanto de forma geral quanto específica, mesmo ocorrendo a retomada de publicações de CC e RE. Por esse motivo, para consideração de valor, não seria possível apresentar nesta pesquisa uma tabela com a razão de dois valores cujo numerador e denominador é 0 (zero), sendo assim resolveu-se qualificar este dado como nulo.

Apesar de não ocorrer publicações de RE voltadas para a temática (geral e específica) entre os ENEM de 1998 e 2007, percebe-se que as concepções e referências aos PCN (BRASIL, 1998) começam a ser citadas apenas partir do ano de 2010. Os PCN foram citados em relação específica a temática em 50% das pesquisas de 2010, aproximadamente 18,2% das pesquisas de 2013 e 7,7% em 2016. De certa maneira, o XI ENEM (2007) levanta indícios ao se portar como um divisor para as novas temáticas que surgiram no Encontro.

### 5.3 QUANTO A CLASSIFICAÇÃO ESPECÍFICA DOS TRABALHOS

#### 5.3.1 Referencial Teórico

A partir das informações sobre a classificação específica dos trabalhos foi possível encontrar resultados que mostram o estado da arte das referências contidas nas publicações dos ENEM. Quase todos os trabalhos puderam ser classificados nesta parte da pesquisa. Dois trabalhos não foram qualificados

para esta análise, sendo uma de 2016 com título “O MUNDO MÁGICO DE ESCHER”: EXPLORANDO ISOMETRIAS NO ENSINO FUNDAMENTAL, e o segundo trabalho de 1998 com título AS ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE PROPORÇÃO SIMPLES EM TRÊS MOMENTOS.

O primeiro não foi incluído, pois não se encontrou referencial fora do conteúdo abordado. O referencial desta pesquisa se apoiou nas concepções de divisão do plano e pavimentação sob a ótica do artista Escher. O segundo trabalho não foi qualificado pela inexistência de referencial, tanto bibliográfico quanto no corpo do texto desta pesquisa. O gráfico a seguir mostra o número de vezes em que os referenciais teóricos apareceram nos trabalhos selecionados de forma específica.

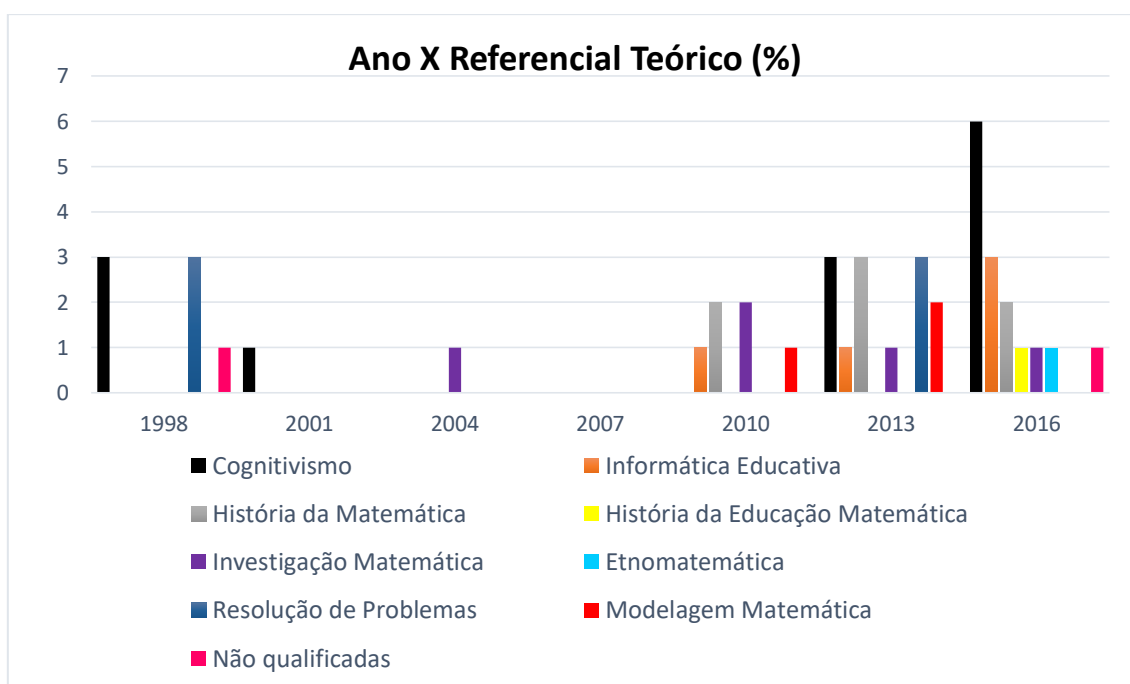


Gráfico 3: Número absoluto de trabalhos por ano em relação ao referencial teórico utilizado.

A partir dos dados do gráfico pode-se perceber o uso dos diversos referenciais como uma tendência mais recente. Verifica-se, a partir de 2010 é possível verificar ramos de pesquisa que ainda não haviam sido explorados. Este é o caso da História da Matemática, em sete (7) trabalhos, a Informática Educativa em cinco (5) pesquisas, a Modelagem Matemática em três (3), Etnomatemática em um (1) e a História da Educação Matemática com um (1) trabalho.

Destas oito (8) referências teóricas para pesquisas, apenas três (3) foram reincidentes nos períodos antes e após 2007: o Cognitivismo, a resolução de

problemas e a investigação Matemática. Estas últimas, são resultado de uma busca reflexiva que a Educação Matemática Brasileira enfrentou na década de 80 após o Movimento da Matemática Moderna, cujo “O ensino passou a ter preocupações excessivas com formalizações, distanciando-se das questões práticas.” (BRASIL, 1998, p.19).

Nele a resolução de problemas era destacada como o foco do ensino da Matemática nos anos 80. Também a compreensão da relevância de aspectos sociais, antropológicos, lingüísticos, além dos cognitivos, na aprendizagem da Matemática, imprimiu novos rumos às discussões curriculares. (BRASIL, 1998, p.20)

A partir das referências históricas citadas, pode-se verificar a influência no ensino de matemática das concepções Cognitivistas e de Resolução de problemas obtidas nos resultados da análise de Referencial Teórico.

Outro aspecto a ser destacado é a reafirmação dessas tendências citadas nos PCN. Os PCN (BRASIL, 1998, p.16) “indicam a Resolução de Problemas como ponto de partida da atividade Matemática”, além disso, “Na segunda parte discute-se a especificidade do processo ensino-aprendizagem [...], levando em conta o desenvolvimento afetivo, social e cognitivo dos adolescentes”.

Tendo por base as orientações dos PCN (BRASIL, 1998, p.43), elas destacam a utilização da História da Matemática, do uso das tecnologias da Comunicação e informação, além da Etnomatemática como essencial “para explicitar a dinâmica da produção desse conhecimento [matemático], histórica e socialmente” (BRASIL, 1998, p.33). Verifica-se que estas concepções dos PCN começam a fazer parte do referencial das pesquisas dos ENEM quase 10 anos após sua publicação. Estes indícios fortalecem a tese de que a impregnação de certa teoria demora cerca de 10 anos para acontecer de forma significativa.

### **5.3.2 Conteúdo**

Os dados desta seção foram desde o princípio separados por cor nas tabelas do Excel, sendo a cor azul destinada as pesquisas sobre o Teorema de Tales, a cor verde às pesquisas de razão e proporção e a cor roxa aos trabalhos de homotetias e isometrias como conteúdos inerentes as pesquisas.

Com o desenvolvimento da pesquisa pode-se perceber uma subdivisão desses tópicos. Manteve-se, apenas, o Teorema de Tales sem subdivisões e

optou-se por uma classificação interna dos trabalhos de razão e proporção e de isometria e homotetia.

Quanto as publicações que relacionavam razão e proporção, subdividiu-se em Proporção direta, Proporção simples, Razão e Proporção e Razão e/ou Proporção áurea. Quanto aos trabalhos de homotetia e isometria, percebe-se uma singularidade em cada um desses temas e resolveu-se separar em dois grupos: composição de transformação isométrica e pavimentação do plano.

Os dados desta análise são apresentados no gráfico 4, relacionando o ano e o número de trabalhos com os conteúdos anteriormente subdivididos. Levando em conta o sistema de cores usado na pesquisa, escolheu-se manter os subgrupos que tem referência com razão e proporção em tons da cor verde, bem como os de isometria e homotetia em tons de roxo e o Teorema de Tales na cor azul.

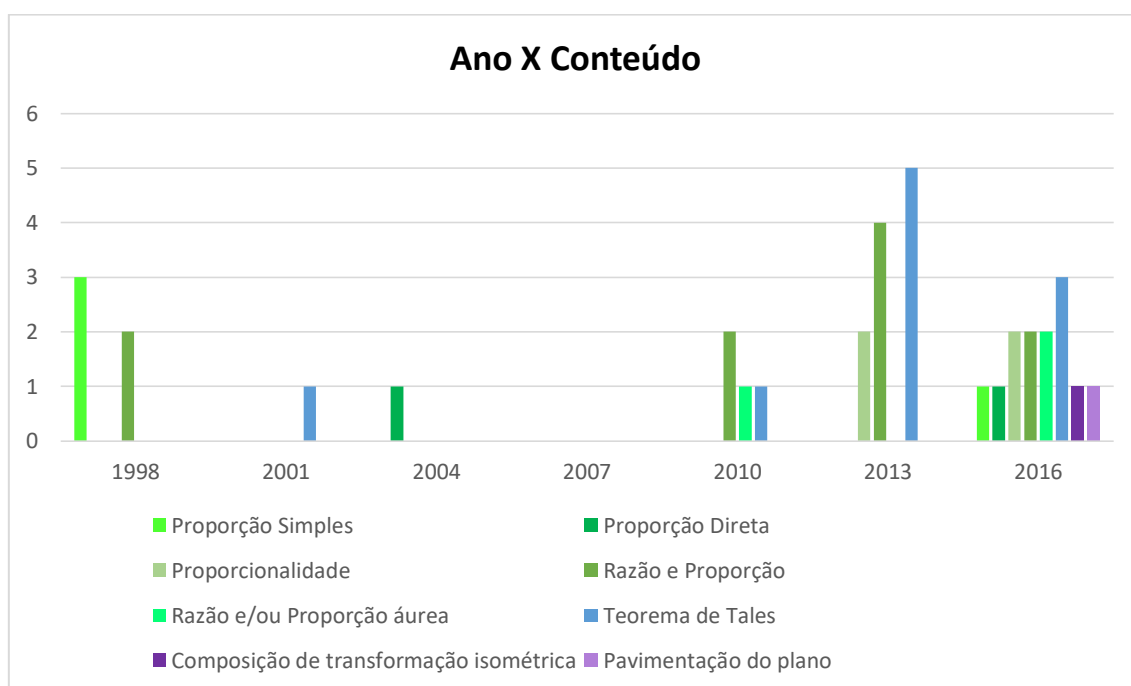


Gráfico 4: Número absoluto de Trabalhos a cada ano em relação ao Conteúdo abordado.

Com base nos dados do gráfico pode-se levantar alguns indícios em relação ao conteúdo abordado nas publicações e os períodos em que há ênfase desse conteúdo.

O primeiro indício está no número de pesquisas sobre Razão e Proporção e subtemas afins. Nota-se a predominância dos trabalhos que dão ênfase a este conteúdo em comparação ao Teorema de Tales e a isometria/homotetia em

quase todos os anos dos ENEM. Este indicativo mostra a ênfase, em relação ao teorema de Tales, dada ao conteúdo pelos professores-pesquisadores participantes dos ENEM.

Pelo gráfico percebe-se que no comparativo ao total de trabalhos de cada ENEM, a porcentagem de pesquisas sobre o Teorema de Tales só é maior que o número de pesquisa relacionadas a Razão e Proporção no ano de 2001, quando não houve publicações sobre Razão e Proporção.

As publicações relacionadas ao Teorema de Tales não expressam nenhum crescimento, mas oscilam abaixo de 0,4% dos trabalhos dos ENEM, uma representação muito baixa relativa ao número total de pesquisas.

Verifica-se o uso variado de conteúdos relacionados ao Teorema de Tales no ano de 2016, onde ocorre a maior quantidade de publicações dos ENEM, treze trabalhos, com a segunda maior representação percentual de pesquisas sobre a temática nos ENEM, 0,91%.

Neste mesmo ano todos os conceitos relacionados as palavras chave foram utilizados em pelo menos um trabalho publicado. Em contrapartida isto reforça a tese de que o professor-pesquisador deixou de atuar em suas pesquisas de maneira particular e passa, provavelmente, a desempenhar uma análise mais generalizada dos conteúdos envolvidos no Teorema de Tales.

Inicialmente se vê uma tendência nos conteúdos de Razão e Proporção e Teorema de Tales, dez (10) trabalhos cada um em todo o período de tempo analisado nesta pesquisa. Porém, há uma presença maior do conteúdo de Razão e Proporção e Proporção Simples no VI ENEM (1998), o equivalente a 1,74% dos trabalhos deste ano.

Fica evidenciado uma queda na porcentagem de publicações sobre o Teorema de Tales de 2013 a 2016. Inclusive o valor absoluto de trabalhos diminuiu de 5 para 3 com relação ao Teorema de Tales, enquanto o número de publicações dos eventos de 2013 a 2016 aumentou de 1279 para 1434 pesquisas. Isto indica a necessidade mobilização do professor-pesquisador na busca de respostas às dificuldades que os alunos têm demonstrado acerca do raciocínio proporcional, como destacado pelas pesquisas de avaliação da Educação Brasileira.

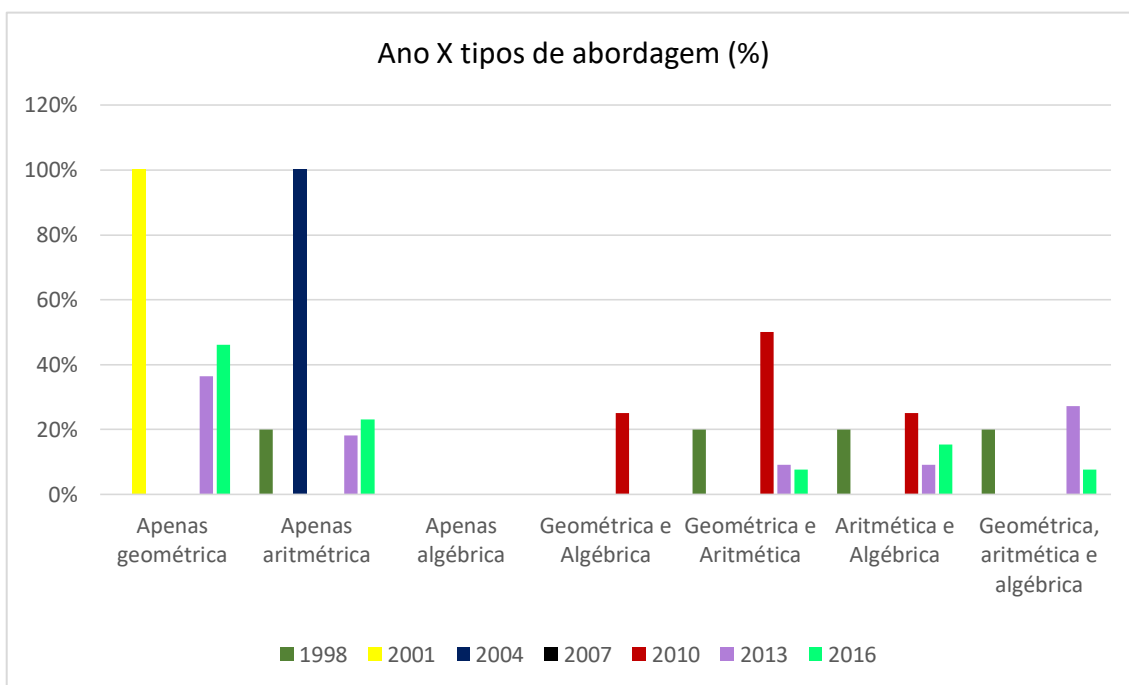
Do número total de 4632 pesquisas publicadas em todas as edições do ENEM, apenas 10 trabalhos estão diretamente relacionados ao Teorema de

Tales. Isto significa dizer que aproximadamente 0,22% dos trabalhos tem a intensão de tratar diretamente do conteúdo, e isto representa muito pouco diante da importância de um conceito que valida matematicamente vários outros conceitos da matemática básica.

Verifica-se que todos os trabalhos relacionados a temática representam aproximadamente 0,76% de todas as publicações dos ENEM. Se há algo de errado, um exemplo está neste ponto, pois um conteúdo tão primordial para o Ensino de Matemática e que é citado em todos os blocos de conteúdo dos PCN não pode ter sido explorado até a atualidade com tamanho grau de importância.

### 5.3.3 Abordagem do conteúdo

No processo de classificação da pesquisa documental, os trabalhos foram classificados quanto a sua ênfase nas abordagens: geométrica, aritmética, algébrica e múltiplas. Na avaliação, os trabalhos separados em uma planilha de



dados, onde aparecem imagens e trechos da pesquisa que comprovasse a presença de um ou mais tipos de abordagem.

Gráfico 5: Porcentagem dos Trabalhos de cada ano em relação ao tipo de abordagem do conteúdo.

Após a classificação, passou-se a enumerar quantas vezes um tipo de abordagem havia sido utilizado nos trabalhos. Levou-se em consideração que



algumas pesquisas poderiam ter mais de uma ênfase na abordagem. O gráfico a seguir apresenta as porcentagens de trabalhos sobre o total de pesquisas da seleção final, relacionando-os quanto o tipo de abordagem.

Nesta etapa da pesquisa buscou-se identificar questões que relacionassem as informações anteriores com outras que seriam analisadas, como uma forma de entender os dados numa perspectiva interna da temática desenvolvida até aqui.

Levando em consideração que até este ponto foram analisadas as pesquisas relacionadas de forma específica quanto ao referencial teórico e quanto ao conteúdo, porcentagem do número de trabalhos total, agora pretende-se relacionar este referencial usado com o conteúdo e assim justificá-lo pela sua forma de abordagem.

Em primeiro lugar, a partir dos dados, apenas, do gráfico 5 deve-se considerar que os anos de 2001 e 2004 tendem a terem 100% de seus trabalhos relacionados ao mesmo tipo de abordagem por apresentarem em cada ano, apenas, uma publicação dentro da temática específica. Este tipo de dado não é relevante para a pesquisa.

Em cada um desses trabalhos de 2001 e 2004, respectivamente, foram mais voltados a abordagem apenas geométrica e apenas aritmética. A publicação de 2001, que se refere, teve foco no conteúdo do Teorema de Tales, já a pesquisa de 2004 se preocupou com os conceitos da Proporção Direta.

Verifica-se, nos trabalhos, que os referenciais teóricos das pesquisas, na ordem crescente dos anos voltaram-se para o Cognitivismo e Investigação Matemática. Estes conceitos fazem parte das concepções pós Movimento da Matemática Moderna e que reincidiram nas décadas posteriores, inclusive sendo mencionado pelos PCN.

Já estas duas pesquisas, de 2001 e 2004, foram Pesquisas de Campo, sendo que a primeira criou material didático enquanto a segunda não. A primeira tem foco no aluno e a segunda no professor e aluno. Os recursos em ambas pesquisas foram folhas de teste diagnósticos e de pós teste. Na primeira pesquisa os dados foram tratados de forma qualitativa e quantitativa e na segunda, apenas a análise quantitativa. A primeira pesquisa teve foco na 8<sup>o</sup> série enquanto a segunda é mais abrangente e atua na 8<sup>a</sup>, 4<sup>a</sup>, 6<sup>a</sup> séries e a 2<sup>o</sup> ano do Ensino Médio.

A partir desses dados percebeu-se uma tendência do trabalho do ano de 2001 na solução para dificuldade dos alunos no Teorema de Tales de forma que encontrasse desvios cognitivos na aprendizagem daquele conteúdo.

A forma de abordagem da primeira pesquisa está de acordo com os PCN, pois prioriza que o aluno desenvolva a atitude de “Interesse por utilizar as diferentes representações matemáticas que se adaptam com mais precisão e funcionalidade a cada situação-problema de maneira que facilite sua compreensão e análise.” (BRASIL, 1998, p.91).

Esta característica se confirma pelo fato do referencial teórico pressupor o uso das múltiplas representações geométricas para o ensino do Teorema de Tales. Além disso, a pesquisa apresentou recursos que constam a experimentação ou verificação pelas aplicações do Teorema de Tales como um ótimo modelo de ensino.

O segundo trabalho, de 2004, tem uma identidade muito parecida com o citado anteriormente. Uma questão que merece atenção é o uso exclusivo da aritmética, isto é um fator não esperado para esta pesquisa porque seu foco está em alunos de diversas séries, até mesmo de alunos da 4ª série.

No caso dos alunos do 4º ciclo, citados na pesquisa as orientações do PCN são:

Para a compreensão da proporcionalidade é preciso também explorar situações em que as relações não sejam proporcionais – os contra-exemplos. O aluno poderá desenvolver essa noção ao analisar a natureza da interdependência de duas grandezas em situações-problema em que elas sejam diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não-proporcionais (função afim ou quadrática). Essas situações são oportunas para que se expresse a variação por meio de uma sentença **algébrica**, representando-a no **plano cartesiano**. (BRASIL, 1998, p.84-85, **grifo nosso**)

Pode-se, a partir, destes pressupostos admitir-se que o ensino de Proporção Direta deve utilizar as três formas de abordagem (Geométrica, Algébrica e Aritmética). Lorenzato (2006, apud FARIA *et al.* 2016, p.3) afirma que a intradisciplinaridade Matemática pode contribuir para uma melhor compreensão dos assuntos matemáticos. Segundo o autor, isto ocorre porque ela proporciona facilidade na percepção dos conceitos, além de dar importância para as semelhanças e eliminar a fragmentação do conhecimento matemático.

Isto levanta o questionamento acerca dos tipos de abordagem, não somente para os que envolvem proporcionalidade, mas em relação a todos os conteúdos.

Abordagem do conteúdo	1998	2001	2004	2007	2010	2013	2016
Apenas geométrica	0	1	0	0	0	4	6
Apenas aritmética	1	0	1	0	0	2	3
Apenas algébrica	0	0	0	0	0	0	0
Geométrica e Algébrica	0	0	0	0	1	0	0
Geométrica e Aritmética	1	0	0	0	2	1	1
Aritmética e Algébrica	1	0	0	0	1	1	2
Geométrica, aritmética e algébrica	1	0	0	0	0	3	1

Tabela 4: Abordagem do conteúdo

Pode-se obter como resultado em relação as publicações de caráter final que, os três tipos de abordagem são utilizados em cinco (5) pesquisas ( $\approx 14,7\%$ ). Em relação a dois tipos de abordagem, a Algébrica e Aritmética aparece em cinco (5) trabalhos ( $\approx 14,7\%$ ), a Geométrica e Aritmética em cinco (5) trabalhos ( $\approx 14,7\%$ ) e a Algébrica e Geométrica em apenas uma (1) pesquisa ( $\approx 2,9\%$ ).

Quanto a apenas um (1) tipo de abordagem, a forma Geométrica aparece em onze (11) pesquisas ( $\approx 32,4\%$ ), a Aritmética em sete (7) publicações ( $\approx 20,6\%$ ) e não foram encontrados trabalhos de abordagem somente Algébrica.

Fica claro a preferência em se fazer pesquisas abordando o caráter Geométrico da Matemática. Em contrapartida, também verifica-se a falta de publicações utilizando os três (3) tipos de abordagem, que só não aparece menor que do tipo somente Algébrica.

O campo algébrico não foi encontrado e isto sugere certo distanciamento do professor-pesquisador deste campo da Matemática, visto que não é fácil esta aproximação com a álgebra. O que se confirma pelo fato de ocorrer uma ênfase em quase todas as pesquisas que se motivaram por duas formas de tratamento do conteúdo, exceto quando envolveu a Álgebra juntamente com Geometria.

De todos os 10 trabalhos sobre o Teorema de Tales, apenas duas (2) publicações ( $\approx 20\%$ ) usam os três as formas de abordagem. Dos vinte e três (23) trabalhos sobre Razão e Proporção e temas afins apenas três (3) usam esses três campos ( $\approx 13,04\%$ ). Dos dois (2) trabalhos voltados a isometria e homotetia não há evidencias que utilizam três campos diferentes.

### 5.3.4 Concepção da Metodologia

Como parte da pesquisa documental, buscou-se direcionar o olhar sobre a concepção da metodologia de pesquisa. Tendo por tese, que no cenário atual, há a ênfase para trabalhos com foco mais voltado para o professor e aluno, passado por uma transição dessa concepção desde 1998, cujo maior foco seria no aluno.

Os resultados desta etapa relacionaram a porcentagem dos trabalhos com os anos dos ENEM. Todos os dados foram quantificados e construiu-se o gráfico 6.

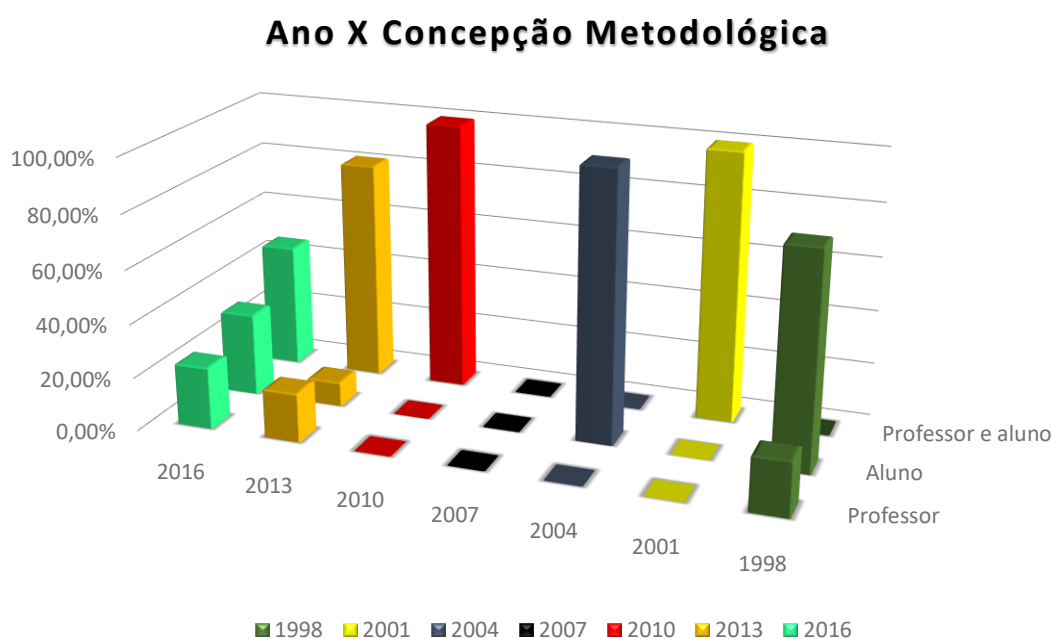


Gráfico 6: Porcentagem de Trabalhos por ano, segundo a concepção metodológica usada.

Com base no gráfico 6 pode-se observar algumas modificações dos parâmetros metodológicos com foco no aluno e/ou professor. De forma generalista verifica-se o movimento de trabalhos com focos exclusivos no aluno e no professor para aqueles que compreendem a relação íntima entre estes sujeitos, o que pode ser evidenciado nos trabalhos com duplo foco professor e aluno. Isto representa a concepção de que o ensino e a aprendizagem são indissociáveis e interligados

Outra característica neste período refere-se ao que já foi dito sobre as tendências de ensino utilizadas onde o aluno é o foco, como no caso do

cognitivismo e da Resolução de Problemas que, inicialmente, preocupavam-se com as necessidades do aluno apenas.

Apesar do número pequeno de dados neste ano de 2001, Fiorentini (2007, p.36) destaca que após 1990 uma nova fase da Educação Matemática no Brasil com “grande movimento nacional de formação de grupos de pesquisa, de consolidação de linhas de investigação e de surgimento de cursos de mestrado/doutorado em EM<sup>13</sup>”. O autor, ainda, afirma que neste mesmo período houve a criação de um GT (grupo de Trabalho) de Educação Matemática pela, então, Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação (ANPED).

O ENEM de 2004 aparentemente aponta que este foco no professor e aluno não é tão forte quanto aparenta ser, pois neste caso os dados apontam para uma ênfase no aluno apenas. Mas como já foi citado anteriormente, há uma margem grande de que neste ano a tendência não esteja toda no aluno visto que há apenas um trabalho selecionado em 2004.

Observa-se que em 2010, o olhar das necessidades tanto do aluno quanto do professor volta-se não apenas à aprendizagem, mas ao ensino inclusive. Novamente, demonstra-se uma modificação no foco das pesquisas que anteriormente tinham percentual maior no aluno. Neste ano foram publicadas quatro (4) pesquisas na temática específica, isto é, a quantidade de trabalhos não representa resultados de um (1) trabalho apenas. Isto agrega uma importância a esses resultados encontrados.

O ano de 2013 foi o ano que houve a menor porcentagem de pesquisas com foco exclusivo no aluno. Isto pode representar que o professor-pesquisador passou por um momento de reflexão mais intensa sobre sua prática docente após o X ENEM (2010).

No último ano do ENEM, há a queda do percentual de trabalhos voltados ao aluno e professor, isso ocorre simultaneamente ao crescimento de publicações com ênfase no aluno, retomadas em 2013. Isto pode ser um indício de que as porcentagens de trabalhos sobre Ensino e (ou) Aprendizagem se equilibrem nos próximos ENEM, não existindo apenas um foco de pesquisa, ou seja, não pode-se inferir muito sobre os dados encontrados.

---

<sup>13</sup> Educação Matemática

### 5.3.5 Ano de Escolaridade

Como parte da discussão sobre o foco dado aos sujeitos da pesquisa, a seguir serão apresentados os resultados da pesquisa documental sobre o número de vezes que em que aparecem os anos e escolaridades nas publicações selecionadas.

Foram analisados os trabalhos e percebeu-se que em algumas publicações, o objeto de pesquisa não se resumia a apenas um, mas a dois ou até três tipos de alunos. Por este motivo preferiu-se apresentar os dados absolutos na forma de tabela e assim fazer análise de seus resultados ano a ano.

De todos os trabalhos selecionados, apenas um (1) não foi analisado por falta de dados sobre o ano de escolaridade. A seguir, pode-se observar o número de vezes, do campo de abrangência e atuação do trabalho analisado.

Ano de escolaridade	1998	2001	2004	2007	2010	2013	2016	Total
Anos iniciais do EF	1	0	1	0	0	0	2	4
Anos finais do EF	4	1	1	0	4	7	6	23
Ensino Médio	0	0	1	0	2	2	3	8
Ensino Superior	0	0	0	0	0	1	1	2
Professores de Matemática	0	0	0	0	0	2	1	3
Educação de Jovens e Adultos (EJA)	0	0	0	0	0	0	1	1

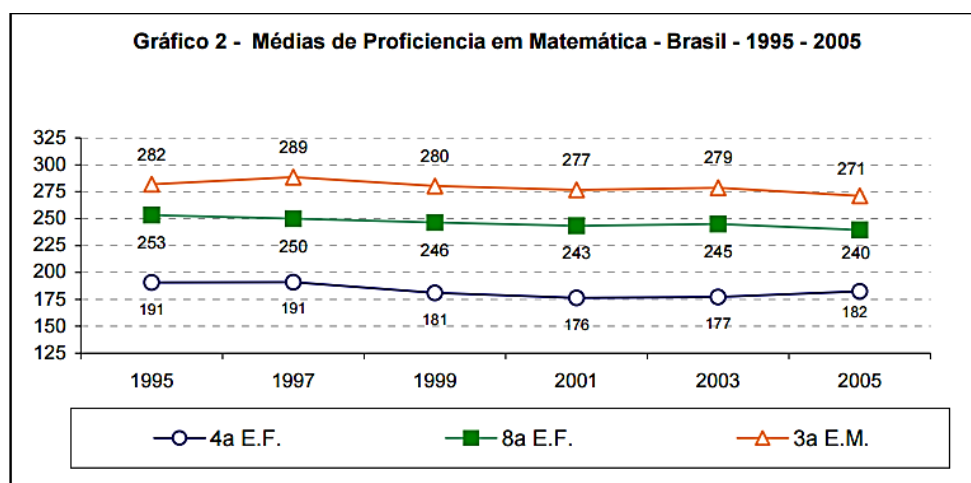
Tabela 5: Ano de escolaridade por número de vezes em que aparecem os sujeitos da pesquisa, ano a ano.

A partir das informações contidas na tabela pode-se notar que em 1998 há um foco das pesquisas voltadas para o ensino dos anos finais do EF, sendo que metade destas pesquisas dão ênfase aos primeiros anos deste seguimento, 5º série ou seja 6º ano do EF, como sujeitos de suas pesquisas. Há também um trabalho que se preocupa com a 8º série, atual 9º ano, do EF. O mesmo ocorre no ano seguinte do VII ENEM (2001), quando novamente um trabalho destaca a 8º série do EF como sujeito deste trabalho.

No ano de 2004 há a ampliação do campo de atuação para o Ensino Médio. Novamente, nos anos finais do EF são tratados nas pesquisas com destaque a 8º série que continua a ter a atenção dos pesquisadores do VIII ENEM. Tanto o novo olhar sobre as necessidades do Ensino Médio quanto as

constantes produções relacionadas a 8<sup>o</sup> série pode ter alguma ligação com os resultados obtidos no SAEB<sup>14</sup> sobre estes anos de escolaridade. Visto que, nem sempre, as pesquisas chegam as salas de aulas brasileiras.

Segundo SAEB (2005), os primeiros resultados apontaram para uma queda brutal no nível de proficiência destes seguimentos que continuam a diminuir seus resultados desde 1995 até o ano de 2001, quando há um ligeiro aumento. Pode-se observar estas informações pelo gráfico do Ministério da Educação, que se apresenta abaixo.



Fonte:

[http://download.inep.gov.br/educacao\\_basica/prova\\_brasil\\_saeb/resultados/SAEB1995\\_2005.pdf](http://download.inep.gov.br/educacao_basica/prova_brasil_saeb/resultados/SAEB1995_2005.pdf)

Em 2010 segue-se tratando o Ensino Médio como os sujeitos das pesquisas, o que continua a dar indícios desse olhar para a fase final da Educação Básica. Neste mesmo ano e nos anos seguintes dos ENEM os anos finais do EF estão presentes em todos os ENEM em pelo menos uma publicação em cada ano, reafirmando, possivelmente, a constante busca de soluções para o problema da queda nos resultados do SAEB.

### 5.3.6 Tipos De Pesquisa

Na análise dos trabalhos selecionados foram observados os tipos de pesquisa, isto é, Pesquisa de Campo, Pesquisas Bibliográficas e Pesquisas Documentais. Os parâmetros para esta classificação foram fundamentados nos conceitos de metodologia de Pesquisa Científica de Gerhardt e Silveira (2009), utilizados para a coleta dos dados documentais.

<sup>14</sup> Sistema de avaliação da Educação Básica

Das trinta e cinco (35) publicações selecionadas três (3) foram caracterizadas como Pesquisas Bibliográfica, vinte e nove (29) como Pesquisas de Campo e três (3) como Pesquisas Documental.

Sobre a classificação das pesquisas, entende por Fonseca (2002, apud GERHARDT e SILVEIRA, 2009, p.37) que:

A Pesquisa Bibliográfica é feita a partir do levantamento de referências teóricas já analisadas, e publicadas por meios escritos e eletrônicos, como livros, artigos científicos, páginas de web sites. Qualquer trabalho científico inicia-se com uma pesquisa bibliográfica, que permite ao pesquisador conhecer o que já se estudou sobre o assunto. Existem porém pesquisas científicas que se baseiam unicamente na pesquisa bibliográfica, procurando referências teóricas publicadas com o objetivo de recolher informações ou conhecimentos prévios sobre o problema a respeito do qual se procura a resposta (FONSECA, 2002, p. 32).

Ainda, segundo Fonseca (2002 apud GERHARDT e SILVEIRA, 2009, p.37), a pesquisa documental segue a mesma ideia da pesquisa Bibliográfica sendo que a sua diferença se dá ao tipo de fontes mais diversificadas e dispersas, que ainda não tiveram tratamento analítico, tais como: tabelas estatísticas, jornais, revistas, relatórios documentos oficiais e outros tipos.

Por fim, o mesmo autor define a Pesquisa de Campo como um tipo de pesquisa cuja a característica principal é a investigação que vai além de pesquisa bibliográfica e documental, mas ocorre coleta de dados junto ao conjunto de sujeitos da pesquisa com recursos de diferentes tipos (pesquisa ex-post-facto, pesquisa-ação, pesquisa participante, etc.).

Os dados tratados geraram o gráfico a seguir:

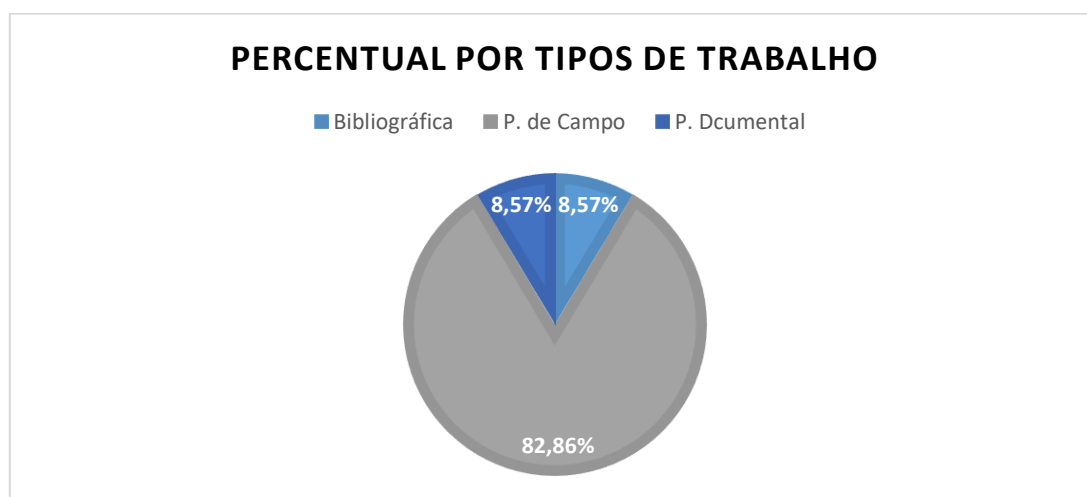


Gráfico 7: Percentual dos tipos de Trabalho utilizados nas publicações.



Do total de trabalhos quase nove por cento (9%) foram caracterizados como pesquisas, exclusivamente, bibliográfica e nove por cento (9%) como Pesquisa exclusivamente Documental. Isto significa que nestes casos foram muito mais discutidas as ideias e referenciais teóricos.

Os dados demonstram que estes dois tipos de Pesquisa são estilos que tem recorrência mais recentes no meio da Pesquisa em Educação Matemática. Em 2010 aparece pela primeira vez uma pesquisa de cunho exclusivo e bibliográfico. Já em 2013 ocorre apenas uma publicação documental envolvendo a temática, 9,09% das publicações específicas deste ano.

Há um destaque em 2016, quando as Pesquisas Bibliográficas voltadas a temática representaram quase 15,4%, pesquisas documentais aumentam o percentual, também, para quase 15,4%. Esse crescimento na porcentagem de trabalhos com cunho documental apontam uma melhor distribuição entre as modalidades de pesquisa. Isto se confirma pelo fato do percentual de Pesquisas de Campo cair de 2013 para 2016 quase vinte e dois por cento (22%). Isto pode indicar um certo amadurecimento da Educação Matemática quanto campo de atuação e a preocupação em refletir sobre as necessidades da educação e não somente explorar as práticas em sala de aula.

Com relação as Pesquisas de Campo elas representam uma constante na temática. Há uma regularidade até 2010, sendo o tipo de pesquisa adotado por todos os trabalhos. O que começa a perder força e dar espaço a outros formatos de pesquisa.

Assim, a utilização de pesquisa de campo reflete o interesse do professor de alterar as condições de ensino e aprendizagem acerca do teorema de Tales. Estas pesquisas têm caráter de avaliação da aprendizagem, da forma de ensino, ou ambas. Neste caso pode-se conjecturar o interesse do professor pesquisador em modificar condições tradicionais de ensino/aprendizagem arraigadas no cenário brasileiro.

### **5.3.7 Tipos de Estudo**

Outra forma de classificação dos trabalhos desta pesquisa foi a avaliação como: Estudos Experimentais, Estudos Diagnósticos e Estudos teóricos. O

embasamento para esta classificação está descrito na metodologia da Pesquisa Documental.

Foram classificados como Estudos Experimentais aqueles que realizavam pesquisa de campo/experimental, ou seja, aqueles onde o conteúdo, forma ou realização estão ligados a prática matemática e a validação de técnicas e materiais didáticos para o ensino e (ou) aprendizagem.

Os Estudos Diagnósticos são entendidos como aqueles que realizam pesquisa de campo/diagnóstico da realidade, ou seja, são aqueles onde o pesquisador busca descobrir os entraves, problemas e questões que estão dificultando e (ou) facilitando o ensino e (ou) aprendizagem. Já os Estudos teóricos foram classificados como aqueles que buscam fazer uma reflexão sobre o processo de ensino e (ou) aprendizagem.

A análise geral revelou que dos 35 trabalhos selecionados, vinte e um (21) tem enfoque de Estudos Experimental, seis (6) são Estudos Diagnósticos e oito (8) Estudos Teóricos.

Tipos de Estudos	1998	2001	2004	2007	2010	2013	2016
Estudos Experimentais	60%	100%	0%	0%	75%	63,64%	53,85%
Estudos Diagnósticos	40%	0%	100%	0%	0%	18,18%	15,38%
Estudos Teóricos	0%	0%	0%	0%	50%	18,18%	30,77%

Tabela 6: Tipos de estudos.

O primeiro ponto a ser destacado é com relação ao ano de 1998 no qual a porcentagem de Estudos Teóricos é zero (0), ou seja, isto fortalece o indício de não haver estudos maduros em aprofundado na área naquele período. Esta informação está de acordo com os resultados das Pesquisas exclusivamente Bibliográficas que não foram encontradas neste período dentro da temática. Cabe destacar que este campo de pesquisa é novo, o que pode refletir o baixo número de trabalhos e publicações neste campo.

Há uma preferência nos Estudos que visam diagnosticar e encontrar os entraves e problemas que o aluno tem com a temática, e de publicações que procuram validar as técnicas e (ou) material para o Ensino e (ou) Aprendizagem. Esta pode ser uma tendência no tratamento desta temática já que refletem resultados parecidos com os encontrados anteriormente nos tipos de Pesquisa.

Há impressão de que os resultados das Pesquisas Bibliográficas e Documentais estão ligados aos dados finais dos Estudos Teóricos. Enquanto

isso, as Pesquisas de Campo se subdividem entre Estudos Experimentais e Diagnósticos. De fato, somente dois (2) trabalhos (25%) dos considerados Estudos Teóricos, não são Pesquisa Bibliográfica nem Documental.

Assim, há certa relação de Pesquisas de Campo com os tipos de Estudos Experimental e Diagnóstico. Com isso conclui-se que em sua maioria, as Pesquisas de Campo buscaram de alguma forma fazer diagnóstico, e ao que tudo indica, um diagnóstico tanto da Aprendizagem quanto do Ensino.

Em relação a estas pesquisas, os resultados encontrados mostram que quanto a sua abordagem, quatro (4) pesquisas são quantitativas e qualitativas, dezoito (18) são qualitativas e não foram encontrados trabalhos de cunho exclusivamente quantitativo. Ocorreu que aqui trabalhos que não tinha cunho qualitativo e nem quantitativo, porém mais da metade se caracterizam como qualitativas.

Os pesquisadores que utilizam os métodos qualitativos buscam explicar o porquê das coisas, exprimindo o que convém ser feito, mas não quantificam os valores e as trocas simbólicas nem se submetem à prova de fatos, pois os dados analisados são não-métricos (suscitados e de interação) e se valem de diferentes abordagens. (GERHARDT e SILVEIRA, 2009, p.32).

A afirmação de Gerhardt e Silveira fortalece a fala sobre a provável busca dos pesquisadores do ENEM por diagnósticos em busca dos porquês de certos problemas e dos caminhos para superação dos mesmos.

### **5.3.8 Recursos**

A análise dos recursos utilizados busca avaliar quais os tipos de materiais e recursos físicos foram utilizados nos trabalhos publicados nos ENEM. Os dados organizados foram, em alguns casos, repetidos por se ter mais de um tipo de recurso por trabalho.

Os recursos encontrados foram: diário de Campo, folha de testes, livros e artigos, gravações em áudio e (ou) vídeo, registro dos participantes, folha da atividade, tabelas e gráficos, computadores, livros didáticos, internet, software matemático e a observação do pesquisador.

No ano de 1998, os recursos que se destacam foram as folhas de teste, aparecendo em quarenta por cento (40%) das vezes. Em sequência todos os

recursos utilizados como gravações áudio ou vídeo, registro dos participantes, folha da atividade, material didático no geral, e observação; aparecem em 20% dos trabalhos avaliados.

Em 2001, o recurso da informática educativa aparece. Ainda permanece o material em folha de teste, mas com uso de software matemático. Este fato pode representar um resultado das constantes discussões sobre o envolvimento da tecnologia na educação, recorrente do período da virada do milênio.

Segundo Nascimento (2007, p.30), “a partir da década de 1990, as ações governamentais na área de informática educativa voltaram-se à capacitação de pessoal – especialmente a de professor (a) – para atuar nas escolas”.

No ano seguinte do VIII ENEM (2004), há um único trabalho e ele utiliza folhas de teste para realizações da pesquisa. No ano de 2010, verifica-se o uso de livros didáticos e paradidáticos, folha com registro dos participantes, computadores, internet, software matemático; todos aparecendo uma única vez. Com destaque um pouco maior, retoma-se o uso de material didático no geral em três (3) vezes e a observação em duas (2) nas publicações de 2010.

Em 2013 utiliza-se gravações de áudio e (ou) vídeo, folhas de atividades livros didáticos, internet e software matemática uma (1) vez e outros tipos de recursos.

Nota-se em 2016 uma forte presença de, aproximadamente, trinta e nove por cento (39%) das vezes com uso de folhas para registro dos participantes. Ainda há uso de diário de campo em, aproximadamente, trinta e um por cento (31%) das utilizações de recurso. Neste mesmo ano os outros recursos ficam iguais ou abaixo dos vinte e três por cento, com menor uso de livros didáticos. Outra característica deste período é o uso variado de recursos para produção da pesquisa assim como ocorreu no ano de 2013.

Os dados anteriores podem revelar o amadurecimento da pesquisa em ensino do Teoremas de Tales e do campo de pesquisa em ensino de matemática.

Neste capítulo cumpre-se o objetivo principal deste trabalho, bem como estabelece-se espaços para novas discussões e descobertas.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa, verificou-se a necessidade de estudos bibliográficos em busca da realização de uma análise significativa dos dados coletados. Os capítulos sobre o ENEM e a História do Teorema de Tales foram imprescindíveis para a seleção dos trabalhos, bem como a compreensão de certos movimentos e indícios que ocorrem no ensino do Teorema de Tales.

Percebeu-se a necessidade de mais pesquisas na área, bem como a superação da concepção de que o rigor matemático é o único fator que dificulta a aprendizagem de certos conceitos, com destaque aos relacionados ao teorema de Tales.

A partir de todas as considerações feitas neste trabalho pode-se concluir que a participação da temática desta pesquisa representa uma parcela pequena de todas as publicações feitas nos ENEM. Fato que revela a necessidade de mais pesquisas neste campo que deem destaque ao raciocínio proporcional, um conhecimento tão necessário para o ensino da matemática em suas diversas áreas.

Com base nos resultados encontrados, pode-se, ainda, concluir que há indicativos de uma mobilização da Educação Matemática, relativo ao Teorema de Tales, partindo de uma visão mais centrada no material didático e conteúdo para outra em direção ao aluno.

Com relação ao referencial teórico, sobre a temática adotada, verifica-se a escolha de processos onde o aluno passa a ser protagonista de sua aprendizagem, como no caso da Investigação e da Informática educativa.

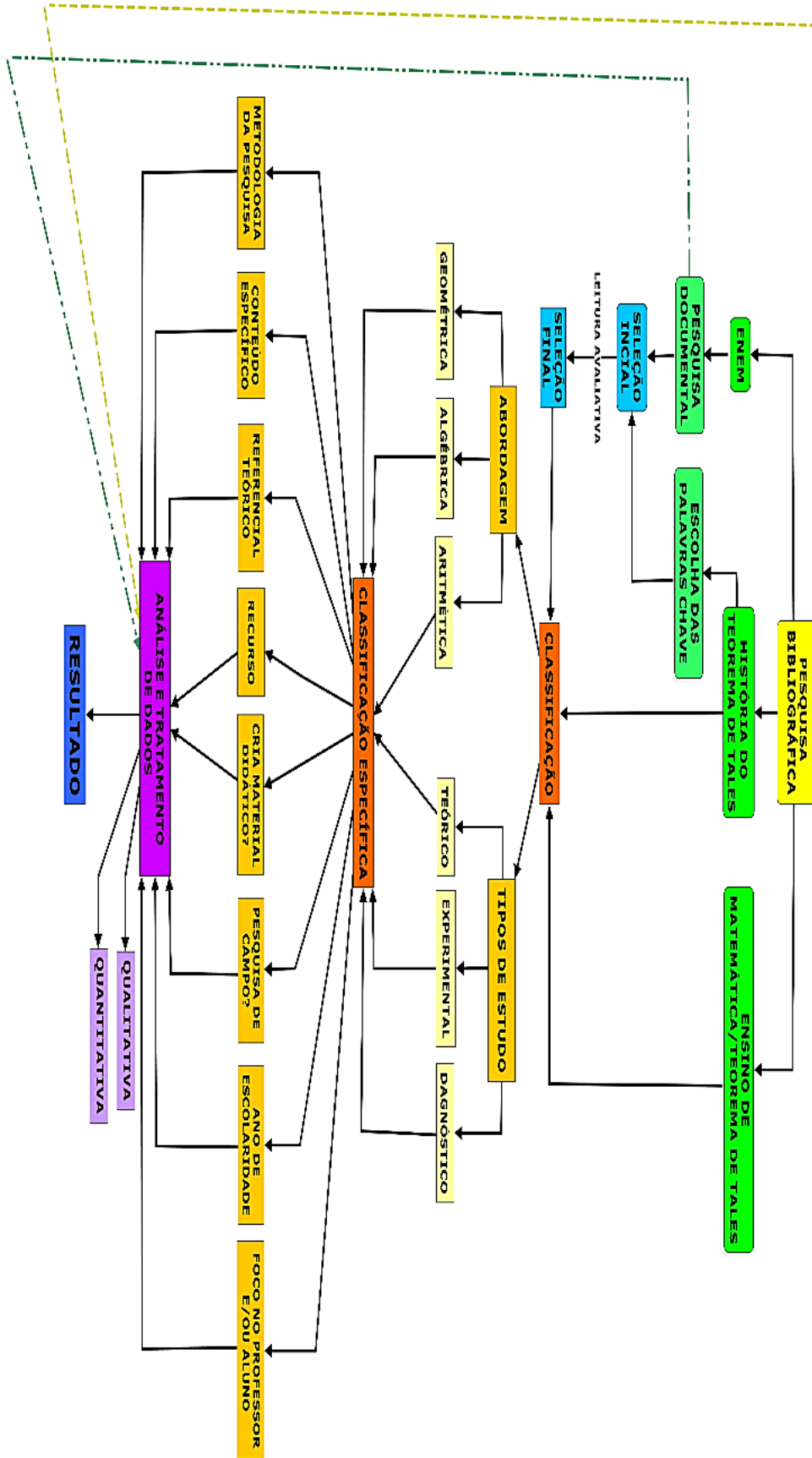
Com relação à pesquisa, verifica-se um deslocamento do foco no material didático em direção ao aluno e professor. Cabe destacar que, mesmo que em alguns casos a pesquisa tinha foco no aluno, no entanto, os relatos revelam o foco no material e na verificação de sua eficácia.

Em relação aos tipos de trabalhos percebe-se a preocupação com a aprendizagem do aluno e certo direcionamento para a formação continuada do professor.

Assim, nesta pesquisa, é validada a hipótese deste trabalho, bem como vislumbra a necessidade de análises mais rebuscadas de cada um dos itens

tratados. Tal ação pode ser desenvolvida por outros pesquisadores e espera-se que o autor possa dar prosseguimento a esta análise em pesquisas de pós-graduação.

# 7 ANEXOS



2016 - XII ENEM

<p><b>TÍTULO:</b> ANÁLISE DE DESEMPENHO E DE ESTRATÉGIAS DE ESTUDANTES DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL EM SITUAÇÕES DE PROPORÇÃO SIMPLES <b>AUTOR:</b> De Castro <i>et al.</i> <b>ANO:</b> 2016</p>	<p><b>TÍTULO:</b> TRABALHOS SOBRE RAZÃO E PROPORÇÃO NOS X E XI ENCONTROS NACIONAIS DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA <b>AUTOR:</b> Batista <i>et al.</i> <b>ANO:</b> 2016</p>	<p><b>TÍTULO:</b> RACIOCÍNIO PROPORCIONAL EM UM PROBLEMA ENVOLVENDO RELAÇÕES DE PROPORCIONALIDADE: ASPECTOS EVIDENCIADOS NA CoP-PAEM <b>AUTOR:</b> De Oliveira <i>et al.</i> <b>ANO:</b> 2016</p>
<p><b>TÍTULO:</b> RAZÃO ÁUREA E APLICAÇÕES: A SEQUÊNCIA DE FIBONACCI E A ESPIRAL ÁUREA. <b>AUTOR:</b> De Souza <i>et al.</i> <b>ANO:</b> 2016</p>	<p><b>TÍTULO:</b> CONTRIBUIÇÕES DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA PARA O ESTUDO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS: O CASO DA PROPORCIONALIDADE <b>AUTOR:</b> Da Silva <b>ANO:</b> 2016</p>	<p><b>TÍTULO:</b> AS MÚLTIPLAS REPRESENTAÇÕES EM UMA TAREFA DE PROPORÇÃO DIRETA <b>AUTOR:</b> Faria <i>et al.</i> <b>ANO:</b> 2016</p>
<p><b>TÍTULO:</b> A CONSTRUÇÃO DE UM MOSAICO A PARTIR DO CONCEITO DE PROPORÇÃO <b>AUTOR:</b> Sirilo <i>et al.</i> <b>ANO:</b> 2016</p>	<p><b>TÍTULO:</b> UTILIZAÇÃO DA ETNOMATEMÁTICA COMO PONTE COGNITIVA DE APRENDIZAGEM DE PROPORÇÕES A ALUNOS DA EJA ATRAVÉS DE TRAÇOS DE ARGAMASSA <b>AUTOR:</b> Chiappetta <b>ANO:</b> 2016</p>	<p><b>TÍTULO:</b> O TEOREMA DE TALES SOB AS LENTES DA ENGENHARIA DIDÁTICA: EXAME DE INDICADORES DA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA <b>AUTOR:</b> Santos <i>et al.</i> <b>ANO:</b> 2016</p>
<p><b>TÍTULO:</b> FORMAÇÃO DE PROFESSORES E GEOGEBRA: UMA PROPOSTA PARA COMPREENDER E ENSINAR O TEOREMA DE TALES <b>AUTOR:</b> Leite <i>et al.</i> <b>ANO:</b> 2016</p>	<p><b>TÍTULO:</b> TEOREMA DE TALES: UMA PROPOSTA DE ATIVIDADES INVESTIGATIVAS <b>AUTOR:</b> Barros <i>et al.</i> <b>ANO:</b> 2016</p>	<p><b>TÍTULO:</b> “SE ESPELHAR O ESPELHADO, DÁ!” – COMPOSIÇÃO DE TRANSFORMAÇÕES ISOMÉTRICAS POTENCIALIZADA POR TOQUES EM TELAS <b>AUTOR:</b> Assis <i>et al.</i> <b>ANO:</b> 2016</p>
<p><b>TÍTULO:</b> “O MUNDO MÁGICO DE ESCHER”: EXPLORANDO ISOMETRIAS NO ENSINO FUNDAMENTAL <b>AUTOR:</b> Siqueira <i>et al.</i> <b>ANO:</b> 2016</p>		



**2013 - XI ENEM**

<p><b>TÍTULO:</b> ASPECTOS DO RACIOCÍNIO PROPORCIONAL MOBILIZADOS NA RESOLUÇÃO E DISCUSSÃO DE UM PROBLEMA DE PROPORCIONALIDADE: NEGOCIAÇÕES DE SIGNIFICADOS DOS MEMBROS DA COP PAEM <b>AUTOR:</b> Cyrino <i>et al.</i> <b>ANO:</b> 2013</p>	<p><b>TÍTULO:</b> PROPORCIONALIDADE COMO FUNÇÃO: UMA ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO MÉDIO <b>AUTOR:</b> Soares e Nehring <i>et al.</i> <b>ANO:</b> 2013</p>	<p><b>TÍTULO:</b> NEGOCIAÇÃO DE SIGNIFICADOS A RESPEITO DO SUBCONSTRUTO RAZÃO NA RESOLUÇÃO E DISCUSSÃO DE UM PROBLEMA <b>AUTOR:</b> Oliveira e Garcia <b>ANO:</b> 2013</p>
<p><b>TÍTULO:</b> O CONCEITO DE RAZÃO EM UMA PERSPECTIVA CRÍTICA: RECORTE DE UM TRABALHO REALIZADO COM ALUNOS DO ENSINO MÉDIO <b>AUTOR:</b> Agnol <i>et al.</i> <b>ANO:</b> 2013</p>	<p><b>TÍTULO:</b> RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM UMA TURMA DE 8º ANO: O PROBLEMA DA PROPORÇÃO <b>AUTOR:</b> Sturion <i>et al.</i> <b>ANO:</b> 2013</p>	<p><b>TÍTULO:</b> VEREDA FENOMENOLÓGICA NA INICIAÇÃO À DOCÊNCIA: RAZÃO E PROPORÇÃO <b>AUTOR:</b> Kluth <b>ANO:</b> 2013</p>
<p><b>TÍTULO:</b> ATIVIDADES INVESTIGATÓRIAS NO PROCESSO DE ENSINO APRENDIZAGEM DO TEOREMA DE TALES EM UMA CLASSE DE 9º ANO DE UMA ESCOLA PÚBLICA <b>AUTOR:</b> Dos Santos <i>et al.</i> <b>ANO:</b> 2013</p>	<p><b>TÍTULO:</b> TEOREMA DE TALES: DO DESAFIO AO FARAÓ ÀS GRANDES REALIZAÇÕES <b>AUTOR:</b> Miranda <i>et al.</i> <b>ANO:</b> 2013</p>	<p><b>TÍTULO:</b> CONTRIBUIÇÕES DA MODELAGEM MATEMÁTICA NO ESTUDO DO TEOREMA DE TALES <b>AUTOR:</b> Marostega <i>et al.</i> <b>ANO:</b> 2013</p>
<p><b>TÍTULO:</b> DEMONSTRANDO O TEOREMA DE TALES DE FORMA DIFERENCIADA: ATIVIDADE PRÁTICA APLICADA NO ESTÁGIO II <b>AUTOR:</b> Ritter <i>et al.</i> <b>ANO:</b> 2013</p>	<p><b>TÍTULO:</b> A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM SALA DE AULA: UMA APLICAÇÃO AO TEOREMA DE THALES <b>AUTOR:</b> Costa <i>et al.</i> <b>ANO:</b> 2013</p>	

**2010 - X ENEM**

<p><b>TÍTULO:</b> ENSINO DE RAZÃO E PROPORÇÃO NA PERSPECTIVA CURRICULAR DE REDE <b>AUTOR:</b> Nogueira Júnior <i>et al.</i> <b>ANO:</b> 2010</p>	<p><b>TÍTULO:</b> MODELAGEM MATEMÁTICA COMO UMA ALTERNATIVA PEDAGÓGICA AO ENSINO DOS TÓPICOS “RAZÃO E PROPORÇÃO”: UMA EXPERIÊNCIA NO ENSINO FUNDAMENTAL <b>AUTOR:</b> Carvalho <i>et al.</i> <b>ANO:</b> 2010</p>	<p><b>TÍTULO:</b> RAZÃO ÁUREA: UM ELEMENTO MOTIVADOR PARA O ESTUDO DE RAZÕES E SEQUÊNCIAS NA EDUCAÇÃO BÁSICA <b>AUTOR:</b> Almeida <i>et al.</i> <b>ANO:</b> 2010</p>
<p><b>TÍTULO:</b> TÓPICOS DE HISTÓRIA E ENSINO DE MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE PARA O TEOREMA DE TALES <b>AUTOR:</b> Nascimento Silva <i>et al.</i> <b>ANO:</b> 2010</p>		

**2004 - VIII ENEM**

**TÍTULO:** A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE PROPORÇÕES AO LONGO DAS SÉRIES DA ESCOLA BÁSICA

**AUTOR:** Araújo *et al.*

**ANO:** 2004

**2001 - VII ENEM**

**TÍTULO:** TEOREMA DE THALES: Análise das variáveis de situação didática e adidática

**AUTOR:** Haruna *et al.*

**ANO:** 2001

**1998 - VI ENEM**

**TÍTULO:** A INFLUÊNCIA DO TIPO DE REPRESENTAÇÃO NO DESENVOLVIMENTO DE HABILIDADES MULTIPLICATIVAS DE PROPORÇÃO SIMPLES

**AUTOR:** Guimarães *et al.*

**ANO:** 1998

**TÍTULO:** A INTERAÇÃO SOCIAL NA COMPREENSÃO DE PROBLEMAS DE PROPORÇÃO SIMPLES

**AUTOR:** Da Luz *et al.*

**ANO:** 1998

**TÍTULO:** MATEMÁTICA E EDUCAÇÃO AMBIENTAL: UMA PROPOSTA INTERDISCIPLINAR PARA O APRENDIZADO DE RAZÃO E PROPORÇÃO PARTINDO DA COLETA DE MATERIAIS RECICLÁVEIS

**AUTOR:** Munhoz.

**ANO:** 1998

**TÍTULO:** MEDIDAS DE PROPORCIONALIDADE NA ESCOLA E NO MUNDO DO TRABALHO

**AUTOR:** Pontes.

**ANO:** 1998

**TÍTULO:** AS ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE PROPORÇÃO SIMPLES EM TRÊS MOMENTOS

**AUTOR:** De Oliveira.

**ANO:** 1998

## 8 REFERÊNCIAS

AGNOL, Rosemeri Dall'; LEAL, Louise Karkow Gaiatto. *O conceito de razão em uma perspectiva crítica: recorte de um trabalho realizado com alunos do Ensino Médio*. In: XI Encontro Nacional de Educação Matemática. ISSN 2178-034X, 2013, Curitiba, PR. Anais do XI ENEM: Relato de Experiência. Curitiba: SBEM, 2013. Disponível em:

<[http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/632\\_1096\\_ID.pdf](http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/632_1096_ID.pdf)>.

Acesso em: 14 jun. 2016.

ALMEIDA, Ana Mary Fonseca Barreto de. et al. *Razão Áurea: um elemento motivador para o estudo de Razões e Sequências na Educação Básica*. In: X Encontro Nacional de Educação Matemática. 2010, Salvador, BA. Anais do X ENEM: Comunicação Científica. Salvador: SBEM, 2010. Disponível em:

<[http://www.lematec.net.br/CDS/ENEM10/artigos/RE/T12\\_RE1252.pdf](http://www.lematec.net.br/CDS/ENEM10/artigos/RE/T12_RE1252.pdf)>.

Acesso em: 06 set. 2016.

ANDRADE, José Antônio Araújo; NACARATO, Adair Mendes. *O Ensino de Geometria: uma análise das publicações nos anais dos ENEM's*. Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação – Universidade São Francisco; CAPES. 2004. 2p, 4-5p. Disponível em: <[http://alb.com.br/arquivo-morto/edicoes\\_anteriores/anais14/Sem04/C04010.doc](http://alb.com.br/arquivo-morto/edicoes_anteriores/anais14/Sem04/C04010.doc)> Acesso em: 12 jul. 2017.

ARAÚJO, Fábio F.N.; OLIVEIRA, Maria G. L.; GITIRANA, Verônica., *A Resolução de Problemas de proporções ao longo das séries da Escola Básica*. In: VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. 2004, Recife, PE. Anais do VIII ENEM: Comunicação Científica. Recife: SBEM, 2004. Disponível em:

<<http://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/02/1CC42647940487.pdf>>. Acesso

em: 06 set. 2016.

ASSIS, Alexandre Rodrigues de., *“Se espelhar o espelhado, dá!” – composição de transformações isométricas potencializada por toques em telas*. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática. ISSN 2178-034X, 2016, São Paulo. Anais do XII ENEM: Comunicação Científica. São Paulo: SBEM, 2016. Disponível em:

<[http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/7117\\_3626\\_ID.pdf](http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/7117_3626_ID.pdf)>. Acesso

em: 06 set. 2016.

BAIRRAL, Marcelo Almeida; SILVA, Miguel Angelo da., *Instrumentação do Ensino da Geometria*. v. 3/ Marcelo Almeida Bairral. – Rio de Janeiro:

Fundação CECIERJ, 2009. 8p, 160p. Disponível em: Disponível em:

<<http://www.gepeticem.ufrj.br/portal/wp-content/uploads/2017/04/48340.pdf>>.

Acesso em: 18 out. 2016.

BARROS, Renata Arruda. *Teorema de Tales: uma proposta de Atividades Investigativas*. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática. ISSN 2178-034X, 2016, São Paulo. Anais do XII ENEM: Relato de Experiência. São Paulo: SBEM, 2016. Disponível em:

<[http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/5528\\_3818\\_ID.pdf](http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/5528_3818_ID.pdf)>. Acesso

em: 29 set. 2016.

BATISTA, Jakelline de Aquino. LIMA, Thainá de Nazaré Silva de., *Trabalhos sobre razão e proporção nos X e XI Encontros Nacionais de Educação*

*Matemática*. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática. ISSN 2178-034X, 2016, São Paulo. Anais do XII ENEM: Comunicação Científica. São Paulo: SBEM, 2016. Disponível em: <[http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/6789\\_3812\\_ID.pdf](http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/6789_3812_ID.pdf)>. Acesso em: 06 set. 2016.

BERTONI, Nilza Eigenheer, História da SBEM: Sociedade Brasileira de Educação Matemática. In: VIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2004, Recife. Anais do VIII ENEM, Painel de Encerramento. 1-2p. Recife: SBEM, 2004. Disponível em: Acesso em: 17 jul. 2017.

BIGODE, Antônio J. L. *As crianças, seus espaços e suas ações*. Cadernos da TV Escola: PCN na Escola. Brasília, CDU 373.3:5, Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação a Distância, Secretaria de Educação Fundamental, 1998. 9p.

BIEMBENGUT, Maria S., SBEM de janeiro de 1992 a julho de 1995: entre dificuldades e possibilidades. In: VIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2004, Recife. Anais do VIII ENEM, Painel de Encerramento. 17p. Recife: SBEM, 2004. Disponível em: Acesso em: 4 jul. 2017.

BIGODE, Antônio J. L., *Educação Brasileira 152 - Antônio José Lopes: Matemática no PISA*. Doutor em didática de Matemática, professor, consultor e autor de livros didáticos. São Paulo: Universidade Virtual do Estado de São Paulo, 9 abr. 2014. 30'14". Disponível em: <[https://www.youtube.com/watch?v=jzAA5994\\_70](https://www.youtube.com/watch?v=jzAA5994_70)>. Acesso em: 18 jul. 2017.

BIGODE, Antônio J. L. *Matemática Realística uma perspectiva Curricular para a Educação do século XXI*. In: XI Encontro Nacional de Educação Matemática, 2013, Curitiba, PR. Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática. 2p. Curitiba: SBEM, 2013. Disponível em: <[http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/1033\\_1128\\_ID.pdf](http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/1033_1128_ID.pdf)>. Acesso em: 18 jul. 2017.

BONGIOVANNI, V. O Teorema de Tales: uma ligação entre o geométrico e o numérico. REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática. v.2. n.5, p. 94-106, 2007. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/download/12993/12094>>. Acesso em: 11 jan. 2016.

BOYER, Carl B. *História da Matemática*. 3. ed. São Paulo: Blucher, 2010. 32p.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: Matemática*/Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998. p.16-91. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>>. Acesso em: 10 dez 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Publicação. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCCpublicacao.pdf>>. Acesso em: 18 jul. 2017.

CAMPOS, Tânia M. M., História da SBEM. In: VIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2004, Recife. Anais do VIII ENEM, Painel de Encerramento. 25p, 27p, 29p. Recife: SBEM, 2004. Disponível em: Acesso em: 4 jul. 2017.

CARVALHO, Lilian Milena Ramos et al. Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica ao Ensino dos tópicos “razão e proporção”: uma experiência no Ensino Fundamental. In: X Encontro Nacional de Educação Matemática. 2010, Salvador, BA. Anais do X ENEM: Comunicação Científica. Salvador: SBEM, 2010. Disponível em: <[http://www.lematec.net.br/CDS/ENEM10/artigos/RE/T14\\_RE509.pdf](http://www.lematec.net.br/CDS/ENEM10/artigos/RE/T14_RE509.pdf)>. Acesso em: 06 set. 2016.

CASTRO, Juscileide Braga de et al. *Análise de Desempenho e de estratégias de estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental em situações de proporção simples*. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática. ISSN 2178-034X, 2016, São Paulo. Anais do XII ENEM: Comunicação Científica. São Paulo: SBEM, 2016. Disponível em: <[http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/4602\\_4113\\_ID.pdf](http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/4602_4113_ID.pdf)>. Acesso em: 6 set. 2016.

CHIAPPETA, Stephany Karoline de Souza; SILVA, José Roberto. *Utilização da Etnomatemática como ponte cognitiva de aprendizagem de proporções a alunos da EJA através de traços de argamassa*. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática. 2016, São Paulo. Anais do XII ENEM: Relato de Experiência. São Paulo: SBEM, 2016. Disponível em: <[http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/7274\\_3518\\_ID.pdf](http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/7274_3518_ID.pdf)>. Acesso em: 29 set. 2016.

COSTA, Letícia Vieira Oliveira. Educação Matemática: *Origem, Características e Perspectivas*. In: IX Encontro Nacional de Educação Matemática, 2007, Belo Horizonte, MG. Anais do IX ENEM: Comunicação Científica. Belo Horizonte: SBEM, 2007. 4p. Disponível em: <[http://www.sbembrasil.org.br/files/ix\\_enem/Html/comunicacaoCientifica.html](http://www.sbembrasil.org.br/files/ix_enem/Html/comunicacaoCientifica.html)>. Acesso em: 12 jul. 2017.

COSTA, Raphaela; ZAQUEU, Ana C.M. *A História da Matemática em sala de aula: uma aplicação ao Teorema de Thales*. In: XI Encontro Nacional de Educação Matemática. ISSN 2178-034X, 2013, Curitiba, PR. Anais do XI ENEM: Relato de Experiência. Curitiba: SBEM, 2013. Disponível em: <[http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/2545\\_1052\\_ID.pdf](http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/2545_1052_ID.pdf)>. Acesso em: 12 jun. 2016.

CRATO, Nuno. *Passeio Aleatório pela Ciência do dia a dia*. 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009. 16p.

CYRINO, Márcia Cristina de Costa T.; GARCIA, Tânia M. R.; OLIVEIRA, Laís M. C. Pires de. *Aspectos do raciocínio proporcional mobilizados na resolução e discussão de um problema de proporcionalidade: negociações de significados dos membros da COP PAEM*. In: XI Encontro Nacional de Educação Matemática. ISSN 2178-034X, 2013, Curitiba, PR. Anais do XI ENEM: Comunicação Científica. Curitiba: SBEM, 2013. Disponível em:

<[http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/166\\_890\\_ID.pdf](http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/166_890_ID.pdf)>. Acesso em: 29 set. 2016.

DA SILVA, Bárbara. *Teorema de Tales: um estudo de sua abordagem no ensino da segunda metade do século XX até a atualidade*. 2004. 92 f. Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Matemática — Habilitação em Licenciatura, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2004. p.10-79. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/96654>>. Acesso em: 5 nov. 2015.

D'AMBRÓSIO, Beatriz S. *Como ensinar matemática hoje?* Temas e Debates. SBEM. Ano II. N2. Brasília. 1989. 5p. Disponível em:<[https://www.academia.edu/1082177/Como\\_ensinar\\_matem%C3%A1tica\\_hoje](https://www.academia.edu/1082177/Como_ensinar_matem%C3%A1tica_hoje)>. Acesso em: 06 jul. 2017.

DOS SANTOS, Márcia Nunes; VIANA, Marger da Conceição Ventura. *Atividades Investigatórias no processo de ensino-aprendizagem do Teorema de Tales em uma classe de 9º ano de uma escola pública*. In: XI Encontro Nacional de Educação Matemática. ISSN 2178-034X, 2013, Curitiba, PR. Anais do XI ENEM: Comunicação Científica. Curitiba: SBEM, 2013. Disponível em: <[http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/1162\\_181\\_ID.pdf](http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/1162_181_ID.pdf)>. Acesso em: 29 set. 2016.

ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ENEM), 1, 1988, São Paulo, SP. Anais do I Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo: Atual editora LTDA, 1988. 1-2p. Disponível em: <<http://www.sbembrasil.org.br/files/enemI.pdf>>. Acesso em: 01 jul. 2017.

ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ENEM), 2, 1988, Maringá, PR. Anais do II Encontro Nacional de Educação Matemática. Maringá: Editora Ática S/A, 1988. 3p. Disponível em: <<http://www.sbembrasil.org.br/files/enemII.pdf>>. Acesso em: 01 jul. 2017.

ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ENEM), 5, 1995, Aracajú, SE. Anais do V Encontro Nacional de Educação Matemática. Aracajú: SBEM, 1995. 21p, . Disponível em: <[http://www.sbembrasil.org.br/files/V\\_ENEM\\_I%20.PDF](http://www.sbembrasil.org.br/files/V_ENEM_I%20.PDF)>Acesso em: 9 jun. 2017

ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ENEM), 6, 1998, São Leopoldo. Anais do VI Encontro Nacional de Educação Matemática. São Leopoldo: SBEM, 1998. 22p, 411-413p, 449-454p. Disponível em: <<http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/anais>>Acesso em: 9 jun. 2017.

EVES, Howard. *Introdução à história da matemática*. 5. ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2011. 95p, 115p.

FARIA, Renata Aparecida de., *As múltiplas representações em uma tarefa de proporção direta*. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática. 2016, São Paulo. Anais do XII ENEM: Relato de Experiência. São Paulo: SBEM, 2016. Disponível em:

<[http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/4587\\_2458\\_ID.pdf](http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/4587_2458_ID.pdf)>. Acesso em: 29 set. 2016.

FARIA, Rejane W. S. C.; CHINELLATO, Tiago G.; DA SILVA, Fábio F.; MALTEMPI, Marcus V.; JAVARONI, Sueli L. *Grandezas Proporcionais com Geogebra: possibilidades para o ensino integrado de geometria, aritmética e álgebra*. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática. 2016, São Paulo. Anais do XII ENEM: Relato de Experiência. São Paulo: SBEM, 2016.

FERNANDES CARVALHO, Edmo Fernandes et al. *Implicações da criação e Resolução de Problemas na razão de ser da atividade matemática*. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática. ISSN 2178-034X, 2016, São Paulo. Anais do XII ENEM: Comunicação Científica. São Paulo: SBEM, 2016. 1p. Disponível em: <[http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/6892\\_3556\\_ID.pdf](http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/6892_3556_ID.pdf)>. Acesso em: 06 set. 2016.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. 2. ed. Campinas: Autores Associados, 2007. 36p, 32p.

FIORENTINI, Dario. Rumos da Pesquisa Brasileira em Educação Matemática: O caso da Produção Científica em Cursos de Pós-Graduação. 1994. 113 f. Tese (Doutorado em Educação na área de concentração: Metodologia de Ensino), Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 5 ago. 1994. 2p.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra, 1996. 27p.

GARBI, Gilberto Geraldo. *A Rainha das Ciências*. 3.ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009. 8p, 10p, 17-19p, 21-22p.

GERALDI, Luciana M. Aquaroni; SCADELAI, Luciane Mialick; BOLZAN, Wagner José. *Pesquisa em Educação Matemática: Desafios à prática docente*. Jaboticabal, SP: 2012. 120p.

GERALDI, Luciana M. Aquaroni; SCADELAI, Luciane Mialick; BOLZAN, Wagner José. *Pesquisa em Educação Matemática: Desafios à prática docente*. Taquaritinga: Agbook, 2013. 133p.

GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo. Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS. Curso de Graduação Tecnológica. Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS. *Métodos de Pesquisa*. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. Disponível em: <<http://www.ufrgs.br/cursopgdr/downloadsSerie/derad005.pdf>>. Acesso em: mai. 2017.

GIGANTE, Ana Paula Beltrão. *Matemática: reflexões no ensino, reflexos na Aprendizagem*. 1. ed. Erechim: Edelbra, 2012. 52p.

GRAVINA, Maria Alice. *Geometria Dinâmica uma nova abordagem para o aprendizado da Geometria*. In: Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, p.1-13, Belo Horizonte, Brasil, nov 1996. Disponível em: <[http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos\\_teses/EDUCACAO\\_E\\_TECNOLOGIA/GEODINAMICA.PDF](http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/EDUCACAO_E_TECNOLOGIA/GEODINAMICA.PDF)>. Acesso em: 10 mai. 2017.

HARUNA, Nancy Cury Andraus; ALMOULOU, Saddo Ag., *Teorema de Thales: análise das variáveis de situação didática e adidática*. In: VII Encontro Nacional de Educação Matemática. 2004, Recife, PE. Anais do VII ENEM: Comunicação Científica. Rio de Janeiro: SBEM, 2001. Comu\_27. Disponível em: <<http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/anais>>. Acesso em: 04 set. 2016.

HARUNA, Nancy Cury Andraus. *Teorema de Thales: Uma abordagem do processo-ensino aprendizagem. Mestrado em Educação Matemática*. São Paulo: PUCSP, 2000. Disponível em: <[http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos\\_teses/MATEMATICA/Dissertacao\\_haruna.pdf](http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Dissertacao_haruna.pdf)>. Acesso em: 14 jan. 2016.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). Estatística dos professores no Brasil. 2. ed. Brasília: Inep, 2004. 11p. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/documents/186968/484154/Estat%C3%ADsticas+dos+professores+no+Brasil/2cfab3f2-3221-4494-9f7e-63ae08c154e1?version=1.1>>. Acesso em: 12 jul. 2017

KATZ, Victor J. *História da Matemática*. 2. ed. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1998. 59p.

KLUTH, Verilda Sperdião. *Vereda Fenomenológica na iniciação à docência: razão e proporção*. In: XI Encontro Nacional de Educação Matemática. ISSN 2178-034X, 2013, Curitiba, PR. Anais do XI ENEM: Relato de Experiência. Curitiba: SBEM, 2013. Disponível em: <[http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/2429\\_1187\\_ID.pdf](http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/2429_1187_ID.pdf)>. Acesso em: 12 jun. 2016.

LEITE, Rubervan da Silva; OLIVEIRA, Gerson Pastre de., *Formação de professores e Geogebra: uma proposta para compreender e ensinar o Teorema de Tales: o caso da proporcionalidade*. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática. ISSN 2178-034X, 2016, São Paulo. Anais do XII ENEM: Comunicação Científica. São Paulo: SBEM, 2016. Disponível em: <[http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/5241\\_2609\\_ID.pdf](http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/5241_2609_ID.pdf)>. Acesso em: 22 set. 2016.

LOUREIRO, Cristina. *Que Formação Matemática para os Professores do 1º Ciclo e para os Educadores de Infância?* Ata dos Encontros da Sociedade Portuguesa de Investigação Matemática. 2003. 17p. Disponível em: <[http://spiem.pt/DOCS/ATAS\\_ENCONTROS/2003/2003\\_04\\_CLoureiro.pdf](http://spiem.pt/DOCS/ATAS_ENCONTROS/2003/2003_04_CLoureiro.pdf)>. Acesso em: 10 jul. 2017.

MENDES, Iran Abreu. *Matemática e investigação em sala de aula*. 2.ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009. 104p.

MIGUEL, Antonio; BRITO, Arlete de Jesus; CARVALHO, Dione Lucchesi de.; MENDES, Iran Abreu. *História da Matemática em atividades didáticas*. 2.ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009. 149p.

MIRANDA, Maria Aparecida. *Teorema de Tales: do desafio ao faraó às grandes realizações*. In: XI Encontro Nacional de Educação Matemática. ISSN 2178-034X, 2013, Curitiba, PR. Anais do XI ENEM: Relato de Experiência. Curitiba:



SBEM, 2013. Disponível em:  
<[http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/1020\\_334\\_ID.pdf](http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/1020_334_ID.pdf)>.  
Acesso em: 12 jun. 2016.

MAROSTEGA, João Sidinei et al. *Contribuições da Modelagem Matemática no estudo do Teorema de Tales*. In: XI Encontro Nacional de Educação Matemática. ISSN 2178-034X, 2013, Curitiba, PR. Anais do XI ENEM: Relato de Experiência. Curitiba: SBEM, 2013. Disponível em:  
<[http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/1614\\_842\\_ID.pdf](http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/1614_842_ID.pdf)>.  
Acesso em: 12 jun. 2016.

NASCIMENTO SILVA, Ana Paula Pereira do., *Tópicos de História e Ensino de Matemática: uma proposta de atividade para o Teorema de Tales*. In: X Encontro Nacional de Educação Matemática. 2010, Salvador, BA. Anais do X ENEM: Comunicação Científica. Salvador: SBEM, 2010. Disponível em:  
<[http://www.lematec.net.br/CDS/ENEM10/artigos/RE/T6\\_RE476.pdf](http://www.lematec.net.br/CDS/ENEM10/artigos/RE/T6_RE476.pdf)>. Acesso em: 06 set. 2016.

NOGUEIRA JÚNIOR, Dárcio Costa. *Ensino de razão e proporção na Perspectiva Curricular de Rede*. In: X Encontro Nacional de Educação Matemática. 2010, Salvador, BA. Anais do X ENEM: Comunicação Científica. Salvador: SBEM, 2010. Disponível em:  
<[http://www.lematec.net.br/CDS/ENEM10/artigos/CC/T8\\_CC1664.pdf](http://www.lematec.net.br/CDS/ENEM10/artigos/CC/T8_CC1664.pdf)>. Acesso em: 06 set. 2016.

OLIVEIRA, Laís M. C. P. *Raciocínio Proporcional em um problema envolvendo relações de proporcionalidade: aspectos evidenciados na CoP-PAEM*. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática. ISSN 2178-034X, 2016, São Paulo. Anais do XII ENEM: Comunicação Científica. São Paulo: SBEM, 2016. Disponível em: <  
[http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/7314\\_3371\\_ID.pdf](http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/7314_3371_ID.pdf)>. Acesso em: 06 set. 2016.

OLIVEIRA, Laís M. C. P.; GARCIA, Tânia M. R., *Negociação de significados a respeito do subconstruto razão na resolução e discussão de um problema*. In: XI Encontro Nacional de Educação Matemática. ISSN 2178-034X, 2013, Curitiba, PR. Anais do XI ENEM: Relato de Experiência. Curitiba: SBEM, 2013. Disponível em:  
<[http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/249\\_770\\_ID.pdf](http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/249_770_ID.pdf)>.  
Acesso em: 29 set. 2016.

PIRES, Célia M. C., A Sociedade Brasileira de Educação Matemática: avanços e desafios. In: VIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2004, Recife. Anais do VIII ENEM, Painel de Encerramento. 31p. Recife: SBEM, 2004. Disponível em: Acesso em: 4 jul. 2017.

PRADO, Juliana. *Alunos brasileiros ficam entre os piores em teste de raciocínio lógico*. 01 abr. 2014. Disponível em:  
<<http://oglobo.globo.com/sociedade/educacao/alunos-brasileiros-ficam-entre-os-piores-em-teste-de-raciocinio-logico-12052532>>. Acesso em: 10 mai. 2017.

Relatório do movimento Todos Pela Educação apresenta estudos inéditos. *Todos Pela Educação*. 02 jul. 2012. Disponível em:  
<<http://www.todospelaeducacao.org.br/sala-de->

imprensa/releases/34223/relatorio-do-movimento-todos-pela-educacao-apresenta-estudos-ineditos/>. Acesso em: 24 abr. 2017.

RICARDO, Elio Carlos; ZYLBERSZTAJN. Os Parâmetros Curriculares Nacionais na formação inicial dos professores das Ciências da natureza e Matemática do Ensino Médio. *Investigações em Ensino de Ciências – V12(3)*, pp.339-355, 2007. Disponível em: < <http://lct-ead.nutes.ufrj.br/constructore/objetos/obj22048.pdf>>. Acesso em: 24 abr. 2017.

RIO DE JANEIRO (ESTADO). Secretaria Estado de Educação. Currículo Mínimo 2012: Matemática. Rio de Janeiro, 2.ed, 2012. 12p. Disponível em: < <http://www.conexaoescola.rj.gov.br/curriculo-basico/matematica>>. Acesso em: 15 dez. 2015.

RITTER, Denise; BURIOL SIGUENÃS, Lorens Estevan. *Demonstrando o Teorema de Tales de forma diferenciada: atividade prática aplicada no estágio II*. In: XI Encontro Nacional de Educação Matemática. ISSN 2178–034X, 2013, Curitiba, PR. Anais do XI ENEM: Relato de Experiência. Curitiba: SBEM, 2013. Disponível em: <[http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/2252\\_1288\\_ID.pdf](http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/2252_1288_ID.pdf)>. Acesso em: 12 jun. 2016.

ROQUE, Tatiana. *História da Matemática*. Rio de Janeiro: Zahar, 2012. 81p, 82p, 93p.

RONAN, Colin A. *História ilustrada da ciência*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2001. 27p.

SANTOS, Márcia Nunes dos.; VIANA, Marger da Conceição Ventura. *Teorema de Tales com atividades investigatórias e História da Matemática*. Cadernos de Ensino e Pesquisa em Educação Matemática, versão pré-publicada, Ouro Preto. 8-9p, 11p. 2013. Disponível em: < [http://www.ppgedmat.ufop.br/arquivos/produtos\\_2012/Marcia%20Nunes%20dos%20Santos.pdf](http://www.ppgedmat.ufop.br/arquivos/produtos_2012/Marcia%20Nunes%20dos%20Santos.pdf)>. Acesso em: out. 2015.

SANTOS, Jamison Luiz Barros; FONSECA, Laerte S. *O Teorema de Tales sob as lentes da Engenharia Didática: exame de indicadores da aprendizagem matemática*. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática. ISSN 2178-034X, 2016, São Paulo. Anais do XII ENEM: Comunicação Científica. São Paulo: SBEM, 2016. Disponível em: < [http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/7060\\_3229\\_ID.pdf](http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/7060_3229_ID.pdf)>. Acesso em: 06 set. 2016.

SANTOS, Josiel Almeida; FRANÇA, Kleber Vieira; DOS SANTOS, Lúcia S. B. Dificuldades na aprendizagem de Matemática. Trabalho de conclusão de curso apresentado para obtenção do título de licenciado em Matemática, pelo cento Universitário Adventista. São Paulo, 2007. 26p, 37p. Disponível em: <[http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos\\_teses/MATEMATICA/Monografia\\_Santos.pdf](http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Monografia_Santos.pdf)>. Acesso em: 06 set. 2016.

SILVA, João Batista R. da.; COSTA JÚNIOR, José Roberto. *Contribuições da História da Matemática para o estudo de conceitos matemáticos: o caso da proporcionalidade*. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática. ISSN 2178-034X, 2016, São Paulo. Anais do XII ENEM: Comunicação Científica. São

Paulo: SBEM, 2016. Disponível em: <  
[http://www.sbemrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/5168\\_2709\\_ID.pdf](http://www.sbemrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/5168_2709_ID.pdf) >. Acesso em: 24 abr. 2017.

SILVA, Joelma Maria da.; MASSARANDUBA, Dayane M. da Silva; DUARTE, Vânia de Moura B. D. *Homem de Vitruvius: Proporção áurea no ensino dos números irracionais*. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática. ISSN 2178-034X, 2016, São Paulo. Anais do XII ENEM: Comunicação Científica. São Paulo: SBEM, 2016. 1p. Disponível em: <  
[http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/7219\\_3760\\_ID.pdf](http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/7219_3760_ID.pdf)>. Acesso em: 22 set. 2016.

SIQUEIRA, Vitor Lacerda et al. *“O mundo mágico de Escher”: explorando isometrias no Ensino Fundamental*. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática. ISSN 2178-034X, 2016, São Paulo. Anais do XII ENEM: Relato de Experiência. São Paulo: SBEM, 2016. Disponível em: <  
[http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/6945\\_4361\\_ID.pdf](http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/6945_4361_ID.pdf)>. Acesso em: 29 set. 2016.

SIRILO, Giedre Alves et al. *A construção de um mosaico a partir do conceito de proporção*. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática. ISSN 2178-034X, 2016, São Paulo. Anais do XII ENEM: Relato de Experiência. São Paulo: SBEM, 2016. Disponível em: <  
[http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/6957\\_3741\\_ID.pdf](http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/6957_3741_ID.pdf)>. Acesso em: 29 set. 2016.

SOUZA, Alexandre Ramon de., *Razão Áurea e aplicações: a sequência de Fibonacci e a espiral áurea*. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática. ISSN 2178-034X, 2016, São Paulo. Anais do XII ENEM: Comunicação Científica. São Paulo: SBEM, 2016. Disponível em: <  
[http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/8310\\_3946\\_ID.pdf](http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/8310_3946_ID.pdf)>. Acesso em: 06 set. 2016.

SOUZA, João Cláudio Rocha de.; GUTIERRE, Liliane dos Santos. *A História da Sociedade Brasileira de Educação Matemática no Rio Grande do Norte*. In: II Encontro Nacional de Pesquisa em História da Educação Matemática. ISBN 978-85-99703-78-6, 2014, Bauru, SP. Anais do II ENAPHEM: Sessões Coordenadas, 868-874p. Bauru: Faculdade de Ciências, 2014. 869-870p. Disponível em: <  
<http://www2.fc.unesp.br/enaphem/anais/>> Acesso em: 01 jul. 2017.

SOARES, Maria Arlita da Silveira; NEHRING, Cátia Maria. *Proporcionalidade como função: uma análise de livros didáticos do Ensino Médio*. In: XI Encontro Nacional de Educação Matemática. ISSN 2178-034X, 2013, Curitiba, PR. Anais do XI ENEM: Comunicação Científica. Curitiba: SBEM, 2013. Disponível em: <  
[http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/1162\\_181\\_ID.pdf](http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/1162_181_ID.pdf)>. Acesso em: 29 set. 2016.

STURION, Eliane Cristina. *Resolução de Problemas em uma turma de 8º ano: o problema da proporção*. In: XI Encontro Nacional de Educação Matemática. ISSN 2178-034X, 2013, Curitiba, PR. Anais do XI ENEM: Relato de Experiência. Curitiba: SBEM, 2013. Disponível em:

<[http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/1869\\_361\\_ID.pdf](http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/1869_361_ID.pdf)>.  
Acesso em: 29 set. 2016.

Tabelas da Pesquisa Documental. Disponível em:  
<<https://www.dropbox.com/s/m43y54z4yshmwcb/analise%20de%20trabalhos%20%281%29.xlsx?dl=0>>. Acesso em: 21 jul. 2017.

TINOCO, Lucia A. A. *Razões e Proporções*. Rio de Janeiro: Editora UFRJ, 1996. p.7-9.