



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E
TECNOLOGIA DO RIO DE JANEIRO
CAMPUS VOLTA REDONDA
CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA**

ISABELA LEAL DE BARROS

**DESENHO GEOMÉTRICO: UM ESTUDO DAS ATIVIDADES NOS
LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

**VOLTA REDONDA - RJ
JANEIRO/2018**

ISABELA LEAL DE BARROS

**DESENHO GEOMÉTRICO: UM ESTUDO DAS ATIVIDADES NOS LIVROS
DIDÁTICOS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Instituto Federal do Rio de
Janeiro, como requisito parcial à obtenção
do grau de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof. M.Sc. Isabella Moreira
de Paiva Corrêa

VOLTA REDONDA - RJ
2018

B277d

Barros, Isabela Leal de

Desenho Geométrico: um estudo das atividades nos livros didáticos do ensino fundamental / Isabela Leal de Barros. Volta Redonda, 2018.

83f. : il. color.

Orientadora Profa. Me. : Isabella Moreira de Paiva Corrêa

1. Desenho Geométrico. 2. Ensino de Geometria. 3. Educação Básica. I. Instituto Federal de Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro, Licenciatura em Matemática II. Corrêa, Isabella Moreira de Paiva III. Título.

CDU 744

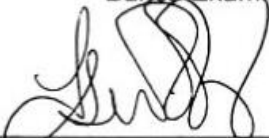
ISABELA LEAL DE BARROS

**DESENHO GEOMÉTRICO: UM ESTUDO DAS ATIVIDADES NOS LIVROS
DIDÁTICOS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

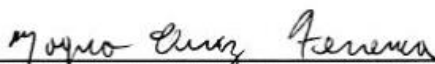
Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Instituto Federal de
Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de
Janeiro, como requisito parcial para a
obtenção do grau de Licenciado em
Matemática.

Aprovado em 11 / 01 / 2018.

Banca Examinadora



Profª Isabella Moreira de Paiva Corrêa, M.Sc., IFRJ
Orientadora



Profº Magno Luiz Ferreira, M.Sc., IFRJ
Membro Interno



Profª Roberta Fonseca dos Prazeres, M.Sc., IFRJ
Membro Interno



Profª Giovana da Silva Cardoso, M.Sc., IFRJ
Suplente

VOLTA REDONDA - RJ
2018

À minha família que sempre esteve
presente me encorajando com carinho.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiro à Deus, por ter me dado saúde, sabedoria e força para superar as dificuldades.

À minha família por apoiar com carinho as minhas escolhas e me encorajar todas as vezes que enfrentava uma barreira.

À minha orientadora Isabella Moreira de Paiva Corrêa por acreditar no meu potencial e com isso caminhar comigo no desenvolvimento deste trabalho.

Aos professores Magno Luiz Ferreira, Roberta Fonseca dos Prazeres e Giovana da Silva Cardoso por comporem a banca avaliadora e porque foram professores que me acompanharam desde os primeiros períodos incentivando e contribuindo para a minha formação.

Aos mestres que contribuíram de maneira significativa para a concretização desse crescimento acadêmico.

Agradeço novamente a professora Roberta Fonseca dos Prazeres porque desde o primeiro período neste instituto não mediu esforços para me ajudar em todas as disciplinas que precisei. Se tornou uma grande amiga que sempre me estendeu a mão, acreditou no meu potencial e me incentivou todas as vezes que me senti desmotivada.

Aos meus amigos que acompanharam de perto meu desenvolvimento e fizeram com que a caminhada acadêmica fosse mais agradável.

Feliz aquele que transfere o que sabe e
aprende o que ensina.

Cora Coralina

BARROS, Isabela Leal de. *Desenho Geométrico: um estudo das atividades nos livros didáticos do ensino fundamental*. Volta Redonda, 2018. 83p. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro, *campus* Volta Redonda, Volta Redonda, RJ, 2018.

RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo de como as atividades de desenho geométrico são abordadas em livros didáticos do Ensino Fundamental. Com a intenção de compreender os motivos pelos quais o Desenho Geométrico não se configura mais como um componente curricular, foi necessário um retrospecto histórico observando, sobretudo, os objetivos educacionais que sustentaram sua permanência (ou ausência) na educação escolar. Apesar disso, a prática do desenho geométrico continua sendo indicada pela Educação Matemática bem como preconizado pelos documentos e orientações pedagógicas oficiais, tais como PCN, PNLD e BNCC, destacando claramente a sua importância na educação básica. É a partir dos aspectos do desenho geométrico que contribuem para a educação básica dos indivíduos que se realiza a análise dos livros didáticos de matemática, utilizados na rede municipal de ensino, evidenciando como o desenho geométrico é utilizado neste material. Diante desses resultados a análise revelou que o desenho geométrico está inserido nos livros didáticos de forma muito tímida. Sua utilização nos exercícios são, com pouquíssimas exceções, apenas atividades mecânicas de repetição de passos de construções realizadas anteriormente. No último capítulo são apresentadas algumas sugestões de atividades no intuito de complementar a abordagem dos livros, favorecendo a utilização do desenho geométrico durante o ensino de geometria como ferramenta de auxílio para o desenvolvimento da formação geral do aluno e validação dos conteúdos.

Palavras-chave: Desenho Geométrico. Ensino de Geometria. Educação Básica

BARROS, Isabela Leal de. *Geometric Design: a study of activities in elementary school textbooks*. Volta Redonda, 2018. – 83p. Work of Conclusion Course (Degree in Mathematics) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro, *campus* Volta Redonda, Volta Redonda, RJ, 2018.

ABSTRACT

This work presents a study of how the activities of geometric design are addressed in textbooks of Elementary School. In order to understand the reasons why Geometric Design is no longer a curricular component, a historical retrospective was necessary, observing above all the educational objectives that supported its permanence (or absence) in school education. Despite this, the practice of geometric design continues to be indicated by Mathematics Education as well as recommended by official pedagogical documents and guidelines, such as PCN, PNLD and BNCC, clearly highlighting its importance in basic education. It is from the aspects of the geometric design that contribute to the basic education of the individuals that the analysis of the didactic books of mathematics, used in the municipal school network, is realized, evidencing how the geometric design is used in this material. Given these results, the analysis revealed that the geometric design is inserted in the textbooks in a very timid way. Its use in the exercises are, with very few exceptions, only mechanical activities of repetition of steps of previous constructions. In the last chapter some suggestions of activities are presented in order to complement the approach of the books, favoring the use of the geometric design during the teaching of geometry as a tool of aid for the development of the general formation of the student and validation of the contents.

Keywords: Geometric Design. Geometry Teaching. Basic Education.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 -	Operações matemáticas realizadas pelos gregos na antiguidade por meio de construções geométricas	17
Figura 2 -	Demonstração geométrica da resolução de equações quadráticas utilizada pelos babilônios na antiguidade	18
Figura 3 -	Método Geométrico de Descartes	20
Figura 4 -	Segmento PT como a média geométrica entre os segmentos PA e PB	21
Figura 5 -	Determinação da média geométrica de medida $\sqrt{60}$	21
Figura 6 -	Construção geométrica para determinação das raízes da equação $L^2 + 7L - 60 = 0$	22
Figura 7 -	Exercício 30, capítulo Retas e Ângulos	47
Figura 8 -	Exercício 19, capítulo Polígonos e Poliedros	48
Figura 9 -	Exercício 22, capítulo Polígonos e Poliedros	48
Figura 10 -	Exercício 11, capítulo Ângulos	49
Figura 11 -	Exercício 28, capítulo Ângulos	50
Figura 12 -	Exercício 36, capítulo Área de Regiões Poligonais	51
Figura 13 -	Exercício 5, capítulo Retas e Ângulos	52
Figura 14 -	Exercício 6, capítulo Retas e Ângulos	53
Figura 15 -	Exercícios 7 e 8, capítulo Retas e Ângulos	53
Figura 16 -	Exercício "Pense mais um pouco", capítulo Retas e Ângulos	54
Figura 17 -	Exercício 4, capítulo Figuras Geométricas Planas	55
Figura 18 -	Exercício 2, capítulo Figuras Geométricas Planas	55
Figura 19 -	Exercício 3, capítulo Ângulos	56
Figura 20 -	Exercícios 3 e 4, capítulo Retas e Ângulos	57
Figura 21 -	Exercício 3, capítulo Retas e Ângulos	58
Figura 22 -	Exercício 8, capítulo Segmentos Proporcionais e Semelhança	58
Figura 23 -	Exercício 2, capítulo Polígonos Regulares	59
Figura 24 -	Exercício 22, capítulo Ângulos e Retas	59
Figura 25 -	Exercício 11, capítulo Ângulos	60
Figura 26 -	Exercício 15, capítulo Triângulos	61
Figura 27 -	Exercício 36, capítulo Triângulos	62
Figura 28 -	Exercício 38, capítulo Triângulos	62
Figura 29 -	Exercício 39, capítulo Triângulos	63
Figura 30 -	Exercício 35, capítulo Quadriláteros e Formas Circulares	64
Figura 31 -	Exercício 37, capítulo Quadriláteros e Formas Circulares	64
Figura 32 -	Exercício 8, capítulo Simetria	65
Figura 33 -	Exercício 17, capítulo Semelhança	65
Figura 34 -	Exercício 2, capítulo Círculo e Circunferência	66
Figura 35 -	Exercício de Retas Perpendiculares	68
Figura 36 -	Exercício de Retas Paralelas e Retas Perpendiculares	69
Figura 37 -	Exercício Retas Paralelas e Retas Perpendiculares	69
Figura 38 -	Exercício 5, capítulo Posições Relativas de Retas Coplanares	70
Figura 39 -	Exercício 3, capítulo Operações com Ângulos	71
Figura 40 -	Exercício 5, capítulo Ângulos	72
Figura 41 -	Exercício Ângulos Congruentes	73
Figura 42 -	Exercício 3, capítulo Quadriláteros	74
Figura 43 -	Exercício Circunferência	75
Figura 44 -	Exercício 1, capítulo Construção de Triângulos	76
Figura 45 -	Exercício 2, capítulo Triângulos	77
Figura 46 -	Exercício Simetria	77

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 -	Situação do Desenho Geométrico no currículo oficial brasileiro	31
------------	----------------------------------------------------------------	----

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	13
2. ORIGENS DO DESENHO GEOMÉTRICO.....	16
2.1 O ENSINO DE DESENHO GEOMÉTRICO NO BRASIL.....	23
3. A IMPORTÂNCIA DO DESENHO GEOMÉTRICO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.....	33
4. ORIENTAÇÕES NACIONAIS SOBRE O ESTUDO DO DESENHO GEOMÉTRICO.....	38
4.1 O DESENHO GEOMÉTRICO NO PCN.....	38
4.2 O DESENHO GEOMÉTRICO NO PNLD.....	40
4.3 O DESENHO GEOMÉTRICO NA BNCC.....	42
5. METODOLOGIA.....	45
6. O DESENHO GEOMÉTRICO NOS LIVROS DIDÁTICOS.....	47
6.1 COLEÇÃO MATEMÁTICA	47
6.1.1 – O livro do 6º ano.....	47
6.1.2 – O livro do 7º ano.....	49
6.1.3 – O livro do 8º ano.....	52
6.1.4 – O livro do 9º ano.....	54
6.2 COLEÇÃO MATEMÁTICA - COMPREENSÃO E PRÁTICA.....	55
6.2.1 – O livro do 6º ano.....	55
6.2.2 – O livro do 7º ano.....	56
6.2.3 – O livro do 8º ano.....	57
6.2.4 – O livro do 9º ano.....	58
6.3 COLEÇÃO VONTADE DE SABER.....	59
6.3.1 – O livro do 6º ano.....	59
6.3.2 – O livro do 7º ano.....	60
6.3.3 – O livro do 8º ano.....	60
6.3.4 – O livro do 9º ano.....	64
6.4 CONSIDERAÇÕES SOBRE A ANÁLISE DAS COLEÇÕES.....	66
7. SUGESTÕES A PARTIR DAS ATIVIDADES DO LIVRO.....	68
7.1 – RETAS.....	68
7.2 – ÂNGULOS.....	70
7.3 – QUADRILÁTEROS.....	73
7.4 – CIRCUNFERÊNCIA.....	74
7.5 – TRIÂNGULO.....	75
7.6 – SIMETRIA.....	77
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	79
REFERENCIAL BIBLIOGRÁFICO.....	81

1. INTRODUÇÃO

O desenho é considerado uma linguagem não verbal que é utilizada desde os primórdios da história da humanidade. Os homens se comunicavam por meio de desenhos que registravam nas paredes das cavernas, reproduzindo os acontecimentos e deixando seu legado histórico. Desenhar é, portanto, uma forma de expressão humana.

Em se tratando de educação, o desenhar está presente desde a infância. Para a educação matemática, mais especificamente, tem-se o Desenho Geométrico como uma disciplina ou conjunto de conhecimentos, sendo possível perceber sua presença nos currículos escolares em diversas épocas, com maior ou menor ênfase e importância, conforme os objetivos educacionais de cada período.

A escolha deste tema aconteceu devido às experiências vividas durante a formação da pesquisadora. Tenho poucas recordações da minha aprendizagem de geometria nas aulas de matemática durante o Ensino Fundamental, e praticamente nenhuma recordação sobre o uso do desenho geométrico nesta época. Porém, ao cursar a disciplina Construções Geométricas na faculdade, a experiência de usar os instrumentos régua e compasso para estudar e validar conceitos e propriedades matemáticas foi muito prazerosa e significativa.

A partir dessa experiência acredita-se que outros alunos também poderão compartilhar desta sensação, caso o desenho geométrico também faça parte do cotidiano escolar, se este ensino for oferecido. Mesmo não estando presente no currículo escolar como uma disciplina, o desenho geométrico pode ser desenvolvido durante as aulas de matemática.

Em uma sala de aula o professor tem a liberdade de adotar diversas metodologias para apresentar suas aulas, podendo utilizar vários recursos como suporte. O livro didático é um material disponibilizado gratuitamente a todos os alunos da escola pública, se constituindo no principal recurso didático utilizado por professores e alunos. Mas será que o livro didático é um material que contempla todas as possibilidades em termos de recursos pedagógicos? Considerando que o desenho geométrico não se apresenta mais como uma disciplina, mas que é um recurso didático e o livro didático é a ferramenta mais acessível a professores e alunos, surgiu

a curiosidade sobre como os livros didáticos estariam utilizando o desenho geométrico e como o estavam propondo aos alunos e professores.

Assim surgiu a seguinte questão de pesquisa: como os livros didáticos utilizados pela rede municipal de ensino de Volta Redonda (RJ) podem subsidiar a inserção do desenho geométrico nas aulas de matemática? De modo que o objetivo desta pesquisa é determinar como o desenho geométrico é utilizado nos livros didáticos do 6º ao 9º ano do ensino fundamental da FEVRE e como estes podem ser explorados de forma a subsidiar o processo de aprendizagem.

Para responder a esta pergunta colocamos como objetivos específicos:

- Compreender o lugar que a disciplina de Desenho Geométrico ocupou em diversas fases da educação brasileira;
- Compreender os motivos pelos quais o Desenho Geométrico não está nas escolas hoje como disciplina e qual a sua importância para o desenvolvimento do aluno;
- Apresentar como o Desenho Geométrico é visto nos documentos oficiais;
- Identificar como os livros didáticos usam o desenho geométrico nas atividades propostas;
- Construir alternativas para a implementação do desenho geométrico nas aulas sobre geometria.

A pesquisa constitui-se de sete capítulos. No primeiro capítulo encontra-se a introdução do trabalho. No segundo capítulo será realizado um panorama histórico contando como o Desenho Geométrico esteve presente ou ausente em alguns momentos da história educacional de nosso país.

O terceiro capítulo apresenta a importância da presença do Desenho Geométrico no desenvolvimento escolar. Além de ser considerado como uma linguagem gráfica da matemática, seu ensino possui aspectos que serão destacados por autores como Dewey (1959), em relação ao desenvolvimento da coordenação motora, Castrucci (1981) como recurso para compreensão da Geometria, e ainda por Nascimento (1994), como auxílio na construção do pensamento, quando o aluno desenvolve progressivamente noções de construções partindo das suas próprias experiências.

É apresentado no quarto capítulo como o Desenho Geométrico é abordado nos documentos oficiais que orientam a educação atualmente, cujo objetivo é nortear e orientar ações adequadas durante o processo de ensino-aprendizagem. Os documentos consultados foram: PCN¹, PNLD² e BNCC³.

No quinto capítulo, descreve-se a Metodologia utilizada neste trabalho. No sexto capítulo, ao reconhecer a importância do desenho geométrico nas aulas de matemática, foi realizada uma análise dos livros didáticos de matemática do 6º ao 9º ano utilizados em 2017, na rede municipal de ensino de Volta Redonda, administradas pela Fundação Educacional de Volta Redonda – FEVRE. O objetivo desta análise foi identificar o uso do desenho geométrico para definição de conceitos, validação de propriedades e resolução de problemas matemáticos.

Por fim, no sétimo capítulo, serão apresentadas algumas atividades que visam favorecer o uso do desenho geométrico e podem ser incluídas nas aulas junto com o que é proposto nos livros didáticos, com o objetivo de complementar este material.

Concluindo os capítulos, segue então a finalização deste trabalho, que pondera sobre os benefícios e possibilidades da inserção do desenho geométrico nas aulas de matemática, sem alterar a sequência ou uso integral do livro didático.

¹ PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais

² PNLD - Programa Nacional do Livro Didático

³ BNCC - Base Nacional Comum Curricular

2. ORIGENS DO DESENHO GEOMÉTRICO

No presente capítulo será abordado um breve histórico do surgimento do Desenho Geométrico, com referência nos trabalhos de Milton Rosa e Evandro Costa (2015).

A história da humanidade mostra que os homens, desde o princípio, procuravam maneiras de se comunicar. Nos tempos das cavernas, por volta de aproximadamente 30.000 a.C. – Paleolítico Superior – já registravam nas paredes os acontecimentos de seu cotidiano, as chamadas pinturas rupestres, e através delas é possível estudar os costumes verificando o desenvolvimento técnico, matemático, científico e intelectual desses povos.

A certa altura do desenvolvimento da humanidade, os homens passaram a utilizar-se do desenho, com traçados que possuíam uma melhor definição visual para se comunicar. Assim, o desenho pode ser considerado como uma forma de linguagem não verbal, onde eram construídas imagens de representações visuais do cotidiano.

Alguns traçados geométricos foram desenvolvidos no Egito a partir da necessidade da população em medir as terras para dividir os lotes, pois os agricultores cultivavam plantações próximas ao rio Nilo. Porém, em épocas de chuva, o rio alagava e assim apagava as marcações, fazendo com que fossem medidas e divididas novamente. Dessa forma, os egípcios descobriram formas e técnicas matemáticas para solucionar as remarcações das terras (COSTA, 2013).

Posteriormente, os gregos também aprenderam e desenvolveram os conhecimentos geométricos, estruturando-os em um determinado ramo da Matemática denominado de Geometria.

Durante o período clássico da cultura grega (600 a.C. a 300 a.C.), através da utilização do raciocínio lógico e da prática da resolução de problemas, os gregos construíram diversos conhecimentos geométricos. Eles não tinham o foco nos resultados dos problemas, mas sim em validar o conhecimento, demonstrando e provando através de métodos geométricos usados para aquela resolução.

[...] resultados obtidos para as situações que eram propostas para resolução dos problemas algébricos, pois estavam decididos em demonstrar, provar e validar, através de métodos geométricos, as soluções que eram determinadas. (ROSA; OREY *apud* COSTA; ROSA, 2015, p.59).

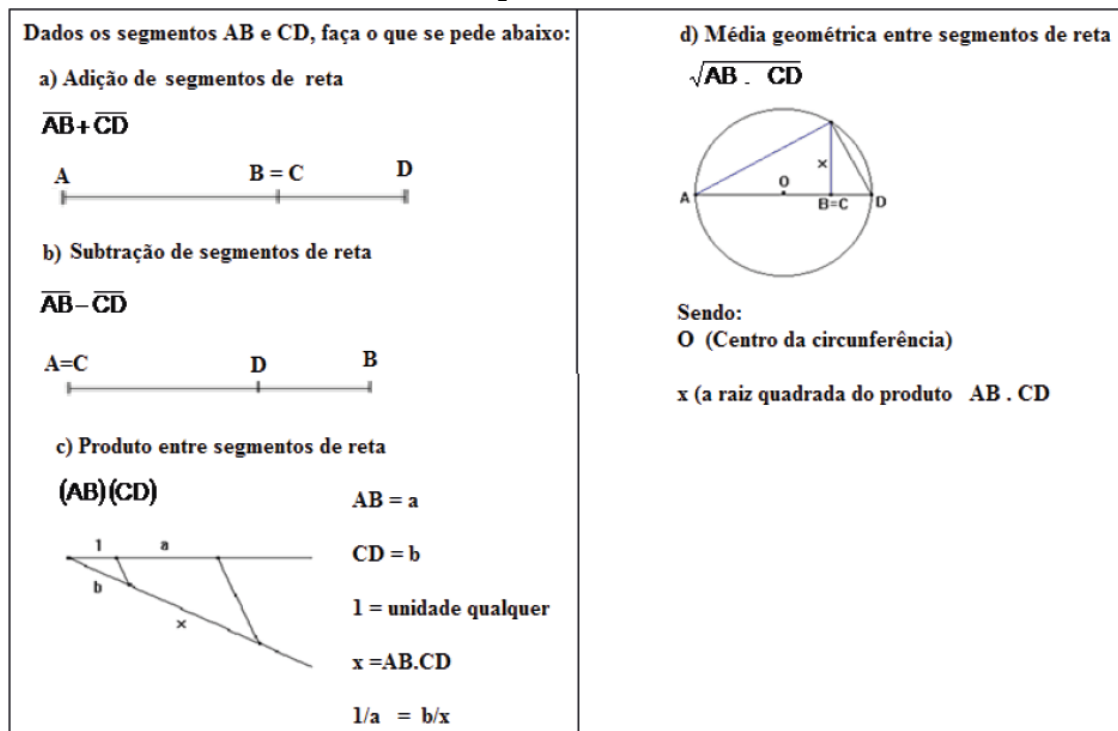
A matemática grega estava relacionada diretamente à geometria. Embora tivessem estudado propriedades numéricas, a teoria das razões, astronomia e

mecânica, o interesse maior não estava voltado à aritmética. Para os gregos, a Geometria era o princípio mais importante para o desenvolvimento da matemática.

Euclides⁴, professor grego, mais conhecido como o Pai da Geometria, realizou as primeiras construções gráficas usando como recurso uma régua não graduada e um compasso, e a partir destas construções descobriu importantes relações entre elementos geométricos. Ele colecionou os conhecimentos geométricos e os teoremas formulados por Tales, Pitágoras, Eudócio, Zenão, Demócrito e outros matemáticos gregos da antiguidade. A partir desse acervo, escreveu sua obra-prima “Os Elementos”, em 300 a.C., na qual sintetizou, em treze volumes, os conhecimentos aritméticos, algébricos e geométricos desenvolvidos na Grécia Antiga (COSTA; ROSA, 2015).

Os gregos realizavam operações matemáticas por meio de construções geométricas com a utilização de segmentos consecutivos ou sobrepostos, por exemplo, para adição ou subtração, e para o produto de x por y realizavam o cálculo da área de um retângulo.

Figura 1 - Operações matemáticas realizadas pelos gregos na antiguidade por meio de construções geométricas



Fonte: COSTA (2013, p. 39)

⁴Nascido na Síria aproximadamente em 330 a.C, Euclides foi professor, matemático platônico e escritor. Devido às suas importantes contribuições ao estudo da geometria ficou conhecido por "Pai da Geometria".

É importante ressaltar que os gregos também utilizavam as construções geométricas para resolver problemas algébricos. Como exemplo, temos o problema: “o comprimento de um retângulo excede a sua largura em sete unidades. A área do retângulo é de 60 unidades quadradas. Determine o comprimento e a largura do retângulo” (ROSA; OREY, 2012), que foi escrito por volta de 1900 a.C. em tábuas de argila encontradas por arqueólogos.

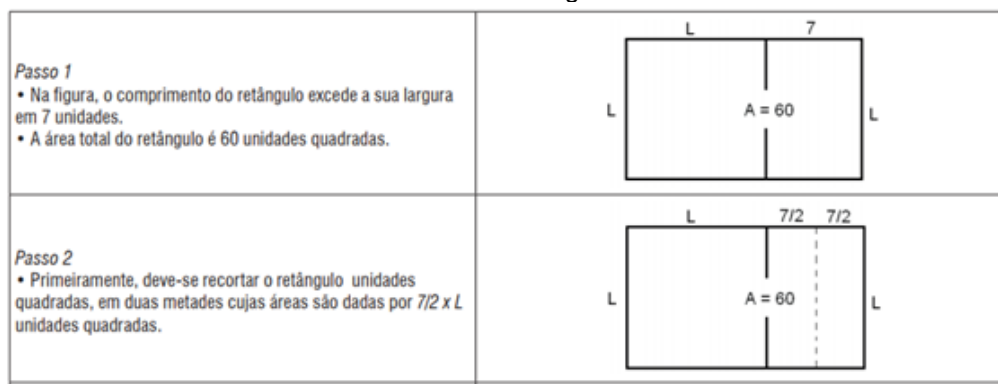
Originalmente o problema foi escrito em base sexagesimal, base numérica utilizada pelos babilônios na época. Os babilônios apresentavam a seguinte resolução para este problema:

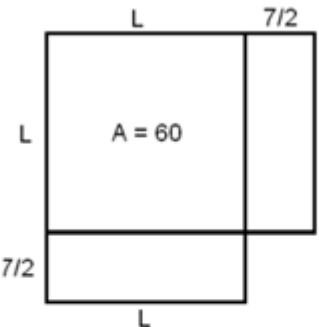
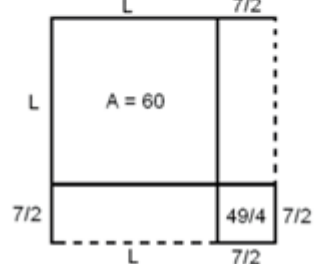
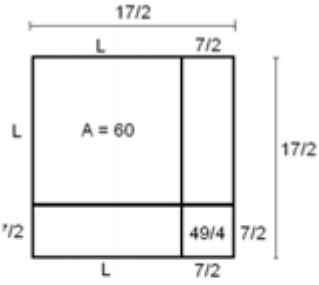
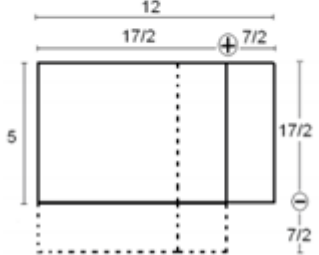
Determine a metade do valor em que o comprimento do retângulo excede a largura. O resultado é 3,5. Multiplique 3,5 por 3,5. O resultado é 12,25. Adicione 60 e 12,25. O resultado é 72,25. Determine a raiz quadrada de 72,25. O resultado é 8,5. Agora, proceda da seguinte forma: subtraia 3,5 de 8,5. Adicione 3,5 a 8,5. O comprimento do retângulo é 12 unidades e a largura é 5 unidades. (ROSA; OREY *apud* COSTA; ROSA, 2015, p.61).

Posteriormente esse problema foi adaptado para a linguagem da matemática moderna, ou seja, na base decimal.

Segundo Rosa e Orey (2013), a demonstração da solução geométrica desse problema é baseada no método de completar quadrados, método muito usado pelos babilônios. Esse método é uma técnica que tem por objetivo mudar a aparência das equações de segundo grau por meio da manipulação algébrica dessas equações afim de transformá-las em um trinômio quadrado perfeito. Os babilônios realizavam esse método da seguinte maneira:

Figura 2 - Demonstração geométrica da resolução de equações quadráticas utilizada pelos babilônios na antiguidade



<p><i>Passo 3</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Move-se uma das metades do retângulo de área $7/2 \times L$ unidades quadradas, no lado inferior do quadrado cuja área é unidades quadradas. • Percebe-se que a figura formada é um quadrado incompleto, que possui a mesma área que o retângulo original. 	
<p><i>Passo 4</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • A parte inferior do lado direito da figura é quadrado com lados que medem $7/2$ unidades cada. • A área deste quadrado é de $49/4$ unidades quadradas. 	
<p><i>Passo 5</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Adiciona-se à área original, isto é, 60 unidades de área com $49/4$ unidades de área, para que possa completar o quadrado. • A área do quadrado completo é de $289/4$ unidades quadradas. • Neste caso, o comprimento de cada lado do quadrado completo é de $17/2$ unidades. 	
<p><i>Passo 6</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Move-se o retângulo de área $17/2 \times 7/2$ unidades quadradas para colocá-lo na posição em que se encontrava originalmente. • O retângulo formado possui dimensões $17/2 + 7/2 = 12$ unidades e $17/2 - 7/2 = 5$ unidades. 	

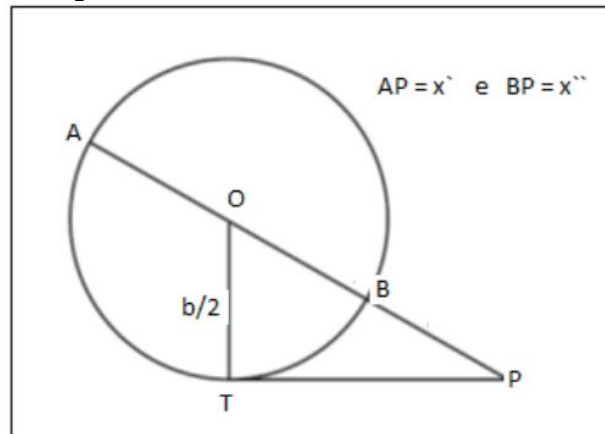
Fonte: COSTA (2013, p. 62)

Com o passar do tempo surgiram problemas para os quais o trabalho utilizando apenas régua e compasso não era suficiente. Estes problemas foram a trisseção do ângulo, a duplicação do cubo e a quadratura do círculo, os problemas clássicos da geometria. Vale ressaltar que a impossibilidade da resolução destes com régua e compasso só foi comprovada por matemáticos no século XIX.

Apesar da relevância da resolução geométrica apresentada pelos babilônios, René Descartes (1596-1650) também apresentou um método geométrico para sua resolução em sua obra “La Géométrie” (1637), para determinar raízes positivas de equações deste tipo. Para essa solução é preciso construir:

- Um segmento de reta PT com medida \sqrt{c}
- Um segmento de reta OT com medida $b/2$ perpendicular ao segmento de reta PT.
- Um círculo com centro no ponto O e raio com medida OT.
- Uma reta que passa pelos pontos P e O e que intercepta o círculo nos pontos A e B. Então, $x' = AP$ e $x'' = BP$.

Figura 3 - Método Geométrico de Descartes



Fonte: COSTA (2013, p. 64)

O teorema da Secante e Tangente justifica esse procedimento, onde $(PT)^2 = AP \cdot BP$, ou seja, $(PT)^2 = x' \cdot x''$. Para iniciar o processo gráfico precisamos saber antes quais são as possíveis raízes. Recorrendo a relação da soma e produto das raízes de obtém-se o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} x' + x'' = -12 + 5 = -7 \\ x' \cdot x'' = -12 \cdot 5 = -60 \end{cases}$$

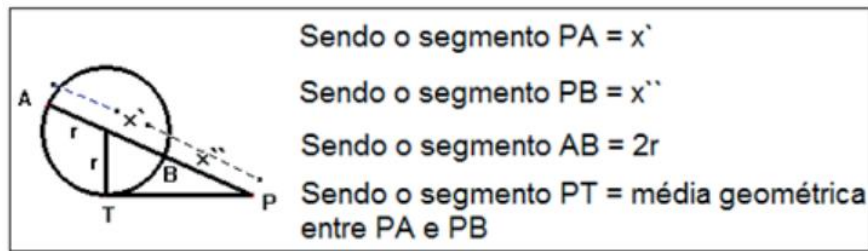
Como a solução dessa equação está relacionada aos tamanhos dos lados de um retângulo, temos que a solução algébrica seja realizada por meio da utilização dos módulos.

$$\begin{cases} (-x') + x'' = |-7| = 7 \\ (-x') \cdot x'' = |-12 \cdot 5| = 60 \end{cases}$$

Em seguida, utiliza-se o teorema da secante e tangente para conseguirmos a solução da equação $L^2 + 7L - 60 = 0$. Por meio de resoluções algébricas temos que $PT = \sqrt{60}$ que é a média geométrica entre x' e x'' . Em seguida precisamos obter a medida do raio do círculo que é encontrada através da média positiva da soma das raízes -12 e 5, que é 3,5.

De acordo com o teorema da secante e tangente, temos que o segmento PT é a média geométrica dos segmentos PA e PB, ou seja, $PT = \sqrt{PA \cdot PB}$. Conforme a figura 4 ilustra:

Figura 4 - Segmento PT como a média geométrica entre os segmentos PA e PB

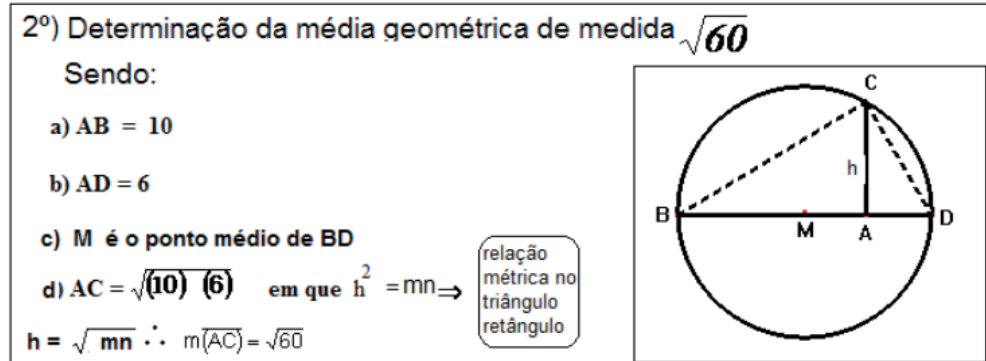


Fonte: COSTA (2013, p. 65)

Dessa forma temos que $(PT)^2 = PA \cdot PB \rightarrow PT = \sqrt{PA \cdot PB}$ e que $|(-x') + x''| = |x'' - x'| = 2r$ (diâmetro). Obtendo então r , o raio = $\frac{|x'' - x'|}{2}$ e $PT = |\sqrt{-x' \cdot x''}|$. Retomando ao problema inicial temos que determinar o raio do círculo a ser traçado e calcular a média geométrica cujo resultado é $\sqrt{60}$.

Para encontrar o raio basta calcular: $\frac{|x'' - x'|}{2} = \frac{7}{2} = 3,5$. Para determinar a média geométrica basta escrever o número 60 como produto entre dois números, pois será o produto entre dois segmentos de reta. Por exemplo $\sqrt{60} = \sqrt{10 \cdot 6}$ temos que 10 e 6 são módulos dos segmentos de reta AB e AD. A figura 5 ilustra este cálculo.

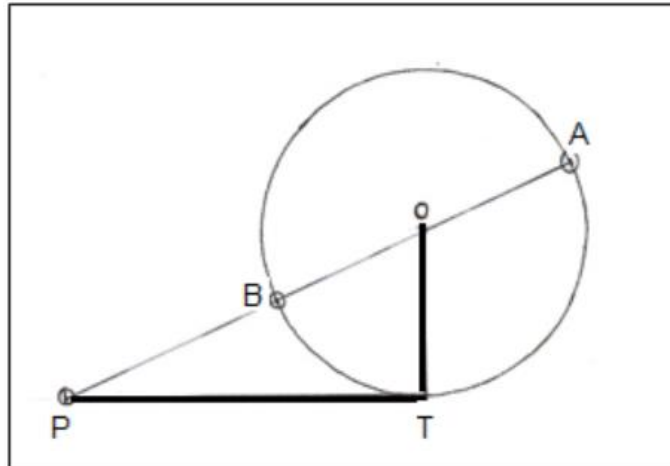
Figura 5 - Determinação da média geométrica de medida $\sqrt{60}$



Fonte: COSTA (2013, p. 66)

Utilizando o teorema da secante e tangente, e as medidas $m(\overline{OT}) = \frac{7}{2} = 3,5$ (raio da circunferência) para se construir o círculo e $m(\overline{AC}) = \sqrt{60}$ (segmento tangente à circunferência) para encontrarmos os segmentos \overline{AP} e \overline{BP} que serão as raízes do problema. A figura 6 ilustra a construção geométrica para determinação das raízes da equação $L^2 + 7L - 60 = 0$ que são elas: $m(\overline{AP}) = 12$ e $m(\overline{BP}) = 5$.

Figura 6 - Construção geométrica para determinação das raízes da equação $L^2 + 7L - 60 = 0$



Fonte: COSTA (2013, p. 66)

Apesar de encontrarmos duas raízes, a $m(\overline{AP}) = 12$ é descartada por ser um número negativo. Para Descartes as raízes negativas eram falsas, apenas as positivas eram verdadeiras. Assim, substituindo a raiz de número 5 na equação $L(L+7)=60$ obtemos 12 como segunda raiz pois $(5+7)=12$. Logo o comprimento do retângulo mede 12 unidades e sua largura possui medida 5 unidades.

Dentre os séculos XIV a XVII, espalhou-se pela Europa um movimento artístico e científico conhecido por Renascimento. Esse movimento buscava representar o mundo real. Foi iniciado na Itália e tinha a representação de renomados artistas como Piero Della Francesca (1415-1492), um pintor e geômetra italiano; Leonardo da Vinci (1452-1519), um artista e inventor italiano; Luca Pacioli (1445-1517), um matemático italiano e Albrecht Dürer (1471-1528), um matemático e teorista alemão. Eles perceberam nos traçados da perspectiva uma maneira fiel para ilustrar as pinturas de suas telas. Nessa abordagem, a “necessidade de uma representação realista do mundo acabou por sistematizar o conhecimento em desenho, que mais tarde seria socializado em outros espaços” (MACHADO, 2012, p. 45).

Durante esse período surgiram também as armas de fogo, e para enfrentar os novos combates era necessário o desenvolvimento de uma arquitetura de fortificação. Com isso, o desenho que estava sendo utilizado no âmbito das Artes passou a pertencer também ao espaço militar.

Nos séculos seguintes, as construções geométricas se constituíram em um saber autônomo com as instalações das Corporações de Ofício que tiveram uma amplitude social, política e econômica relevante nas sociedades europeias.

A partir da segunda metade do século XIX, o Desenho Geométrico foi considerado como uma ciência, possibilitando que, em 1883, Eugéne Guillaume conseguisse que o seu método de ensino fosse adotado, oficialmente, em todas as escolas francesas. Este método foi elaborado para utilizar o rigor das construções geométricas utilizando os instrumentos tradicionais de desenho.

Ainda em meados do século XIX, o ensino do Desenho Geométrico começou a ser difundido no Brasil, embora não fosse uma prática pedagógica utilizada em todas as escolas do país.

2.1 O ensino de Desenho Geométrico no Brasil

Desde o descobrimento do Brasil, o ensino era realizado com os padres da Companhia de Jesus.

O primeiro grupo de jesuítas chegou ao Brasil em 1549, junto com o primeiro governador-geral, Tomé de Souza. Esses seis padres, liderados pelo padre Manuel da Nóbrega, foram os responsáveis pela criação da primeira escola elementar, na cidade de Salvador. A rede de educação jesuíta ampliou-se com a fundação de outras escolas elementares (em Porto Seguro, Ilhéus, São Vicente, Espírito Santo e São Paulo de Piratininga) e dos colégios, gradualmente estabelecidos na Bahia (1556), no Rio de Janeiro (1567), em Olinda (1568), no Maranhão (1622), em São Paulo (1631) e, posteriormente, também em outras regiões. (GOMES, 2012, p.14).

Acredita-se que o ensino desenvolvido pelos padres não tinha muita preocupação com o conhecimento matemático, devido aos poucos relatos encontrados. Os jesuítas não tinham a preocupação de elaborar uma matriz curricular. No final do século XVI houve uma generalização do ensino das ciências. A escola jesuíta realizava a Aula da Esfera, na qual eram abordados a matemática juntamente com a Astronomia.

O verdadeiro ensino de Matemática surgiu com as aulas de Artilharia e Fortificação. Essas disciplinas continham o conteúdo de desenho geométrico. Assim, o ensino do desenho geométrico surgiu no Brasil devido ao interesse de Portugal em proteger sua colônia. Neste sentido, a corte Portuguesa, em 1648, contrata especialistas estrangeiros para capacitar pessoal para trabalho com as fortificações militares, inserindo o ensino de ciências, especialmente de matemática e desenho.

[...] proteger e defender suas terras ultramarinas. Essa primeira iniciativa é seguida por várias outras de modo irregular, até que, em 1699, é criada a Aula de Fortificações no Rio de Janeiro. O objetivo era ensinar a desenhar e a fortificar. O número de alunos seriam três, e deveriam ter, no mínimo, 18

anos. Tal aula, apesar de instituída em 1699, ainda em 1710 não tinha iniciado. (VALENTE, 2007, p.43).

Um exemplo, relatado por Machado (2012), é que em 1699 foi instituída a Aula de Fortificações no Rio de Janeiro, que tinha por objetivo ensinar a desenhar projetos e a fortificar a defesa do país contra os inimigos. Com isso, nas primeiras décadas do século XVIII, o ensino do desenho geométrico tornou-se obrigatório para os oficiais militares, sendo um conhecimento exclusivo para a formação militar.

O ensino proposto pelas Academias Militares através das aulas de fortificação tinha o objetivo de formar engenheiros militares, cartógrafos e matemáticos, na intenção destes identificarem latitudes nos mapas e de construir fortificações de defesa.

[...] capazes de levar a cabo o levantamento de mapas com latitudes determinadas pelos novos métodos empregados na Inglaterra e na França, e habilitar engenheiros a construir fortificações para a defesa dos domínios ultramarinos (VALENTE, 2007, p. 46).

Ainda no século XVIII, aconteceram na Europa a Revolução Francesa e o início da Revolução Industrial, que provocaram mudanças tecnológicas, impactando os processos produtivos e conseqüentemente provocando mudanças mundiais em nível econômico, tecnológico e social. Nesse cenário, o ensino das ciências torna-se essencial e o Desenho Geométrico passa a ser considerado como um saber que possibilitava a modernização das máquinas industriais. Essas novas ideias influenciaram também a educação brasileira.

No início do século XIX, com a chegada de D. João VI ao Brasil, surgiu a necessidade de se estabelecerem as profissões técnicas e científicas. A partir dessa necessidade, D. João VI convida um grupo de franceses, composto por 18 integrantes, para organizar e criar a Escola Real de Ciências, Artes e Ofícios, em 1816, no Rio de Janeiro. Em 1822, passou a ser Academia Imperial das Belas Artes, e, por fim, em 1889, a Escola de Belas Artes e atualmente Universidade Federal do Rio de Janeiro.

Com a criação da Escola Real de Ciências, Artes e Ofícios a “educação brasileira se espelha no ensino da França, adotando seus métodos e livros pedagógicos” (ZUIN, 2001, p. 64).

Em paralelo o curso de Desenho foi aparecendo em outros lugares do país. Em 1817 em Vila Rica, em 1812 na Bahia foi criado o curso de Desenho e Figura, e em 1817 o curso de Desenho Técnico.

Enquanto a Escola não era instalada definitivamente devido a oscilações políticas, o grupo francês apresentou a Missão Artística Francesa no Brasil, que era a implantação de um modelo educacional conhecido por Método de Guillaume. Neste método, o ensino do Desenho Geométrico possuía uma característica artística bem distinta daquela estudada anteriormente nas escolas militares brasileiras. Ele foi elaborado para utilizar o rigor das construções geométricas por meio do emprego de instrumentos tradicionais de desenho, sendo fundamentado na resolução gráfica de problemas clássicos da Geometria.

Em 4 de dezembro de 1810, foi fundada a Academia Real Militar da Corte pela Carta Régia, através de D. João VI. Essa foi a primeira instituição destinada a um curso completo de ciências matemáticas, como descreve Zuin:

[...] um curso completo de Sciencias mathematicas, de Sciencias de Observação, quaes a Physica, Chymica, Mineralogia, Metallurgia e Historia Natural, que comprehenderá o Reino Vegetal e Animal e das Sciencias Militares em toda a sua extensão, tanto de Tactica como de Fortificação e Artilharia." (AZEVEDO *apud* ZUIN, 2001, p. 64).

De acordo com Silva (1998), as matérias que compunham o currículo da Academia eram:

- 1º ano Aritmética, Álgebra, Geometria, Trigonometria, **Desenho**.
- 2º ano Álgebra, Geometria, Geometria Analítica, Cálculo Diferencial e Integral, Geometria Descritiva, **Desenho**.
- 3º ano Mecânica, Balística, **Desenho**.
- 4º ano Trigonometria Esférica, Física, Astronomia, Geodésia, Geografia Geral, **Desenho**.
- 5º ano Tática, Estratégia, Castrametração (arte de assentar acampamentos), Fortificação de Campanha, Reconhecimento do Terreno, Química.
- 6º ano Fortificação Regular e Irregular, Ataque e Defesa de Praças, Arquitetura Civil, Estradas, Portos e Canais, Mineralogia, **Desenho**.
- 7º ano Artilharia, Minas, História Natural

Podemos observar que a disciplina de Desenho só não estava presente no 5º e 7º anos, enquanto a Geometria só aparece no 1º e 2º ano. Com isso, nota-se que o caráter prático dessa disciplina é muito valorizado e utilizado em outras matérias.

Entretanto, os alunos da Academia Real Militar da Corte eram a elite da sociedade brasileira.

[...] pertenciam à pequena burguesia urbana, a saber, filhos de pequenos comerciantes, filhos de modestos funcionários da Corte e filhos de alguns militares. As famílias abastadas e proprietárias de grandes fazendas e/ou de engenhos, enviavam seus filhos para uma Faculdade de Direito, instituição considerada de maior status social. (SILVA *apud* ZUIN, 2001, p. 65).

A Academia tinha por objetivo formar mão de obra especializada, por isso ofereceu duas opções de cursos: matemático e militar.

[...] destinava-se a formar oficiais topógrafos, geógrafos e das armas de engenharia, infantaria e cavalaria para o exército do rei. Fora constituída por dois cursos, a saber, um matemático e outro militar, com duração respectivamente de quatro e três anos. Mas, nem todos seus alunos eram obrigados a completar o curso de sete anos. (SILVA *apud* ZUIN, 2001, p. 65).

Diante dessa oferta da Academia, pode-se concluir que poucos foram os que tinham acesso ao seu ensino, assim não se habilitou um número suficiente de profissionais para o desenvolvimento do país. Além disso, faltavam livros. A entrada livre de livros e manuais didáticos só aconteceu em 1821 sob a regência de Dom Pedro I.

O atraso industrial do Brasil ainda se deu por anos. Segundo Félix Ferreira (1876), foi devido à falta de conhecimento do desenho pela maioria das pessoas e falta de interesse em expandi-lo, visto que a prioridade e valor estava focado no serviço braçal.

[...] a primeira provém da falta de vulgarização do desenho, a segunda desse cancro social que se chama escravidão. O emprego do braço escravo na indústria avilta-a, a ignorância do desenho entorpece-a. (FERREIRA *apud* HAIDAR, 1972, p.155).

Com a revolução industrial expandiu-se mundialmente, com isso houve a urgência em formar, no Brasil, mão de obra especializada para atender as novas demandas do processo de industrialização. Esse fato possibilitou a criação das Escolas Normais e dos Liceus Provinciais, em 1835, e do Colégio Pedro II, em 1837. Assim, a criação dessas instituições permitiu que o ensino do Desenho Geométrico se expandisse para a esfera pública, deixando de ser conhecimento apenas para alguns.

[...] esfera privada dos ateliês e das Escolas Militares, e [se tornasse] parte da cultura escolar geral. Isso, por conta dos professores militares convocados para o ensino nos preparatórios, o que acabou difundindo a escolarização técnico-militar desenvolvida nas Academias para a esfera pública (MACHADO, 2012, p. 60).

O Colégio Imperial D. Pedro II, inaugurado em 1837, era considerado modelo de ensino secundário no Brasil, e possuía no seu currículo o Desenho Linear (construção de figuras geométricas) e o Desenho Figurado (baseado em cópias). Por

ser um colégio modelo, várias escolas o seguiam, assim o Desenho Linear era uma matéria que estava presente no currículo das mesmas.

Para Pavanello (1989), a presença do ensino da geometria no Brasil para a elite era devido à uma busca do desenvolvimento das capacidades intelectuais, pois este ensino leva “à ênfase dos processos dedutivos, através dos quais se pretende conseguir o desenvolvimento do raciocínio lógico.” (PAVANELLO, 1989, p.87).

Ainda nessa mesma época, aconteceram mudanças sociais, políticas e econômicas que impactaram, de maneira lenta, o cenário brasileiro. Mudou-se a forma de governo, foi criada a Constituição, o trabalho escravo foi substituído pelo trabalho assalariado e as fazendas de café e outras lavouras modernizaram-se. Criaram-se fábricas que produziam chapéus, sabão, tecidos de algodão entre outros. Com esse processo de industrialização, algumas províncias como São Paulo, Rio de Janeiro e Minas Gerais tornaram-se atração para que os colonos se deslocassem para a cidade à procura de uma vida melhor, com novos empregos e entrada dos filhos em faculdades, levando a um crescimento das cidades.

Neste cenário, surge o curso de engenharia civil. Foram realizadas modificações nos Estatutos da Escola Militar e, dentre estas modificações, criaram-se disciplinas de engenharia civil no sétimo ano do curso daquela instituição de ensino, marcando o ponto de partida para a criação de escolas de Engenharia Civil separadas das instituições militares. E o curso de Engenharia Civil destacava o ensino das construções geométricas na matriz curricular, pois era essencial para a formação.

Ao longo do século XIX, o Desenho Linear era considerado uma disciplina importante, pois possuía uma abordagem mais prática do que teórica. No entanto, ela só estava presente no currículo das escolas profissionalizantes e nas escolas urbanas. Nesta última pelo fato de os alunos serem capazes de prosseguirem nos estudos, ou seja, ingressarem na Academia Real Militar da Corte.

No final do século XIX, o projeto de modernização do Brasil chamou a atenção de Rui Barbosa, um importante parlamentar brasileiro, para a criação de um sistema nacional de ensino gratuito, obrigatório e laico, do jardim de infância à universidade. Ele promoveu mudanças através da “Reforma do Ensino Secundário e Superior”, de 1882, e “Reforma do Ensino Primário e Várias Instituições Complementares da Instrução Pública”, elaborada em 1883.

Para a elaboração dos seus projetos de reforma do ensino, Rui Barbosa inspirou-se em países que estavam em um nível de desenvolvimento econômico e

educacional superior ao brasileiro como a Alemanha, Áustria, Estados Unidos, França e a Inglaterra. Nesse projeto, o desenho geométrico foi considerado como um “saber escolar necessário para o desenvolvimento industrial brasileiro” (ZUIN, 2001).

Até a década de 1950, o Desenho Geométrico foi um componente curricular importante, permanecendo oficialmente nas matrizes curriculares das escolas brasileiras.

Entre o final da década de 1950 e o começo da década de 1960, inicia-se o Movimento da Matemática Moderna – MMM, que tinha por objetivo a renovação do ensino da Matemática. Esse movimento visava aproximar os conteúdos matemáticos trabalhados na escola básica com o conhecimento matemático produzido pelos pesquisadores dessa área do conhecimento. Assim, esse movimento buscava preparar os alunos para trabalhar com a tecnologia utilizada naquela época por meio da aprendizagem de conteúdos matemáticos específicos que pudessem auxiliar o desenvolvimento tecnológico que emergia no mundo.

Nessa perspectiva, foram incluídos no currículo da disciplina de Matemática os conteúdos referentes à teoria de conjuntos, à topologia e às estruturas algébricas. Assim, esse movimento facilitou a redução e, em alguns casos, excluiu o ensino da Geometria Euclidiana em alguns países do mundo, incluindo o Brasil. Logo, a ausência da geometria no currículo matemático repercutiu no ensino do Desenho Geométrico, já que esta é um estudo de aplicações dos conhecimentos geométricos de uma maneira gráfica.

Em 1961, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) propôs opções de currículo onde o Desenho não era disciplina obrigatória. A partir desta época, surgem então os primeiros sinais de desprestígio dessa área do conhecimento.

Com a Lei nº 5692 da LDB (1971) as escolas passaram a ter algumas liberdades pois o currículo escolar foi dividido em partes obrigatórias e partes diversificadas. Com isso, cada escola tinha a opção de escolher sua parte diversificada, e o desenho passou a ser disciplina optativa da parte diversificada. As escolas faziam uma integração da Educação Artística durante todos os anos do ensino fundamental e médio.

Outro ponto importante que fortaleceu o abandono do Desenho Geométrico em escolas do ensino básico foi que as construções geométricas com régua e compasso não mais seriam obrigatórias nos concursos vestibulares de Arquitetura e Engenharia na década de 70.

Algumas escolas mantiveram as construções geométricas nas aulas de Educação Artística, o que levou algumas editoras a lançarem livros nesta área com um programa voltado para o Desenho Geométrico.

Assim, a valorização dos traçados geométricos é confirmada por determinados grupos que prestigiam e legitimam estes conhecimentos. O ensino das construções geométricas permaneceu também em algumas escolas que não tinham finalidades profissionalizantes (cursos profissionalizantes como Desenho Mecânico, Edificações e outros tinham a construção geométrica como pré-requisito básico) e estas, muitas vezes, devido à redução da disciplina e conseqüentemente redução de materiais, produziam o seu próprio material didático. Esta situação repercutiu até a década de 80, quando algumas editoras lançam coleções de Desenho Geométrico, para serem utilizadas de 5ª a 8ª série do primeiro grau – surgindo uma revalorização das construções geométricas. Porém, as construções geométricas continuavam ausentes dos currículos escolares, pois não era disciplina obrigatória.

Segundo Young (1972), as escolas que permaneceram com o ensino das construções geométricas utilizando a régua e o compasso – seja sob a nomeação de Desenho Geométrico ou Educação Artística – são considerados grupos especialmente selecionados da sociedade, pois não excluíram certos saberes necessários mesmo com as reformas oficiais da legislação escolar.

Dieudonné (1973) apresentou sua opinião em várias conferências no final da década de 50 e início da década de 60, do século XX. Para ele, devido a maneira como a geometria era ensinada nas escolas do ensino básico, ela deveria ser excluída e seus conceitos deveriam se juntar com a Álgebra.

Segundo alguns pareceres do Conselho Nacional de Educação publicados após 1971, foi possível constatar que o Desenho Geométrico não tinha uma boa definição a respeito do seu aparecimento nas salas de aula, ora estava como disciplina autônoma, ora como suporte nas aulas de Matemática ou Educação Artística. E através dessa falta de definição para o papel do Desenho Geométrico dentro dos saberes escolares é que começou a surgir o seu desaparecimento como um conhecimento válido dentro de algumas instituições.

Em 1981, em Florianópolis, foram reunidos 400 participantes, dentre especialistas na área de construções geométricas, professores e acadêmicos, para a realização do II Congresso Nacional de Desenho – 17 anos após a realização do primeiro em 1964 – Este evento apontou a importância curricular da disciplina

Desenho Geométrico. Foram realizadas avaliações e discussões as quais apontaram a necessidade do Desenho no ensino básico para o 1º e 2º graus, na época. Concluíram que as construções geométricas deveriam ser abordadas dentro do Desenho Geométrico a partir da 5ª série do 1º grau, com carga horária específica, separando-se o Desenho Geométrico da Educação Artística.

Esse resgate para o estudo de geometria e, com ele, o desenho geométrico, aconteceu devido às pesquisas realizadas a respeito deste ensino, dos questionamentos em relação ao abandono desse ramo de conhecimento em eventos científicos periódicos e pelo National Council of Teachers of Mathematics – NCTM.⁵

Em 1988 a associação americana The National Council of Supervisors of Mathematics⁶ - NCSM, redigiu, durante seu encontro anual, um documento que continha quais as habilidades básicas necessárias em Matemática para os estudantes do século XXI. O ensino da Geometria está entre as doze áreas de competência “que todos os alunos deverão apresentar, em Matemática, em sua atuação como adultos responsáveis” deste século. (LORENZATO; VILA, 1993, p.42).

No final da década de 1990, foi apresentada nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática – PCN a necessidade do estudo das construções geométricas, pois estes reforçaram a importância das construções geométricas no currículo matemático com o emprego de “régua e compasso e a utilização de outros instrumentos, como, por exemplo, esquadro e transferidor” (Brasil, 1998, p. 68) para o desenvolvimento dos estudos de geometria e de outros conteúdos matemáticos desenvolvidos na escola básica.

Segundo Búrigo (1990. p.261), existia uma preocupação apresentada no discurso norte-americano na qual a matemática ensinada durante o ensino médio deveria receber alterações para que esta ficasse mais ligada a matemática ensinada no ensino superior.

Costa (1981) destaca que a falta de geometria afeta outras áreas do conhecimento, porém o desenho geométrico sofreu alterações na sua própria razão de ser através da sua utilização com práticas memorizadas, não aproveitando o mérito que pode ser adquirido com o manuseio dos instrumentos.

[...] a falta da geometria repercute seriamente em todo o estudo das ciências exatas, da arte e da tecnologia. Mas o desenho geométrico foi afetado na sua própria razão de ser, já que em si é uma forma gráfica de estudo de geometria

⁵ Conselho Nacional de Professores de Matemática (EUA).

⁶ Conselho Nacional de Supervisores de Matemática (EUA)

e de suas aplicações. Muito antes de desaparecer, como matéria obrigatória no ensino do 1º grau, o desenho geométrico já havia sido transformado numa coleção de receitas memorizadas, onde muito mal se aproveitava o mérito da prática no manejo dos instrumentos do desenho, pois geralmente estes se reduziam à régua e compasso. (COSTA, 1981, p.89-90).

Para José Carlos Putnoki (1991), autor de coleções de livros didáticos de Desenho Geométrico para o ensino fundamental e médio, é importante interligar o ensino das construções geométricas com a teoria que as fundamenta – a geometria. Este autor destaca a importância do uso da régua e compasso, pois são instrumentos que permitem a experimentação.

[...] não há Geometria sem Régua e Compasso. Quando muito, há apenas meia Geometria, sem os instrumentos euclidianos. A própria designação Desenho Geométrico me parece inadequada. No lugar, prefiro Construções Geométricas. Os problemas de construções são parte integrante de um bom curso de Geometria. O aprendizado das construções amplia as fronteiras do aluno e facilita muito a compreensão das propriedades geométricas, pois permite uma espécie de “concretização”. Vejo a régua e o compasso como instrumentos que permitem “experimentar”. Isso, por si só, dá uma outra dimensão aos conceitos e propriedades geométricas. [...] Em todas as interfaces que a Matemática faz com a linguagem gráfica, o conhecimento de Desenho entra como ferramenta enriquecedora. Por exemplo, o estudo da Geometria Analítica fica bastante facilitado para alunos que estudaram Desenho. (PUTNOKI *apud* ZUIN, 2001, p. 177)

A tabela a seguir apresenta resumidamente os momentos ao longo da história nos quais o Desenho Geométrico fez parte ou foi excluído do currículo oficial no Brasil.

Tabela 1–Situação do Desenho Geométrico no currículo oficial brasileiro

ANO/ SECULO	SITUAÇÃO DO DG	MOTIVAÇÃO
1699	Ensino do DG obrigatório nas aulas de fortificação.	Necessidade de qualificação dos militares para defesa do território.
XVIII	Desenho Geométrico passou a ser um saber essencial.	Estava acontecendo as Revoluções Francesa e Industrial e ele possibilitava a modernização das máquinas.
XIX	Desenho Geométrico passou a ter uma característica artística.	Atuação da Missão Artística Francesa no Brasil.
XIX	Desenho Geométrico passou a ser abordado na esfera pública.	A partir da expansão da Revolução Industrial, surgiu a necessidade de formar mão de obra especializada.
XIX	O ensino das construções geométricas era essencial para a formação.	Criação das escolas de Engenharia Civil separadas das instituições militares.
Final do século XIX	o Desenho Geométrico é um “saber escolar necessário para o desenvolvimento industrial brasileiro”.	Rui Barbosa criou um sistema nacional de ensino gratuito, obrigatório e laico do jardim de infância à universidade.
1960	o ensino da Geometria Euclidiana foi excluído e por consequência o Desenho Geométrico também.	Movimento da Matemática Moderna.

1961	O Desenho Geométrico passou a ser disciplina optativa da parte diversificada.	A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional propôs opções de currículo.
Década de 70	O ensino das construções geométricas não seria obrigatório.	Não era cobrado nos concursos vestibulares de Arquitetura e Engenharia.
Década de 80	Revalorização do Desenho Geométrico mesmo não sendo disciplina obrigatória.	Editoras lançam coleções de Desenho Geométrico.
Final da década de 1990	Necessidade do estudo das construções geométricas separado da Educação Artística.	Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN).

Fonte: Elaborada pela autora

A partir desses dados pode-se concluir que o Desenho Geométrico esteve presente de maneira obrigatória em algumas épocas e em outras não, onde seu ensino era optativo ou com ênfase nas aulas de Artes ou Educação Artística. Essas mudanças se justificavam a partir do contexto histórico, devido aos interesses nacionais da época.

Assim, é necessário investigar quais são as contribuições do desenho geométrico para a formação geral do indivíduo durante a educação básica, independente das questões das políticas de Estado e seus interesses no processo educacional. Este é o tema do próximo capítulo.

3. A IMPORTÂNCIA DO DESENHO GEOMÉTRICO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Este capítulo pretende mostrar os benefícios do uso do desenho geométrico nas aulas de matemática como forma de desencadear, nos alunos, o desenvolvimento de habilidades e a experiência da validação de conceitos.

A linguagem dos desenhos, chamada de linguagem gráfica tem como características ser uma linguagem universal, que independe de idiomas, de compreensão e interpretação imediatas, cujos dados e características ficam explícitos. Guardadas as devidas proporções, o desenho geométrico também é considerado uma linguagem gráfica da matemática.

O Desenho Geométrico nasce a partir da geometria e tem sido entendido como forma de concretizar os conhecimentos teóricos da geometria de forma gráfica. Por meio de ilustrações é possível, por exemplo, ensinar e demonstrar vários conceitos matemáticos. O desenho é usado como um facilitador para que a aprendizagem aconteça com sucesso, até mesmo para os conteúdos de aritmética e álgebra.

Devido ao questionamento de muitos alunos a José Carlos Putnoki (1991) sobre o motivo de estudar as construções geométricas, ele formulou duas perguntas para basear seus estudos: “Para que serve o Desenho Geométrico? E para quem serve o Desenho Geométrico?” A partir desses questionamentos, Putnoki (1991) elaborou as respostas afirmando que através do desenho geométrico são encontradas resoluções para diferentes tipos de problemas, além de desenvolver no aluno o raciocínio lógico, criatividade e senso de organização.

O Desenho Geométrico é classificado como desenho resolutivo, pois através dele, determinam-se respostas precisas para problemas de natureza prática ou teórica. [Contribuindo para] ... impelir o estudante a aperfeiçoar seu raciocínio lógico, a desenvolver sua criatividade e a aguçar seu senso de organização. (PUTNOKI *apud* ZUIN, 2001, p.20)

Diante da pergunta: “Para quem serve o Desenho Geométrico” Putnoki (1991) respondeu que para resolver um problema utilizando construção geométrica é preciso compreender duas etapas que são a pesquisa das propriedades e sequência de operações e a execução utilizando os instrumentos de desenho.

A resolução de um problema de construção geométrica, de um modo geral, compreende duas etapas: a pesquisa das propriedades e da sequência de operações que possibilitam realizar a construção e a execução da construção pedida, servindo-se dos instrumentos de desenho. (PUTNOKI *apud* ZUIN, 2001, p.20)

Putnoki (1991) justifica as duas etapas dizendo que na primeira é realizado uma abordagem teórica dos elementos da geometria. Esta abordagem dará oportunidade para o aluno desenvolver o raciocínio lógico-dedutivo e a criatividade. Na segunda etapa, ao manusear os instrumentos, tem-se uma outra habilidade desenvolvida: a organização.

Na primeira etapa lidamos, de forma teórica, com os elementos da Geometria, exigindo-se do estudante muito empenho. O estudo do desenho, nesta fase, dará oportunidade de desenvolver o raciocínio lógico-dedutivo, além de despertar a criatividade. Independentemente da área a que vá se dedicar futuramente como profissional, o estudante terá aí um elemento fundamental na sua formação. Na segunda etapa, quando se manuseiam os instrumentos, desenvolve-se grandemente o sentido de organização; com frequência, o estudante então experimenta a sensação de realização, ao ver se concretizarem, no papel, as ideias que possibilitaram a construção. Especificamente os que pretendem orientar seus estudos para as áreas de Engenharia ou Arquitetura, terão no Desenho Geométrico o instrumental necessário ao Desenho Projetivo, que, por sua vez, será muito utilizado nessas profissões. (PUTNOKI *apud* ZUIN, 2001, p.20)

A partir das práticas do desenho geométrico é possível desenvolver um pensamento que permite ao aluno interpretar, representar, visualizar e descrever de forma gráfica o mundo em que vivemos. Essa prática está presente em várias atividades cotidianas como, por exemplo, nas construções civis, nas artes plásticas, na arquitetura, na costura, entre outras.

Segundo Dewey (1959), além de desenvolver o pensamento, o desenho geométrico, em ligação com este pensamento, desenvolve habilidades motoras através do uso de instrumentos de desenho e na representação dos traçados na qual ocorre o aprendizado de geometria.

[...] as mãos, agindo de forma deliberada, sob comando do cérebro, estabelecem um vínculo com o pensamento que, uma vez criado, tende a se aprimorar, e abre possibilidade de serviço em outras atividades, como no aprendizado de Geometria". (DEWEY *apud* SILVA, 2006, p.45)

Silva (2006) destaca que o desenho geométrico além de ajudar na compreensão dos conteúdos de geometria desenvolve também a coordenação motora.

[...] além da função de auxiliar na compreensão das matemáticas, principalmente na área de geometria, o DG é ministrado com o propósito de desenvolver habilidades motoras manuais nos alunos, pois as construções

gráficas são executadas com instrumentos como compasso, régua, transferidor e esquadro, cujo manuseio requer coordenação motora para a obtenção das figuras geométricas pretendidas (SILVA, 2006, p.49).

Para Castrucci (1981), a construção geométrica também é importante. Ele defende “a necessidade do Desenho sincronizado com a Geometria, pelo menos intuitiva: as regras da construção usadas no desenho serão justificadas na Geometria” (p.33). Destaca ainda que os problemas de construções geométricas são criativos, e os separa da seguinte maneira: os mais simples são abordados no 1º grau, e os mais complexos no 2º grau.

Em diversos países, as novas tendências no campo educacional dão grande importância ao ensino da Geometria, pois os alunos que trabalham com as formas geométricas desenvolvem algumas capacidades como, por exemplo, a organização.

[...] sendo valorizado porque colabora com o desenvolvimento cognitivo das crianças. Há indícios de que crianças que trabalham com formas geométricas, tornam-se mais organizadas, desenvolvem coordenação motora e visual, melhoram a leitura, compreendem mais rapidamente gráficos, mapas e outras informações visuais.” (IMENES, 1996, p.28).

Segundo Marmo e Marmo (1995), em sua coleção para o ensino médio “Desenho Geométrico – Marmo”, o ensino das construções geométricas é considerado um saber escolar indispensável.

Há um consenso de que Comunicação e Expressão deve ser matéria obrigatória no ensino médio. Há até exigências legais a esse respeito. Estamos plenamente de acordo com isso, mas lembramos que o Desenho nos ensina a Linguagem Gráfica, que é uma forma concisa, precisa e UNIVERSAL de comunicar e expressar ideias. Não estudar Desenho no ensino médio torna-se uma falha do ensino. (MARMO; MARMO *apud* ZUIN, 2001, p. 20).

Os autores lembram que, no Congresso de Viena, que aconteceu em julho de 1988, na Áustria, foi estabelecido que tanto a Geometria como o Desenho são matérias indispensáveis para os alunos dos cursos secundários. Eles consideram que a escola é um centro de formação de indivíduos e estes devem dominar três tipos de linguagem, sendo uma delas a gráfica, que seria considerada por eles uma linguagem universal.

[...] escola como um centro de formação de indivíduos aptos a exercer a sua cidadania, dotados de juízo crítico, capazes de expressar com clareza suas ideias e de compreender os principais problemas que afligem a sociedade atual, não temos dúvidas de que se torna necessário aos estudantes dominar três tipos de linguagem: verbal, simbólica e gráfica. A linguagem gráfica tem sido relegada a um plano secundário abrindo uma lacuna na formação dos alunos. O Desenho estabelece um canal de comunicação universal para a

transmissão da linguagem gráfica. É disciplina que permite ao estudante tirar uma série muito grande de conclusões a partir de um mínimo de informações, liberando a criatividade. Interliga as demais disciplinas ajudando a compreensão de desenhos em geral e a resolução de questões de natureza prática do cotidiano. O Desenho concretiza os conhecimentos teóricos da Geometria, fortalecendo o ensino desta importante matéria. (...) percebe-se uma tendência mundial no sentido de restaurar o ensino do Desenho. (MARMO; MARMO *apud* ZUIN, 2001, p. 21).

Outro destaque importante para o ensino das Construções Geométricas aconteceu em 1988, no Congresso Internacional de Munique, onde o especialista em computação gráfica do Instituto de Matemática da Universidade de Munique, na Alemanha, Hans Seybold, destaca: “Deveremos ensinar Geometria e Desenho com régua e compasso aos nossos estudantes; a experiência mostra que eles aprenderão, se aprenderem que isso os ajudará a solucionar os problemas reais da Engenharia.” (MARMO *apud* ZUIN, 2001, p. 21). Neste mesmo ano, foi publicado um artigo do autor José Carlos Putnoki, na revista do Professor de Matemática, publicada pela Sociedade Brasileira de Matemática, na qual ele defende o ensino do Desenho Geométrico.

Podemos observar um real interesse, por parte de alguns professores de matemática, em ensinar Geometria e Desenho Geométrico isso porque, através do Desenho Geométrico, definem-se conceitos, demonstram-se propriedades, resolvem-se problemas, desenvolve-se o raciocínio lógico dedutivo e também a “criatividade científica, que é a capacidade de concluir conhecimentos” (MARMO; MARMO *apud* ZUIN, 2001, p. 21).

Para utilizar as construções geométricas em sala de aula é necessário desenvolver progressivamente noções de construções com os alunos partindo das suas próprias experiências. Utilizar situações problemas, por exemplo, é uma boa escolha. Desde que estas sejam situações vivenciadas por eles, como desenhar a sala de aula ou o caminho que percorrem até a escola, trabalhando sua localização espacial.

O Desenho Geométrico pode ser entendido como uma maneira de tornar visível as interpretações esquematizadas dos fenômenos, elaboradas pela mente humana. Estruturado sobre a geometria, o desenho geométrico é visto como o instrumento capaz de representar visualmente essas interpretações da mente, com o rigor e precisão da Matemática (NASCIMENTO, 1994, p.20).

Além disso, o desenho geométrico apresenta uma representação rigorosa da figura.

Podemos dizer que no Desenho Geométrico entra o fator grandeza: há uma representação rigorosa da figura, atendendo às suas propriedades matemáticas: envolve uma situação problemático-reflexiva: exige um traçado preciso e rigoroso conseguido com o auxílio de instrumental específico (STAMATO *apud* NASCIMENTO, 1994, p.20).

Para desenvolver de fato uma boa aula utilizando as construções geométricas, é preciso estar atento ao pensamento de Wagner (1998), quando ele cita sobre o ensino da geometria com o auxílio do desenho geométrico. É necessário que o professor esteja atento em propiciar aos alunos figuras com traçados coerentes, pois só o desenho a mão livre não é suficiente. Os alunos são iniciantes e precisam visualizar para entender de forma segura e permanente.

Naturalmente que no ensino de Geometria, a construção das figuras com régua e compasso é fundamental para a perfeita compreensão das suas propriedades. Para o aluno que se inicia no estudo dessa matéria, um esboço das figuras traçadas à mão livre não é suficiente. Ele precisa ver as suas figuras traçadas com precisão para compreendê-las perfeitamente. Quando o professor desenha um ovo e diz que aquilo é uma circunferência, ele está fazendo uma abstração que para si é muito natural (porque conhece suas propriedades), mas para os alunos iniciantes não é. Os alunos precisam ver e construir uma circunferência perfeita para entendê-la. Esse comentário vale para tudo; é preciso construir para entender de forma segura e permanente. Em resumo, o ensino da geometria não pode estar dissociado das construções. Com absoluta certeza, separar a Geometria de Desenho conduz a um aprendizado inseguro e não permanente (WAGNER *apud* DIAS, 1998, p. 133).

Logo, pode-se concluir que o desenho geométrico está além de ser uma ferramenta para auxiliar o processo de aprendizagem durante as aulas de geometria. A partir do uso desse recurso são alcançados nos alunos técnicas de organização, habilidades motoras e coordenação.

Apesar das diversas vantagens para os alunos, atualmente, o Desenho Geométrico não é uma disciplina obrigatória e não tem material didático fornecido pelo Estado específico para esta disciplina, caso as escolas desejem incluí-la como tal. No entanto, as construções geométricas se constituem num saber considerado importante para a educação. O próximo capítulo apresenta como o Desenho Geométrico ou as construções geométricas estão presentes nos documentos oficiais que orientam a educação básica no Brasil.

4. ORIENTAÇÕES NACIONAIS SOBRE O ESTUDO DO DESENHO GEOMÉTRICO

Este capítulo apresenta como o Desenho Geométrico é considerado pelas orientações nacionais dadas por meio dos documentos: Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN, Programa Nacional do Livro Didático – PNLD e Base Nacional Comum Curricular – BNCC.

4.1 O Desenho Geométrico nos PCN

O PCN para a Matemática está dividido em quatro blocos: Números e Operações, Grandezas e Medidas, Espaço e Forma e Tratamento da Informação. As construções geométricas ou o Desenho Geométrico permeiam os três primeiros blocos, sendo empregados como uma ferramenta auxiliadora no processo de ensino e aprendizagem, pois oportuniza a experimentação, facilita a visualização e realiza a validação de propriedades e conceitos matemáticos. Não há uma indicação a partir do desenho geométrico, mas sua indicação ao longo dos comentários sobre os diversos conteúdos.

A orientação para o trabalho com os conteúdos relativos ao bloco Espaço e Forma indicam que este deve ser de forma a explorar, através de construções geométricas, a visualização, percepção e aplicação de propriedades geométricas, de modo que o aluno seja capaz de desenvolver habilidades espaciais por meio da experimentação.

[...] situações em que sejam necessárias algumas construções geométricas com régua e compasso, como visualização e aplicação de propriedades das figuras, além da construção de outras relações. Deve destacar-se também nesse trabalho a importância das transformações geométricas (isometrias, homotetias), de modo que permita o desenvolvimento de habilidades de percepção espacial e como recurso para induzir de forma experimental a descoberta, por exemplo, das condições para que duas figuras sejam congruentes ou semelhantes. (BRASIL, 1998, p. 51)

Especificamente para o 3º ciclo – 6º e 7º anos do ensino fundamental – o PCN enfatiza a necessidade de valorizar no aluno o desenvolvimento do pensamento geométrico, realizando exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a resolver situações-problema que envolvam figuras geométricas planas, utilizando procedimentos de decomposição e composição, transformação, ampliação e redução.

A utilização dos instrumentos de desenho para as construções geométricas que serão realizadas durante as aulas necessita de uma condução dada pelo professor, onde este estabelece relações entre os procedimentos e as propriedades geométricas abordadas e deve relacionar também a outros conteúdos, fazendo ligações, em especial com as atividades algébricas.

[...] atenção neste ciclo é o ensino de procedimentos de construção com régua e compasso e o uso de outros instrumentos, como esquadro, transferidor, estabelecendo-se a relação entre tais procedimentos e as propriedades geométricas que neles estão presentes. É importante que essas atividades sejam conduzidas, de forma que mantenha ligações estreitas com o estudo de outros conteúdos, em particular com as atividades numéricas, métricas e com a noção de proporcionalidade. (BRASIL, 1998, p.68)

Para o 4º ciclo – 8º e 9º anos do ensino fundamental – é necessário destacar alguns objetivos específicos, nos PCN de matemática:

Do pensamento geométrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:

- interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano cartesiano;
- produzir e analisar transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, desenvolvendo o conceito de congruência e semelhança;
- ampliar e aprofundar noções geométricas como incidência, paralelismo, perpendicularismo e ângulo para estabelecer relações, inclusive as métricas, em figuras bidimensionais e tridimensionais. (BRASIL, 1998, p.81)

No bloco Números e Operações, o uso das construções geométricas estão indicados no estudo dos números irracionais, de modo a propiciar o desenvolvimento das capacidades cognitivas fundamentais quando o aluno identificar o número irracional como um número de infinitas casas decimais não periódicas, situando na reta numérica e reconhecendo que ele não pode ser escrito por uma razão entre inteiros.

[...] o número irracional como um número de infinitas casas decimais não-periódicas, identifique esse número com um ponto na reta, situado entre dois racionais apropriados, reconheça que esse número não pode ser expresso por uma razão de inteiros; conheça números irracionais obtidos por raízes quadradas e localize alguns na reta numérica, fazendo uso, inclusive, de construções geométricas com régua e compasso. (BRASIL, 1998, p. 83)

As experiências concretas são valorizadas nas atividades de Geometria, pois ilustram de maneira concreta o que no início parece abstrato para o aluno. O professor precisa conduzir essas construções de maneira que a turma compreenda a importância de se justificar uma hipótese levantada.

[...] muito propícias para que o professor construa junto com seus alunos um caminho que a partir de experiências concretas leve-os a compreender a importância e a necessidade da prova para legitimar as hipóteses levantadas. Para delinear esse caminho, não se deve esquecer a articulação apropriada entre os três domínios: o espaço físico, as figuras geométricas e as representações gráficas. (BRASIL, 1998, p. 126)

Para abordar os conteúdos do Bloco Espaço e Forma, o PCN sugere, sob o título Orientações Didáticas, que o professor de Matemática trabalhe com situações onde o aluno possa realizar construções geométricas com régua e compasso, favorecendo a visualização e aplicação de propriedades das figuras e construção de outras relações. É importante que o professor, nas transformações geométricas, desperte nos alunos um olhar diferenciado, para que este desenvolva habilidades de percepção, como, por exemplo, identificar se duas ou mais figuras são semelhantes.

O desenho geométrico, como indicam as orientações curriculares, deve ser trabalhado a partir dos conteúdos de geometria presentes no currículo da disciplina de Matemática. Atualmente, algumas escolas mantêm esse campo do conhecimento em sua matriz curricular nos dois últimos anos do Ensino Fundamental.

4.2 O Desenho Geométrico no PNLD

O Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) é um programa do governo federal brasileiro, que distribui coleções de livros didáticos aos alunos e professores da educação básica, de forma universal e gratuita. Seu principal objetivo é subsidiar o trabalho pedagógico dos professores da rede pública. Assim, todos os professores e alunos contam com os livros como principal material didático. A Coordenação Geral de Materiais Didáticos (COGEAM) é responsável pela avaliação e seleção das obras inscritas no Programa Nacional do Didático (PNLD) e no Programa Nacional Biblioteca da Escola (PNBE), bem como pela elaboração do Guia dos Livros Didáticos, voltado a auxiliar o professor na escolha dos livros didáticos.

São competências sugeridas pelo PNLD a serem alcançadas pelos alunos:

- resolver problemas, criando estratégias próprias para sua resolução, desenvolvendo a iniciativa, a imaginação e a criatividade;
- raciocinar, fazer abstrações com base em situações concretas, generalizar, organizar e representar;

Os conteúdos do ensino fundamental 2º ciclo (6º ao 9º ano) são organizados em cinco campos: números e operações; álgebra; geometria; grandezas e medidas; e tratamento da informação.

O texto introdutório do PNLD apresenta uma reflexão sobre a Educação Matemática, destacando que para desenvolver o pensamento geométrico no aluno é necessário que se desenvolva competências de localização, visualização, representação e construção para sintetizar os conteúdos e construir o conhecimento.

O pensamento geométrico surge da interação espacial com os objetos e os movimentos no mundo físico e desenvolve-se por meio das competências de localização, de visualização, de representação e de construção de figuras geométricas. A organização e a síntese desse conhecimento também são importantes para a construção do pensamento geométrico. (BRASIL, 2008, p. 16)

É importante que haja uma ligação entre os campos matemáticos. Por exemplo, grandezas e medidas estão presentes nas atividades humanas. Esse campo se articula bem com a álgebra e a geometria. Pode-se então estabelecer articulações.

Outro ponto de destaque do ensino de matemática é a contextualização, pois auxilia o aluno a ampliar seu saber matemático a partir de conhecimentos prévios, advindos das práticas sociais, de outras áreas do conhecimento ou da própria Matemática.

Segundo o PNLD, dentre as coleções aprovadas, as abordagens dos conteúdos de geometria devem levar o aluno a situar-se, reconhecer a posição dos objetos no espaço e saber orientar-se. Porém, são pouco frequentes nas obras.

Situvar-se, reconhecer a posição dos objetos no espaço, saber orientar-se são competências particularmente importantes. No entanto, são pouco frequentes, nas obras, as atividades que contribuam para desenvolver tais competências. (BRASIL, 2008, p.46).

As atividades de desenho têm por objetivo levar o aluno a visualizar objetos geométricos no mundo físico e, com isso, evoluir seu pensamento de noções mais intuitivas para compreender as noções mais abstratas como os conceitos, propriedades e classificações matemáticas.

Atividades de desenho apoiadas em instrumentos ou de construção de modelos concretos de objetos geométricos – planificações, maquetes, recortes, dobraduras, etc. – estão muito presentes na maioria das coleções. Por meio delas, espera-se que o aluno seja levado a observar os objetos geométricos no mundo físico e, de forma progressiva e adequada, possa evoluir de noções mais intuitivas para compreender os modelos matemáticos – as figuras geométricas – com suas propriedades e classificações. (BRASIL, 2008, p.46).

Segundo a avaliação apresentada no PNLD, em relação aos campos de conteúdos de geometria nas coleções aprovadas, muitas obras não conduzem de maneira apropriada à validação dessas propriedades por meio das construções geométricas, o que dificulta a construção do raciocínio dedutivo.

4.3 O Desenho Geométrico na BNCC

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento recente⁷, que visa determinar o conteúdo básico que deve ser ensinado em todas as escolas do Brasil, englobando todas as fases da educação básica, desde a educação infantil até o final do ensino médio.

Trata-se de um tipo de referência dos objetivos de aprendizagem de cada uma das etapas de sua formação. É uma ferramenta que visa a orientar a elaboração do currículo específico de cada escola, sem desconsiderar as particularidades metodológicas, sociais e regionais de cada uma.

Este documento faz uma divisão dos conteúdos matemáticos a serem ensinados ao longo do ano letivo em unidades temáticas. São eles: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística.

Segundo a BNCC, a Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Dentre os seus conteúdos, o estudo da posição e deslocamentos no espaço e o das formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais busca desenvolver o pensamento geométrico, essencial para que o aluno possa investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes.

O destaque feito pela BNCC sobre o desenho geométrico é encontrado nas habilidades a serem alcançadas pelos alunos durante a apresentação dos conteúdos de geometria, uma das unidades temáticas.

Nos anos finais do ensino fundamental, o ensino da geometria é destacado pela consolidação e ampliação das aprendizagens realizadas. Devem ser realizadas também atividades que analisam e produzem transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, de modo a desenvolver os conceitos de congruência e semelhança.

⁷No momento da realização desta pesquisa o documento ainda não havia sido finalizado.

Tem-se por objetivo que os alunos sejam capazes de reconhecer as condições necessárias e suficientes para obter triângulos congruentes ou semelhantes e que saibam aplicar esse conhecimento para realizar demonstrações simples, contribuindo para a formação de um tipo de raciocínio importante para a Matemática, o raciocínio hipotético dedutivo.

Assim como em outros documentos já citados, a BNCC aponta a importância da aproximação dos campos da matemática. Por exemplo, realizar uma ligação entre a Álgebra e a Geometria, desde o início do estudo do plano cartesiano, por meio da geometria analítica. As atividades envolvendo a ideia de coordenadas, já iniciadas no Ensino Fundamental – Anos Iniciais, podem ser ampliadas para o contexto das representações no plano cartesiano, como a representação de sistemas de equações do 1º grau, articulando, para isso, conhecimentos decorrentes da ampliação dos conjuntos numéricos e de suas representações na reta numérica. A partir dessas ligações, a Geometria deixa de ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume e de aplicações numéricas imediatas de teoremas sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixes de retas paralelas cortadas por retas secantes ou do teorema de Pitágoras.

Para que a aprendizagem aconteça, é necessário articular os conceitos a um contexto significativo para os alunos, não necessariamente do cotidiano, mas também de outras áreas do conhecimento e da própria história da Matemática.

A importância do desenho geométrico é reconhecida na construção do conhecimento por permitir a visualização, de modo que o aluno seja capaz de articular o desenho, os conceitos e as propriedades geométricas, ajudando-o a compreender noções abstratas.

Considerando os três documentos analisados, é possível concluir que o desenho geométrico é destacado no PCN e PNLD como ferramenta que auxilia no processo de ensino aprendizagem e na BNCC nas habilidades que são sugeridas dentro da unidade temática “geometria”.

Assim, é possível concluir também que o desenho geométrico deve estar presente em livros didáticos, uma vez que este é o principal recurso dos professores e alunos nas escolas públicas brasileiras.

O próximo capítulo apresenta uma análise de como o desenho geométrico está inserido nos livros didáticos adotados nas escolas de ensino fundamental do município

de Volta Redonda, acompanhada de sugestões de inclusão de atividades que exploram o desenho geométrico a partir dos próprios livros didáticos.

5. METODOLOGIA

Esta pesquisa apresenta um estudo realizado sobre como o Desenho Geométrico está inserido nas práticas escolares a partir dos livros didáticos utilizados na rede municipal de Volta Redonda.

Inicialmente, foi realizada uma pesquisa bibliográfica para construção de um panorama histórico do Desenho Geométrico como disciplina curricular ao longo da história da educação e posteriormente da educação brasileira.

Em seguida, foi construída a fundamentação teórica, baseada nas publicações em Educação Matemática, onde autores defendem a presença do Desenho geométrico na sala de aula. Além disso foram analisados os documentos: Parâmetros Curriculares Nacionais, Programa Nacional do Livro Didático e Base Nacional Comum Curricular que orientam o ensino brasileiro. Com o objetivo de investigar a importância do Desenho Geométrico nas práticas escolares.

Visto a importância do Desenho Geométrico nas aulas de matemática e sabendo que o livro didático é um instrumento muito utilizado pelos professores dessa disciplina, foi realizada também uma análise deste material.

O objetivo era identificar como o desenho geométrico está inserido nos livros didáticos utilizados pelas escolas municipais de Volta Redonda. Devido a diversidade de escolas no município, seria necessário realizar um critério para a seleção dos livros.

Os livros selecionados para realizar a pesquisa foram os que são utilizados nos colégios da Fundação Educacional de Volta Redonda – FEVRE, que é composta por cinco instituições de ensino: Colégio Getúlio Vargas, Colégio João XXIII, Colégio José Botelho de Athayde, Colégio Professora Delce Horta Delgado e Colégio Professora Themis de Almeida Vieira.

A FEVRE utiliza três coleções e estas foram analisadas. MATEMÁTICA, de Edwaldo Bianchini, Matemática Compreensão e Prática, de Ênio Silveira e Vontade de Saber, de Joamir Souza e Patricia Moreno Pataro. Ambos possuem quatro volumes, sendo um para cada ano de escolaridade do 6º ao 9º ano. Estes livros serão utilizados durante os anos de 2016, 2017 e 2018.

A primeira parte da análise feita nos livros tinha por objetivo identificar em quais momentos o desenho geométrico era abordado. Em seguida era realizado uma classificação dessas abordagens de acordo com os aspectos que cada autor já defendeu em trabalhos anteriores.

Os aspectos para a classificação eram de verificar se as atividades propostas se encaixavam nos aspectos de compreensão de conteúdos matemáticos, resolução de problemas de ordem prática, desenvolvimento da coordenação motora ou tinha um outro objetivo.

A terceira etapa da análise dos livros didáticos era verificar se essas questões eram capazes de sugerir uma ligação entre o desenho realizado, suas características e os conteúdos trabalhados. Porém a maior parte das atividades não ofereciam ao aluno o desafio de fazer esta ligação.

Diante desse resultado foram apresentadas algumas sugestões de atividades para enriquecer e complementar as aulas de geometria, onde é possível utilizar o desenho geométrico como um facilitador da aprendizagem, como uma ferramenta que justifica os conceitos e propriedades.

6. O DESENHO GEOMÉTRICO NOS LIVROS DIDÁTICOS

Este capítulo apresenta como o desenho geométrico está sendo usado nas coleções de matemática do ensino fundamental usadas na FEVRE. Em algumas situações, durante a análise, se mostrou oportuno realizar sugestões de inserção ou de exploração a partir da atividade presente no livro. Estas sugestões foram incluídas neste capítulo.

6.1 Coleção Matemática – Bianchini – Editora Moderna

A primeira coleção a ser analisada é MATEMÁTICA, de Edwaldo Bianchini, editada pela Moderna em 2015 e composta de 4 livros, cada um relativo a um ano: 6º, 7º, 8º e 9º ano.

6.1.1 – O livro do 6º ano

O livro do 6º ano é composto por onze capítulos (subdivididos em subcapítulos). No capítulo 5 – Retas e Ângulos, o autor apresenta a construção de retas perpendiculares de duas maneiras, uma utilizando a régua e o transferidor e a outra utilizando a régua e o compasso.

Em seguida, na seção de exercícios propostos, é solicitado ao aluno resolver a questão abaixo, que exige uma construção para colocar em prática o que foi ensinado nas páginas anteriores.

Figura 7 - Exercício 30, capítulo Retas e Ângulos

- 30** Com régua e compasso, faça o que se pede:
- trace uma reta r e, nela, um ponto A ;
 - trace por A uma reta s , perpendicular a r ;
 - marque em s dois pontos, B e C , distantes 4 cm de A ;
 - trace duas retas t e u perpendiculares a s , uma por B e outra por C .
 - Responda: qual é a posição relativa das retas r , t e u ?

Fonte: BIANCHINI (2015, v. 6º ano, p. 137)

Tanto a explicação da construção no texto como o exercício apresentado abordam apenas a construção, não explorando as justificativas a partir do desenho.

Enfim, não leva o aluno a refletir sobre o porquê das retas serem paralelas ou até mesmo a justificativa ou comprovação de porquê construir de tal forma garante o paralelismo entre as retas. Ele vai desenhar e não será levado a refletir que ao ter feito retas perpendiculares obteve retas paralelas. Este seria o momento de, através do desenho geométrico, definir o conceito de retas paralelas e validar suas propriedades através das retas perpendiculares.

No capítulo 9 – Polígonos e Poliedros, é ensinado a construção de triângulos utilizando régua e compasso a partir das três medidas dos lados do triângulo e a construção utilizando régua, compasso e transferidor conhecendo-se dois lados e um de seus ângulos. Na construção deste último triângulo, o autor faz referência a um capítulo anterior, onde ensinou a construir ângulos com o transferidor.

Em seguida, são propostos alguns exercícios de fixação onde em dois deles, conforme as figuras 8 e 9 abaixo, é pedido ao aluno que construa triângulos tendo a medida dos três lados e no outro a medida de dois lados e o ângulo.

Figura 8 - Exercício 19, capítulo Polígonos e Poliedros

19 Construa triângulos (ABC) em seu caderno usando régua e compasso. Se alguma dessas construções for impossível, explique o porquê. (As medidas dos lados são dadas em centímetro.)

- a) $m(\overline{AB}) = 8$, $m(\overline{AC}) = 6$, $m(\overline{CB}) = 10$
- b) $m(\overline{AB}) = 8$, $m(\overline{AC}) = 6$, $m(\overline{CB}) = 6$
- c) $m(\overline{AB}) = 8$, $m(\overline{AC}) = 5$, $m(\overline{CB}) = 5$
- d) $m(\overline{AB}) = 8$, $m(\overline{AC}) = 4$, $m(\overline{CB}) = 4$

Fonte: BIANCHINI (2015, v. 6º ano, p. 258)

Figura 9 - Exercício 22, capítulo Polígonos e Poliedros

22 Construa triângulos (ABC) em seu caderno usando régua, transferidor e compasso. Se alguma das construções for impossível, explique o porquê. (As medidas dos lados são dadas em centímetro.)

- a) $m(\overline{AB}) = 7$, $m(\widehat{BAC}) = 40^\circ$, $m(\widehat{ABC}) = 80^\circ$
- b) $m(\overline{AB}) = 7$, $m(\widehat{BAC}) = 40^\circ$, $m(\widehat{ABC}) = 120^\circ$
- c) $m(\overline{AB}) = 7$, $m(\widehat{BAC}) = 40^\circ$, $m(\widehat{ABC}) = 140^\circ$

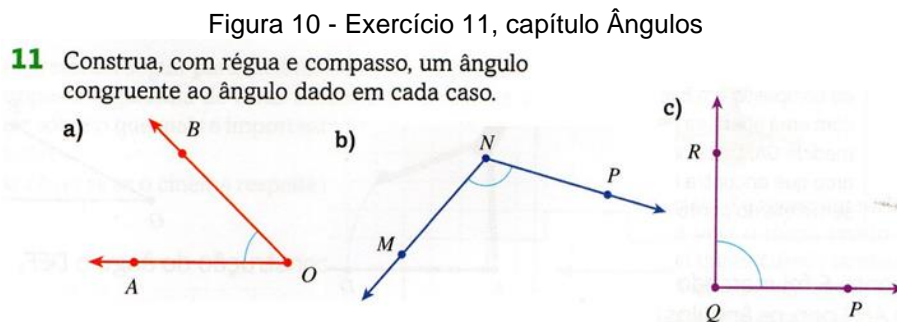
Fonte: BIANCHINI (2015, v. 6º ano, p. 258)

Neste volume há apenas duas utilizações do desenho geométrico, e ambas se limitam à construção propriamente dita, sem exploração ou ligação entre os conceitos geométricos e o desenho em si. Também não trabalha as construções a partir de uma resolução problema, o que poderia enriquecer muito a visão do aluno a respeito do conteúdo estudado. A justificativa para este último aspecto é dada por Putnoki (1991), quando destaca o desenho geométrico na resolução de problemas.

O Desenho Geométrico é classificado como desenho resolutivo, pois através dele, determinam-se respostas precisas para problemas de natureza prática ou teórica. [Contribuindo para] ... impelir o estudante a aperfeiçoar seu raciocínio lógico, a desenvolver sua criatividade e a aguçar seu senso de organização. (PUTNOKI *apud* ZUIN, 2001, p.20)

6.1.2 – O livro do 7º ano

O livro do 7º ano é composto por dez capítulos, subdivididos em sub-capítulos. No capítulo 3 – Ângulos, o autor apresenta a construção de ângulos congruentes utilizando a régua e o compasso. Em seguida, na seção de exercícios, é proposta a construção de ângulos congruentes aos ângulos dados, utilizando a régua e o compasso, conforme a figura 10.



Fonte: BIANCHINI (2015, v. 7º ano, p. 86)

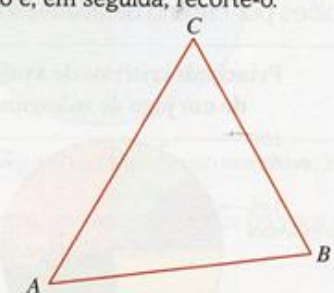
A atividade consiste de uma reprodução do que foi ensinado sem nenhum questionamento para enriquecimento ou compreensão do conteúdo.

Ainda no mesmo capítulo, o autor apresenta a adição e subtração de medidas de ângulos por construção, utilizando régua e compasso, e também a construção da bissetriz de um ângulo. Porém, nos exercícios, ele não solicita ao aluno realizar as operações de adição e soma de medidas de ângulos com régua e compasso.

Em relação à bissetriz, é solicitada sua construção apenas em um exercício, onde o aluno deve escolher um ângulo agudo, um reto e um obtuso e determinar as respectivas bissetrizes. As outras questões que poderiam abordar o desenho geométrico não o fazem, usando apenas a dobradura para determinar a bissetriz.

Figura 11 - Exercício 28, capítulo Ângulos

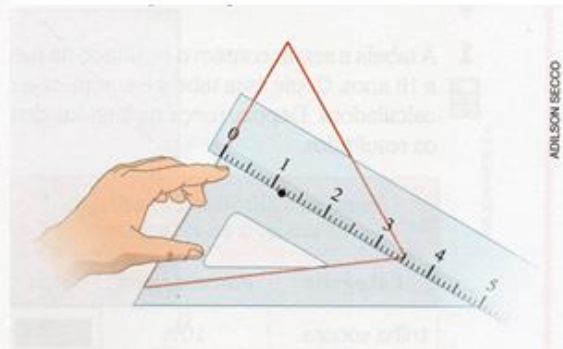
28 Reproduza em uma folha de papel o triângulo abaixo e, em seguida, recorte-o.



a) Por dobradura, obtenha as bissetrizes dos três ângulos do triângulo ABC . Trace as bissetrizes pelas marcas das dobras.

b) As três bissetrizes se cruzam duas a duas em pontos distintos, ou se cruzam em um só ponto?

c) Com o auxílio de um esquadro e de uma régua, meça a distância do ponto de encontro das bissetrizes até cada um dos lados do triângulo. Veja:



O que se pode dizer dessas três distâncias?

d) Coloque a ponta-seca de um compasso no ponto em que as bissetrizes se encontram. Abra o compasso até a distância obtida no item c e trace uma circunferência. O que acontece com essa circunferência e com os três lados do triângulo?

Fonte: BIANCHINI (2015, v. 7º ano, p. 91)

No caso do exercício 28, se o professor solicitar ao aluno que reproduza a figura no caderno e encontre as bissetrizes utilizando a régua e o compasso ou solicitar a atividade do jeito que está e pedir como outra proposta que o aluno siga os mesmos passos deste exercício, mas que construa um triângulo qualquer, será possível analisar junto à turma vários triângulos diferentes e generalizar a relação encontrada.

No capítulo sete – Simetria e Ângulos, o autor utiliza a malha quadriculada em algumas situações para o aluno desenhar a outra metade de uma figura dada e indica que a reta que as divide é o eixo de simetria. Em outro exercício, o autor solicita ao aluno que dado o ponto P e o eixo de simetria, ele encontre o ponto simétrico ao ponto P , mas pede que dobre a folha e decalque o ponto.

Neste caso, como já foi ensinado ao aluno a construção de retas perpendiculares, seria pertinente que o professor utilizasse este conhecimento para solicitar o mesmo exercício, só que agora usando a construção geométrica para determinar um ponto simétrico a outro em relação a uma reta dada. Ao desenvolver com a turma como se faz para garantir a simetria, ou seja, a mesma distância entre os dois pontos e o eixo, retomaria o conceito de perpendiculares e de como determinar distância se já se conhece um dos pontos e o ponto médio. A construção reforçaria o conceito de simetria.

No capítulo dez – Área de Regiões Poligonais, o autor aborda o cálculo da área dos seguintes polígonos: paralelogramo, triângulo, losango e trapézio. Dos polígonos abordados, apenas na parte do losango que o desenho geométrico aparece ensinando a construir um losango com régua, compasso e transferidor.

Figura 12 - Exercício 36, capítulo Área de Regiões Poligonais

36 Com auxílio de régua, transferidor e compasso, construa dois losangos. Para o primeiro, você escolherá a medida do lado e a medida de um ângulo interno. Para o segundo, o lado deve ter medida igual ao dobro da medida do lado do primeiro e um ângulo interno que seja suplementar do ângulo escolhido para o primeiro. Quantas vezes o primeiro losango “cabe” no segundo?

Fonte: BIANCHINI (2015, v. 7º ano, p. 255)

Os alunos conseguirão encontrar as áreas dos losangos construídos utilizando as duas maneiras ensinadas pelo autor, “metade da área do retângulo formado com as medidas das diagonais, ou a área desse mesmo retângulo subtraída das áreas dos quatro triângulos retângulos formados”. Ao encontrar essas áreas, espera-se que os alunos sejam capazes de justificar a questão dizendo que ao se dobrar as medidas do lado e do ângulo do primeiro losango construído a medida da área será quadruplicada. Caso não encontrem a justificativa esperada, é aconselhável ao professor fazer intervenções com questionamentos do tipo “qual é o valor das áreas? Qual a relação que estes números possuem? São múltiplos?”

Neste capítulo, o autor apresenta a fórmula da área do triângulo e três exemplos de sua aplicação. No primeiro dá o valor das medidas da base e da altura, no segundo diz que a área do triângulo é igual a metade da área de um paralelogramo de mesma base e altura, no terceiro aborda o triângulo retângulo destacando que as suas alturas são encontradas nas medidas dos lados perpendiculares entre si.

Em apenas três momentos o livro usa as construções geométricas nas atividades sugeridas, e continua a não explorar situações problema ou conexões entre o desenho e os conceitos geométricos.

6.1.3 – O livro do 8º ano

O livro do 8º ano é composto por nove capítulos (subdivididos em subcapítulos). No capítulo 1 – Retas e Ângulos, é possível encontrar o desenho geométrico em diversos momentos. O primeiro a ser destacado é quando o autor ensina a construção de retas paralelas com régua e compasso.

Em seguida, na seção de exercícios propostos, é encontrado o exercício 5 (figura 13), como uma atividade completa na qual o aluno, após realizar as construções, irá validar o conceito de retas paralelas, pensando a respeito de situações onde os pontos mudarão de posição. Ele julgará se é possível ou não ter paralelismo.

Figura 13 - Exercício 5, capítulo Retas e Ângulos

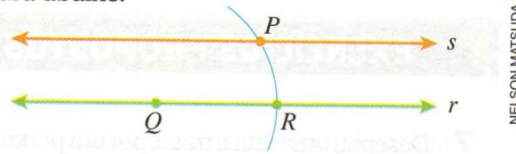
- 5** Desenhe uma reta m e cinco pontos que não pertençam a ela. Depois, construa retas paralelas a m por esses pontos e responda às questões.
- Qual é o maior número de retas paralelas à reta m que podem ser traçadas passando por esses cinco pontos?
 - É possível deslocar os cinco pontos a fim de obter mais de cinco paralelas a m ?
 - É possível trocar a posição de algum desses cinco pontos e traçar menos de cinco retas paralelas a m ?
 - Qual é o menor número de retas paralelas que podem ser traçadas?

Fonte: BIANCHINI (2015, v. 8º ano, p. 13)

Em relação ao exercício 6 (figura 14), seria mais interessante o aluno construir a figura ao invés de fazer a cópia com papel transparente, pois além de desenvolver habilidades motoras, como destacam Dewey (1959) e Silva (2006), ele estaria construindo e validando o conceito de retas paralelas.

Figura 14 - Exercício 6, capítulo Retas e Ângulos

- 6** Em uma folha de papel transparente, copie a figura abaixo.



Com a ponta-seca do compasso em R e abertura RP , obtenha no arco da figura o ponto P' , simétrico de P em relação a r . Em seguida, trace por P' a reta t paralela à reta r .

Considerando que s é paralela a r , r é paralela a t e P e P' são pontos simétricos em relação a r , o que você conclui sobre:

- a posição das retas s e t ?
- as distâncias de P a r e de P' a r ?

Fonte: BIANCHINI (2015, v. 8º ano, p. 13)

Ainda neste capítulo, o autor ensina a construir retas perpendiculares com régua e esquadro e solicita a construção dessas retas em dois exercícios (figura 15). Entretanto, não é realizada uma relação das retas perpendiculares com as retas paralelas, conteúdo que já foi abordado anteriormente.

Figura 15 - Exercícios 7 e 8, capítulo Retas e Ângulos

- 7** Desenhe uma reta e trace, por um ponto, uma perpendicular a essa reta, nas seguintes condições:

- o ponto está na reta;
- o ponto não está na reta.

- 8** Reúna-se com um colega e desenhem um segmento \overline{AB} de 6 cm. Em cada extremidade do segmento, tracem uma reta perpendicular a ele. Marquem, sobre a perpendicular traçada

pelo ponto A e abaixo de \overline{AB} , um ponto C , de modo que $AC = 4$ cm. Depois marquem, sobre a perpendicular traçada pelo ponto B e acima de \overline{AB} , um ponto D , tal que $BD = 4$ cm.

- Discutam e estimem a medida para o segmento \overline{CD} .
- Unam os pontos C e D e meçam com uma régua o segmento \overline{CD} . Qual é essa medida? Vocês fizeram uma boa estimativa?

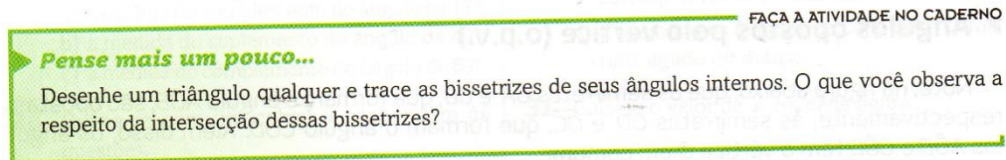
Fonte: BIANCHINI (2015, v. 8º ano, p. 14)

No exercício 8, o professor poderá completar com o seguinte questionamento “o que podemos afirmar sobre os segmentos \overline{AB} e \overline{CD} ?”. Espera-se que os alunos respondam que são segmentos de retas paralelas. Ainda neste sentido, o professor pode pedir uma justificativa. Desta vez, é esperado que os alunos façam uma relação entre as retas paralelas e perpendiculares.

Em seguida, é ensinada a construção de segmentos congruentes e ponto médio de um segmento com régua e compasso. Os exercícios propostos dessa seção são para fixação, onde o aluno utilizará as construções ensinadas anteriormente. No entanto, nenhum deles aborda situações em que o aluno possa reconhecer a importância do desenho geométrico em situações do dia-a-dia.

Outro conteúdo abordado no livro do 8º ano utilizando a construção geométrica com régua e compasso é a bissetriz de um ângulo. Em seguida, nos exercícios propostos, é encontrada esta atividade, figura 16.

Figura 16 - Exercício "Pense mais um pouco", capítulo Retas e Ângulos



Fonte: BIANCHINI (2015, v. 8º ano, p. 21)

Nesta atividade, o aluno encontrará o incentro, que é o ponto equidistante dos lados do triângulo. Por isso, é interessante ao professor completar a atividade com o comando “trace as retas perpendiculares a cada lado do triângulo passando pelo ponto encontrado com a intersecção das bissetrizes”, encontrando os pontos de intersecção dos lados com as retas perpendiculares traçadas. Estes pontos podem ser nomeados de A, B e C. Em seguida, pedir aos alunos que tracem uma circunferência de centro no ponto de encontro das bissetrizes, ponto O, e com raio de medida \overline{OA} ou \overline{OB} ou ainda \overline{OC} . Ao explorar a ideia de que qualquer que tenha sido o segmento escolhido como raio, a circunferência vai passar pelos três pontos, constrói-se o conceito de incentro, ajudando o aluno a validar a propriedade do incentro de um triângulo.

No capítulo 6 – Estudo dos Triângulos, são encontradas as construções geométricas quando o autor ensina a construção por régua e compasso da mediatriz de um segmento, mas não são encontrados exercícios solicitando esta construção.

Neste volume, o autor explora mais as potencialidades das construções geométricas para validar as propriedades ensinadas. Este aspecto é destacado por Zuin (2001), ao defender que através do desenho geométrico, definem-se conceitos, demonstram-se propriedades e resolvem-se problemas.

6.1.4 – O livro do 9º ano

O livro do 9º ano não possui abordagens com construção geométrica.

6.2 Coleção Matemática - Compreensão e Prática– Silveira – Editora Moderna

A segunda coleção a ser analisada é a Matemática Compreensão e Prática, de Ênio Silveira, editada pela Moderna em 2015 e composta de 4 livros, cada um relativo a um ano: 6º, 7º, 8º e 9º ano.

6.2.1 Livro do 6º ano

O livro do 6º ano é composto por doze capítulos (subdivididos em subcapítulos). No capítulo 9 – Figuras Geométricas Planas, o autor apresenta a construção de retas paralelas e retas perpendiculares com régua e esquadro. Em seguida, nas atividades propostas, encontra-se um exercício que é para o aluno construir duas retas paralelas e duas retas perpendiculares às duas retas paralelas traçadas.

Figura 17 - Exercício 4, capítulo Figuras Geométricas Planas

4 Utilizando régua e esquadro, desenhe, no caderno, duas retas paralelas e duas retas perpendiculares às duas retas paralelas traçadas.

Fonte: SILVEIRA (2015, v. 6º ano, p. 221)

Seria interessante que o autor mostrasse a construção com régua e compasso também para que o aluno, além de trabalhar a coordenação motora, já fosse se acostumando com estes instrumentos. Eles são essenciais para uma construção geométrica, visto que os esquadros e o transferidor são apenas acessórios que podem ser dispensados.

Ainda no capítulo 9, o autor apresenta como é realizada a construção de uma circunferência utilizando o compasso. Logo em seguida, nas atividades propostas, é encontrado o seguinte exercício com construção geométrica:

Figura 18 - Exercício 2, capítulo Figuras Geométricas Planas

2 Com um compasso, trace uma circunferência de centro O e diâmetro de medida 5 centímetros.

Fonte: SILVEIRA (2015, v. 6º ano, p. 233)

Como complemento desta atividade, o professor pode explorar a construção a fim de observar a circunferência como um lugar geométrico cuja característica é de

que todos os pontos são equidistantes do centro. Bastaria pedir aos alunos que marquem três pontos A, B e C na circunferência. Feito isto, poderia perguntar o que podemos dizer desses pontos em relação ao ponto O. Se os alunos não responderem que são equidistantes ou algo semelhante, o professor pode pedir que tracem os segmentos \overline{OA} , \overline{OB} e \overline{OC} e faça novamente a pergunta, o que podemos dizer desses pontos em relação ao ponto O. Espera-se que agora eles consigam responder que possuem a mesma medida por serem os raios da circunferência. É uma forma de ligar as propriedades da circunferência ao seu desenho.

Neste volume as duas atividades presentes são apenas repetição de passos de uma construção.

6.2.2 Livro do 7º ano

O livro do 7º ano é composto por onze capítulos (subdivididos em subcapítulos). No capítulo 6 – Ângulos, é ensinado aos alunos a construção com régua e compasso de um ângulo congruente a outro ângulo dado. Porém, na seção de atividades, não é solicitado ao aluno a construção de ângulos congruentes utilizando a régua e o compasso.

Ainda no capítulo 6 – Ângulos, o autor ensina a construção da bissetriz de um ângulo por régua e compasso. Em seguida é proposto o seguinte exercício:

Figura 19 - Exercício 3, capítulo Ângulos

3 Construa, com a ajuda de um transferidor, um ângulo de 80° . A seguir, utilizando régua e compasso, determine a bissetriz desse ângulo. Escreva no caderno a medida de cada ângulo obtido.

Fonte: SILVEIRA (2015, v. 7º ano, p. 139)

O complemento para esta atividade seria o professor solicitar ao aluno que descrevesse todos os passos utilizados na construção na bissetriz para garantir que foi utilizado o desenho geométrico, pois ao usar o transferidor para a construção do ângulo de 80° , bastaria ao aluno marcar o ângulo de 40° também com o transferidor e assim realizar a construção da bissetriz do ângulo pedido sem a utilização da construção.

6.2.3 Livro do 8º ano

O livro do 8º ano é composto por doze capítulos (subdivididos em subcapítulos). No capítulo 5 – Retas e Ângulos, o autor apresenta a construção de retas paralelas com régua e esquadro e com régua e compasso.

Em seguida, nos exercícios, são propostas duas questões para o aluno desenhar retas paralelas. Uma pede para que o desenho seja construído por régua e esquadro e a outra para construir utilizando régua e compasso.

Figura 20 - Exercícios 3 e 4, capítulo Retas e Ângulos

- 3** → Desenhe uma reta r e um ponto P externo a essa reta. Com uma régua e um esquadro, trace uma reta s paralela a r pelo ponto P .
- 4** → Desenhe, no caderno, uma reta r e, com um compasso, trace uma reta s paralela a r .

Fonte: SILVEIRA (2015, v. 8º ano, p. 96)

Nestes casos, o professor poderia apenas pedir que os alunos justificassem o motivo pelo qual essas retas construídas são paralelas. Assim, estariam relembrando a propriedade e poderiam até conferir as distâncias com o auxílio de uma régua graduada.

Ainda no capítulo 5 – Retas e Ângulos, o autor ensina a construir segmentos congruentes com o compasso, mas nos exercícios propostos não é solicitado ao aluno construir segmentos utilizando o compasso.

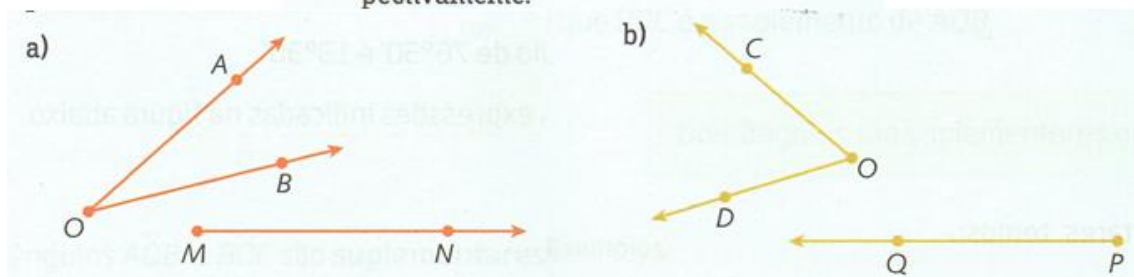
Um exemplo para a utilização desse conteúdo é solicitar ao aluno que construa um quadrado preservando as medidas do lado dado com a utilização do compasso. Embora este exercício pareça simples, podemos destacar vários conteúdos utilizados pelos alunos: retas perpendiculares, retas paralelas e segmentos congruentes.

Por fim, o autor apresenta neste capítulo a construção geométrica de ângulos congruentes e a bissetriz de um ângulo. Na seção de atividade, é encontrado um bom exemplo de exercício que pede ao aluno para construir ângulos congruentes com o auxílio de régua e compasso (figura 21). O professor poderia enriquecer o conteúdo abordado solicitando ao aluno uma atividade de resolução de problema, como destaca

Putnoki (1991), visto que a construção geométrica possui caráter de resolver problema de natureza prática.

Figura 21 - Exercício 3, capítulo Retas e Ângulos

3 Copie, no caderno, os ângulos \widehat{AOB} e $\widehat{CÔD}$ e as semirretas \overrightarrow{MN} e \overrightarrow{PQ} . Em seguida, construa, com o auxílio de um compasso, ângulos congruentes a \widehat{AOB} e $\widehat{CÔD}$, usando as semirretas suportes \overrightarrow{MN} e \overrightarrow{PQ} , respectivamente.



Fonte: SILVEIRA (2015, v. 8º ano, p. 103)

6.2.4 Livro do 9º ano

O livro do 9º ano é composto por onze capítulos (subdivididos em subcapítulos). No capítulo 6 – Segmentos Proporcionais e Semelhança, o autor descreve a construção geométrica da divisão de um segmento. Na seção de atividades, é solicitado ao aluno o seguinte exercício com construção geométrica:

Figura 22 - Exercício 8, capítulo Segmentos Proporcionais e Semelhança

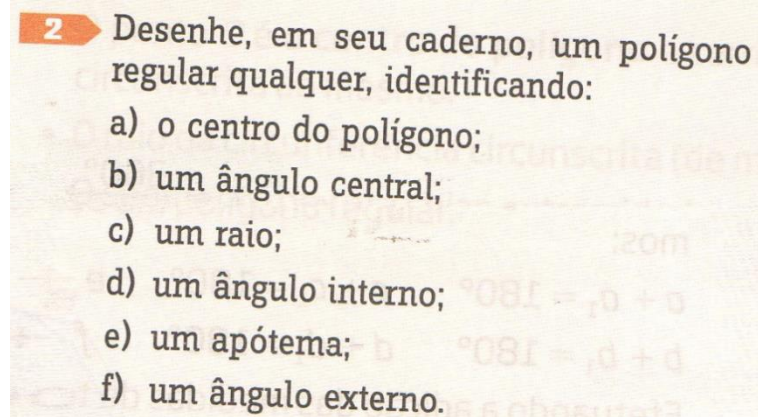
8 Desenhe, no caderno, um segmento de reta \overline{AB} de medida igual a 7 cm. Em seguida, localize o ponto C nesse segmento de forma que $\frac{AC}{AB} = \frac{3}{4}$.

Fonte: SILVEIRA (2015, v. 9º ano, p. 144)

No capítulo 9 – Polígonos Regulares, o autor apresenta a construção com régua e compasso de polígonos regulares (quadrado, triângulo equilátero e hexágono regular) inscritos em uma circunferência.

Na seção de atividades é encontrado o seguinte exercício, que aparece na figura 23, onde o aluno irá validar os conceitos de cada elemento solicitados nos itens do exercício.

Figura 23 - Exercício 2, capítulo Polígonos Regulares



Fonte: SILVEIRA (2015, v. 9º ano, p. 236)

Nesta coleção, o desenho geométrico aparece pouquíssimas vezes, e sempre para o aluno apenas reproduzir uma construção. Também não há exploração de atividades que utilizam o desenho geométrico como uma ferramenta para resolver problemas ou validar propriedades geométricas.

6.3 Coleção Vontade de Saber – Souza e Pataro – Editora FTD

A terceira coleção a ser analisada é a Vontade de Saber, de Joamir Souza e Patricia Moreno Pataro, editada pela FTD em 2015 e composta de 4 livros, cada um relativo a um ano: 6º, 7º, 8º e 9º ano.

6.3.1 Livro do 6º ano

O livro do 6º ano é composto por doze capítulos (subdivididos em subcapítulos). No capítulo 7 – Ângulos e Retas, os autores apresentam a construção de retas paralelas e perpendiculares utilizando um par de esquadros.

Em seguida, em um dos exercícios propostos na sessão de atividades, é solicitado ao aluno a construção de um par de retas paralelas, oblíquas e perpendiculares, utilizando os esquadros.

Figura 24 - Exercício 22, capítulo Ângulos e Retas

22. Utilizando esquadros, construa um par de retas paralelas, um par de retas oblíquas e um par de retas perpendiculares.

Fonte: SOUZA; PATARO (2015, v. 6º ano, p. 173)

Um complemento a este exercício seria o professor perguntar como seria possível justificar as características das retas construídas. Este questionamento é válido pois ao debaterem as respostas os alunos perceberão que as retas

perpendiculares são um caso particular de retas oblíquas. Neste caso, cabe ao professor destacar o fato de estarem no mesmo plano.

No capítulo 8 – Polígonos, formas circulares e simetria, os autores apresentam os passos da construção, com compasso, de uma circunferência, mas nas atividades propostas não são encontradas questões que solicitem ao aluno a construção de uma circunferência.

6.3.2 Livro do 7º ano

O livro do 7º ano não possui abordagens com construção geométrica.

6.3.3 Livro do 8º ano

O livro do 8º ano é composto por doze capítulos (subdivididos em subcapítulos). No capítulo 1 – Ângulos, os autores apresentam a construção da bissetriz de um ângulo com régua e compasso.

Na seção de atividades encontramos o seguinte exercício:

Figura 25 - Exercício 11, capítulo Ângulos

- 11.** Utilizando régua, transferidor e compasso, construa cada ângulo cuja medida está indicada e trace a bissetriz.
- | | |
|--------|---------|
| a) 45° | c) 140° |
| b) 60° | d) 100° |

Fonte: SOUZA; PATARO (2015, v. 8º ano, p. 21)

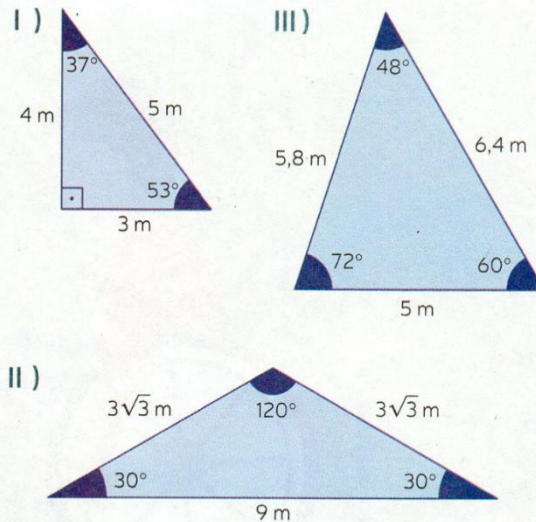
Como complemento desta atividade, o professor poderá pedir que descrevam cada passo traçado na construção para garantir que o aluno utilize a régua e o compasso para realizar o exercício, pois ao usar o transferidor para demarcar os ângulos ele pode também marcar a metade desses ângulos e assim traçar a bissetriz de cada um.

No capítulo 10 – Triângulos, o autor mostra um exemplo de como foi construído um triângulo com régua e compasso e evidencia a condição de existência de um triângulo qualquer.

Nas atividades propostas é encontrado o seguinte exercício:

Figura 26 - Exercício 15, capítulo Triângulos

15. Observe os triângulos.



- Escreva a medida do ângulo interno oposto ao maior lado de cada triângulo.
- Em um triângulo, que relação podemos perceber entre a medida de seus lados e a medida de seus ângulos internos? Discuta com um colega a relação que vocês perceberam e anote-a em seu caderno.
- Utilizando régua e transferidor, construa outros dois triângulos e verifique se a relação que você percebeu também é válida.

Fonte: SOUZA; PATARO (2015, v. 8º ano, p. 217)

No item A, o aluno indicará qual é o ângulo oposto ao maior lado de cada triângulo. Em seguida, para realizar o item B, o aluno fará uma ligação com o que respondeu anteriormente. Por isso, espera-se que ele diga que o maior ângulo do triângulo está oposto ao maior lado. Por fim, ao realizar o último item, o aluno perceberá que a relação que encontrou serve para qualquer triângulo, sendo uma generalização do resultado encontrado.

Ainda no capítulo 10, os autores apresentam a construção com régua e compasso das medianas, das mediatrizes, das alturas e novamente das bissetrizes de um triângulo.

Dentre as atividades propostas, pode-se perceber três exercícios que utilizam a construção geométrica. O primeiro é o seguinte:

Figura 27 - Exercício 36, capítulo Triângulos

- 36.** Construa um triângulo equilátero e nele determine o baricentro, o circuncentro, o ortocentro e o incentro. O que você pôde observar em relação aos pontos notáveis determinados?

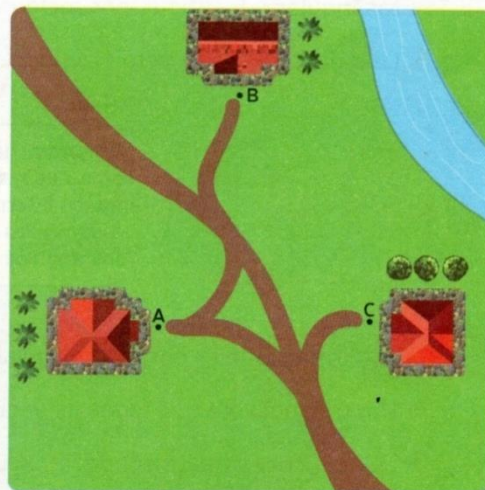
Fonte: SOUZA; PATARO (2015, v. 8º ano, p. 231)

Este é um bom exemplo de atividade porque dentre todos os alunos da turma surgirão vários triângulos equiláteros, assim seria interessante ao professor socializar as respostas para que os alunos percebam a generalização da relação.

Abaixo segue a figura 28 que retrata o segundo exercício:

Figura 28 - Exercício 38, capítulo Triângulos

- 38.** Em um sítio moram três famílias, que ocupam as casas indicadas no esquema por A, B e C. Pretende-se construir um poço artesiano que fique à mesma distância de cada uma das casas.



Em que local o poço artesiano deve ser construído? Junte-se a um colega e conversem acerca dos procedimentos utilizados para resolver essa questão.

Fonte: SOUZA; PATARO (2015, v. 8º ano, p. 231)

Este é um exemplo de atividade defendido pelos pensamentos de Putnoki (1991) e Zuin (2001), pois na realização do exercício o desenho geométrico será utilizado para resolver um problema.

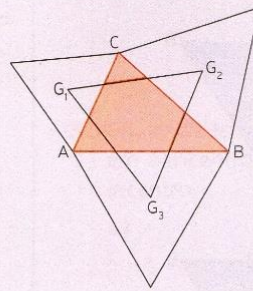
O terceiro exercício do capítulo é o exercício 39.

Figura 29 - Exercício 39, capítulo Triângulos

39. O general francês Napoleão Bonaparte (1769-1821), além de ter sido um notável estrategista de guerra, demonstrava grande interesse pela Matemática, em particular pela Geometria. Napoleão era amigo de vários matemáticos, como Lorenzo Mascheroni (1750-1800) e Gaspard Monge (1746-1818).

A demonstração do teorema enunciado a seguir geralmente é atribuída a Napoleão.

Dado um $\triangle ABC$ qualquer, se construirmos três triângulos equiláteros, tendo como base cada um dos lados do $\triangle ABC$, então o triângulo cujos vértices são os baricentros dos triângulos equiláteros também será equilátero.



General Napoleão Bonaparte.

Construa um $\triangle ABC$ qualquer e verifique a validade desse teorema.

Fonte: SOUZA; PATARO (2015, v. 8º ano, p. 232)

Nesta atividade, será possível generalizar uma regra. Através da construção, será possível visualizar diversos triângulos, com isso o aluno irá validar o teorema elencado. Esta é uma característica do desenho geométrico defendida por Zuin (2001), ao destacar que, através do desenho geométrico, definem-se conceitos, demonstram-se propriedades, resolvem-se problemas, entre outros.

No capítulo 11 – Quadriláteros e Formas Circulares, os autores apresentam a construção de um paralelogramo utilizando régua, transferidor e compasso. Em seguida, é solicitado ao aluno a construção de cinco paralelogramos com as medidas indicadas e classificação em retângulo, quadrado ou losango.

Neste caso, como complemento desse exercício, seria interessante o professor selecionar apenas a construção de cada um dos três tipos de losango e pedir que o aluno descreva características específicas que podem ser observadas em cada figura. Através das características descritas, o professor poderá perceber se os conceitos e propriedades das figuras foram assimiladas. Se, porventura, algum não for evidenciado, caberá ao professor realizar questionamentos para consolidar o conteúdo.

Ainda neste capítulo, os autores ensinam o traçado de uma circunferência com o compasso e os seguintes exercícios são solicitados:

Figura 30 - Exercício 35, capítulo Quadriláteros e Formas Circulares

- 35.** Trace uma circunferência, marque um ponto **A** que seja interno, um **B** que seja externo e um **C** que pertença à circunferência. Compare o desenho que você fez com um colega e registrem as semelhanças e as diferenças que podem ser observadas.

Fonte: SOUZA; PATARO (2015, v. 8º ano, p. 254)

Um complemento do exercício 35 seria o professor pedir ao aluno que nomeie o centro da circunferência de O e trace os segmentos \overline{OA} , \overline{OB} e \overline{OC} . Em seguida, responda:

- Qual dos segmentos representa a medida do raio da circunferência?
- Descreva o que garante que os outros dois segmentos não são pontos da circunferência.

Figura 31 - Exercício 37, capítulo Quadriláteros e Formas Circulares

- 37.** Com o auxílio de uma régua e um compasso, trace uma circunferência e três retas de maneira que uma seja secante, uma tangente e uma externa à circunferência.

Fonte: SOUZA; PATARO (2015, v. 8º ano, p. 254)

No exercício 37, o professor pode pedir ao aluno que destaque os pontos que tornam as retas secante e tangente à circunferência e por fim justifique o motivo da outra reta ser externa à circunferência.

6.3.4 Livro do 9º ano

O livro do 9º ano é composto por doze capítulos (subdivididos em subcapítulos). No capítulo 4 – Simetria, é apresentada no subtítulo Simetria de Rotação a construção de uma figura simétrica a um retângulo ABCD, em relação ao ponto O , com um ângulo de 100° no sentido horário, utilizando régua, compasso e transferidor.

Na seção de atividades encontramos o exercício 8 (figura 32).

Figura 32 - Exercício 8, capítulo Simetria

- 8.** Em uma folha de papel, indique um ponto O qualquer e construa um $\triangle ABC$. Peça para um colega obter uma figura simétrica a esse triângulo por rotação, de acordo com um ângulo e um sentido que você estabelecer. Em seguida, verifiquem se a resolução está correta.

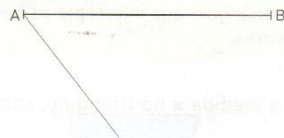
Fonte: SOUZA; PATARO (2015 v. 9º ano, p. 76)

No capítulo 8 – Semelhança, os autores apresentam em um exercício como é possível dividir um segmento em três partes de mesma medida utilizando uma régua, um par de esquadros e um compasso. Como exercício é solicitado ao aluno dividir um segmento dado em três partes iguais e dividir outro segmento dado em quatro partes iguais.

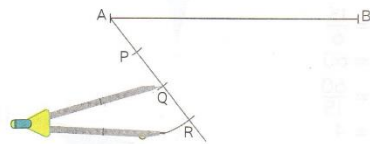
Figura 33 - Exercício 17, capítulo Semelhança

- 17.** Observe como podemos dividir um segmento AB em três partes de mesma medida utilizando uma régua, um par de esquadros e um compasso.

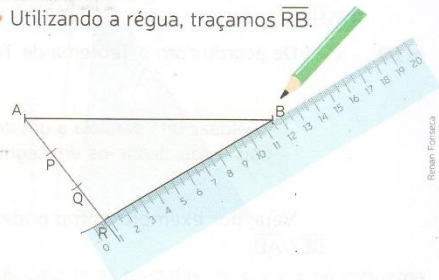
- Inicialmente, traçamos um segmento auxiliar partindo de A .



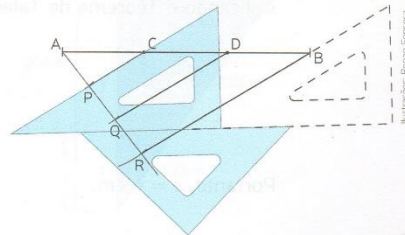
- Depois, utilizando o compasso com abertura qualquer, marcamos no segmento auxiliar os pontos P , Q e R , com a mesma distância entre eles.



- Utilizando a régua, traçamos \overline{RB} .



- Em seguida, com os esquadros, traçamos duas retas paralelas a \overline{RB} passando pelos pontos P e Q , determinando em \overline{AB} os pontos C e D . Esses pontos dividem o segmento AB em três partes de mesma medida.



Agora, construa os segmentos $FG = 7$ cm e $HI = 9$ cm e, utilizando esses procedimentos, divida:

- \overline{FG} em três partes de mesma medida
- \overline{HI} em quatro partes de mesma medida

Fonte: SOUZA; PATARO (2015, v. 8º ano, p. 153)

Durante a correção deste exercício, o professor poderá apresentar aos alunos que este é um método para dividir qualquer segmento em partes iguais sem precisar medi-lo, usando apenas um compasso para desenhar arcos e uma régua para

desenhar linhas retas. Essa técnica de desenho geométrico ajuda a evitar problemas comuns em medições manuais, como o de imprecisão e irregularidade.

No capítulo 11 – Círculo e Circunferência, os autores apresentam a construção de uma circunferência com o compasso.

Nas atividades propostas é solicitado ao aluno a construção de três circunferências com medidas dadas e segue abaixo um outro exercício utilizando estas circunferências construídas:

Figura 34 - Exercício 2, capítulo Círculo e Circunferência

2. Considerando as circunferências construídas na atividade anterior, trace:

- uma corda \overline{MN} na circunferência de centro O .
- um diâmetro \overline{PQ} na circunferência de centro A .
- um raio \overline{CP} na circunferência de centro C .
- uma corda \overline{FG} de 3 cm na circunferência de centro C .

Fonte: SOUZA; PATARO (2015, v. 9º ano, p. 227)

Como complemento deste exercício, o professor pode pedir ao aluno que justifique as respostas para confirmar que aprendeu o conteúdo. Por exemplo, solicitar que justifique o motivo do segmento \overline{PQ} ser um diâmetro da circunferência. É esperado que os alunos sejam capazes de dizer que por passar pelo ponto A , que é o centro da circunferência, esse segmento de reta é o diâmetro.

Nesta coleção, o livro do 8º ano, diferente dos outros volumes, apresenta a exploração do desenho geométrico para resolução de problemas e para definição de conceitos. Cabe ao professor realizar interferências durante a correção dos exercícios para os alunos perceberem caso isto não tenha acontecido enquanto faziam as atividades.

6.4 Considerações sobre a análise das coleções

Diante desta análise, é possível concluir que o desenho geométrico está inserido nos livros didáticos de forma muito tímida. Sua utilização nos exercícios são,

com pouquíssimas exceções, apenas atividades mecânicas de repetição de passos de construções realizadas anteriormente.

Muitos aspectos do uso das construções geométricas deixaram de ser abordados como, por exemplo, relacionar um conteúdo ao outro, como é o caso das retas paralelas e perpendiculares.

Outro aspecto é integrar os conteúdos dentro da coleção como foi apresentado no capítulo de triângulos. É possível abordar a construção de suas alturas e nos próximos volumes relacionar este aprendizado com a determinação da área desta figura geométrica. Apresentar a necessidade do Desenho sincronizado com a Geometria para justificar as regras da construção, como defende Castrucci (1981).

Além disso foi possível mostrar que ao utilizar este material didático, o professor precisa ter um olhar diferenciado para a abordagem de alguns conteúdos e atividades propostas, onde talvez seja necessário fazer um complemento que fará diferença para o aluno na consolidação.

Dentre os livros analisados não foi possível verificar as orientações que os autores disponibilizam, para os professores nos manuais das coleções, por conta da dificuldade em conseguir acessar estes materiais nas escolas.

Diante deste quadro, seguem algumas sugestões de atividades que o professor poderá utilizar em suas aulas como maneira de enriquecer a abordagem de alguns conteúdos.

7. SUGESTÕES A PARTIR DAS ATIVIDADES DO LIVRO

Este capítulo apresenta algumas sugestões de atividades diante da análise realizada no capítulo anterior sobre como o desenho geométrico está inserido nos livros didáticos.

O objetivo é apresentar novas propostas de atividades para enriquecer os livros que já realizam uma boa abordagem de conteúdos geométricos, utilizando a construção por régua e compasso, e completar os livros que ainda carecem nesse aspecto.

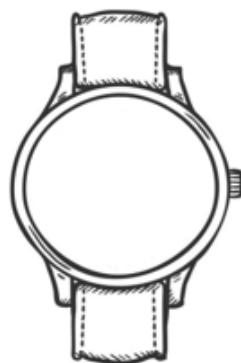
As atividades estão separadas por conteúdo e foram criadas pela autora, foram adaptadas de Tonetto (2004) e outras foram escolhidas com base na coleção Desenho Geométrico: Ideias e Imagens, de Sônia Jorge, editada pela Saraiva em 1998 e composta de 3 volumes.

7.1 Retas

Para trabalhar as retas perpendiculares em situações do dia a dia, é sugerido a seguinte atividade:

Figura 35 - Exercício de Retas Perpendiculares

Desenhe na figura abaixo, utilizando régua e compasso, os ponteiros do relógio, de modo que esteja marcando 9 horas e 30 minutos.



Fonte: Elaborado pela Autora

Nesta atividade o aluno deverá construir, utilizando régua e compasso, duas retas perpendiculares que serão os ponteiros para indicar o horário solicitado.

Ao trabalhar retas é interessante ao professor fazer a junção desses dois tipos de retas, paralelas e perpendiculares, estabelecendo relações entre elas. São algumas sugestões de atividades:

Figura 36 - Exercício de Retas Paralelas e Retas Perpendiculares

Utilizando régua e compasso construa as ruas do meu bairro conforme as dicas abaixo:

- A rua da minha casa é perpendicular à rua do mercado;
- A rua do mercado é perpendicular à rua da padaria;
- A minha rua não é a mesma da padaria.

A minha rua e a rua da padaria formam retas de que tipo?
O que justifica essa afirmação?

Fonte: Elaborado pela Autora

Nesta atividade o aluno construirá as ruas que serão retas perpendiculares. Em seguida, através da visualização dos traçados realizados, é esperado que o aluno seja capaz de identificar que as retas que representam a minha rua e a rua da padaria são paralelas, pois possuem a mesma reta perpendicular. Assim, ele fará uma relação entre os dois tipos de retas abordados.

Figura 37 - Exercício Retas Paralelas e Retas Perpendiculares

Realize os traçados conforme os comandos:

- Trace as retas r e s perpendiculares;
- Marque na reta r os pontos A e B ;
- Trace uma reta t passando por A que seja perpendicular à reta r ;
- Trace uma reta u passando por B que seja perpendicular à reta r ;

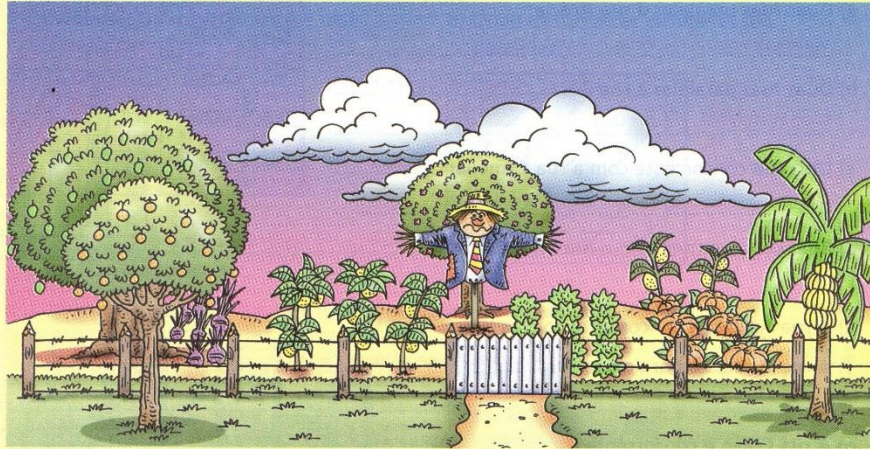
Agora responda: O que podemos dizer em relação as retas s , t e u ?
Como podemos justificar essa resposta?

Fonte: Elaborado pela Autora

Assim como a justificativa da questão anterior, esta atividade, sugerida pela figura 38, também faz uma relação das retas perpendiculares com as retas paralelas. Por não dizer exatamente a distância entre os pontos A e B , várias serão as soluções encontradas pela turma. Cabe ao professor fazer a generalização e consolidar esta ligação entre estas retas.

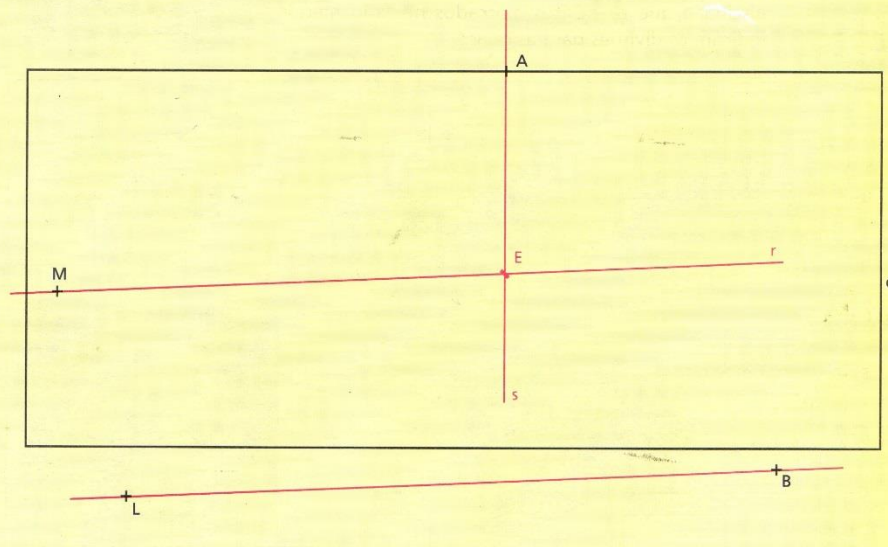
Figura 38 - Exercício 5, capítulo Posições Relativas de Retas Coplanares

- 5 A plantação do Sr. João tem sido alvo constante de ataques de pássaros. Depois de estudar várias estratégias para solucionar esse problema, ele decidiu usar o velho truque do espantalho (os pássaros o confundem com uma pessoa e não se aproximam).



Na figura abaixo, indique onde deve ser colocado o espantalho (E), sabendo que:

- o espantalho (E) pertence à reta s , que passa pela amoreira (A);
- a reta s é paralela à cerca c ;
- o espantalho (E) pertence à reta r , que passa pela mangueira (M);
- a reta r é paralela à reta determinada pela laranjeira (L) e pela bananeira (B).



Fonte: JORGE (1998, v. 1, p. 80)

Nesta atividade será possível resolver um problema seguindo os passos. Novamente, o aluno utilizará a relação de paralelismo com perpendicularismo, ao construir a reta s , por exemplo, pois basta fazer esta reta sendo perpendicular à reta que contém o ponto A. Isto garantirá que a reta construída é paralela à reta c .

7.2 Ângulos

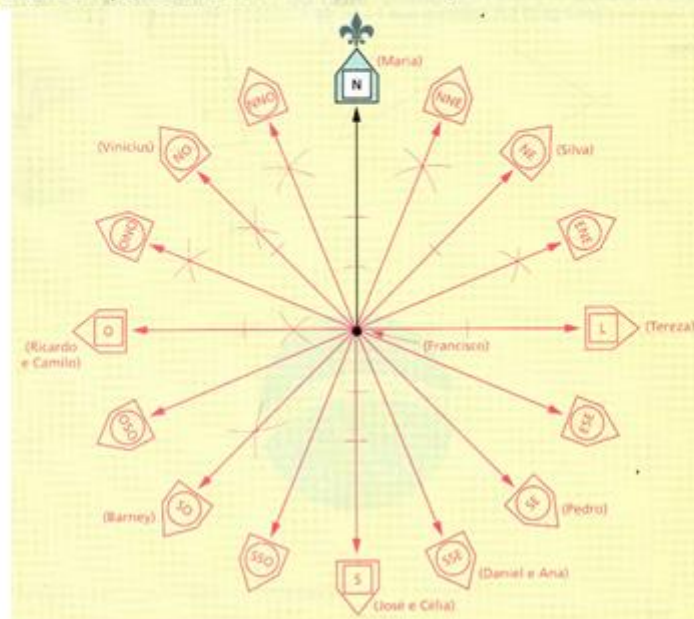
Após realizar a análise dos livros didáticos, foi possível perceber que dentro dos capítulos de ângulos é abordado por alguns autores a construção por régua e

compasso de bissetriz. A seguir, segue uma sugestão de atividade que utiliza o desenho geométrico e explora este conteúdo em um tema interdisciplinar.

A atividade é solicitar ao aluno a construção da rosa dos ventos, que associa a questão do conceito de ângulo com direção, e o professor pode destacar a necessidade de seu conhecimento para localização. É interessante colocar o seguinte texto introdutório para dar sentido a questão: “A rosa dos ventos é a volta completa do horizonte, é uma imagem que representa os quatro sentidos fundamentais, norte, sul, leste e oeste, e seus intermediários. Os pontos colaterais são as semirretas formadas pelas bissetrizes dos ângulos de 90° formado pelas retas concorrentes feitas para os pontos fundamentais. Os pontos colaterais são: nordeste (NE), noroeste (NO), sudeste (SE) e sudoeste (SO). Os pontos subcolaterais são as semirretas formadas pelas bissetrizes dos ângulos formados pelas semirretas dos pontos colaterais. São pontos subcolaterais: lés-nordeste (ENE), lés-sudeste (ESSE), sul-sudeste (SSE), nor-nordeste (NNE), nor-noroeste (NNO), sul-sudoeste (SSO), oés-sudoeste (OSO) e oés-noroeste (ONO)”.

Figura 39 - Exercício 3, capítulo Operações com Ângulos

- 2 Desenhe uma rosa-dos-ventos, colocando os pontos cardeais, colaterais e subcolaterais a partir do Norte (N), sabendo que:
- as retas que indicam as direções Norte/Sul e Leste/Oeste são concorrentes e formam ângulos de medida 90° ;
 - as semi-retas que indicam as direções dos pontos colaterais são bissetrizes desses ângulos;
 - os pontos subcolaterais são indicados pelas bissetrizes dos ângulos cujos lados são semi-retas que indicam um ponto cardinal e o colateral mais próximo.

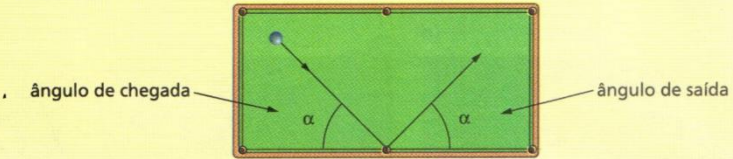


Fonte: JORGE (1998, v. 2, p. 119)

Por fim, ao trabalhar com ângulos congruentes, é sugerida uma atividade em que o aluno observe a necessidade de saber estimar os ângulos em situações reais e perceba como o desenho geométrico pode desenvolver esta capacidade. Por exemplo:

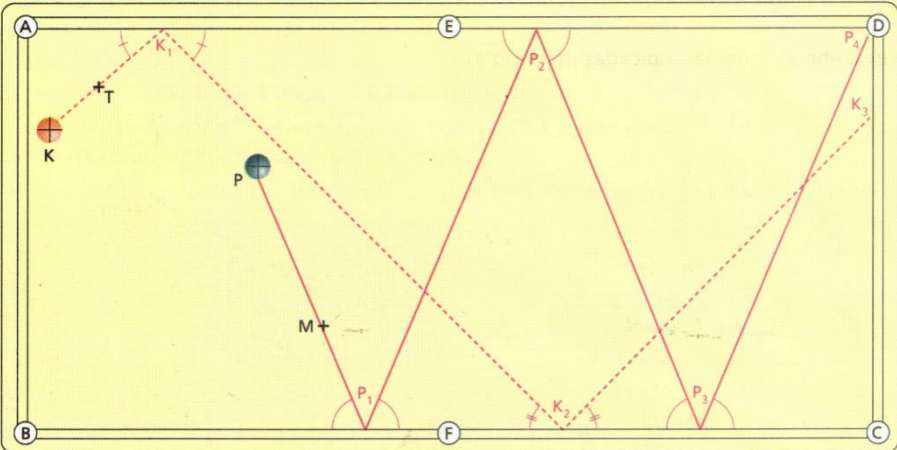
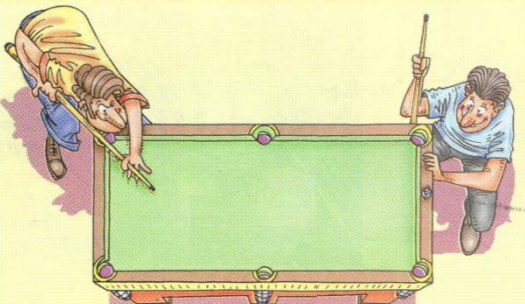
Figura 40 – Exercício 5, capítulo Ângulos

5 O jogo de bilhar é muito interessante.
 A trajetória da bola segue uma constante: o seu ângulo de chegada é sempre congruente ao ângulo de saída.



ângulo de chegada α ângulo de saída α

Vamos fazer uma jogada? No nosso jogo, vence quem acertar primeiro uma das caçapas.
 Comece lançando a bola do ponto P, de modo que ela passe por M, bata na lateral \overline{BC} (P_1) e volte para \overline{AD} , parando em P_2 .
 Boa tacada! Agora é minha vez.
 Lanço a bola do ponto K, que passa por T e bate em \overline{AD} (K_1), é rebatida para \overline{BC} (K_2) e torna a rebater, chegando ao lado \overline{DC} (K_3).
 É você novamente. Lance a bola de P_2 , tal que o ângulo de saída seja o mesmo que o ângulo de chegada. Após bater em \overline{BC} (P_3), sua bola é rebatida para \overline{DC} .
 Você acertou a caçapa? *sim*

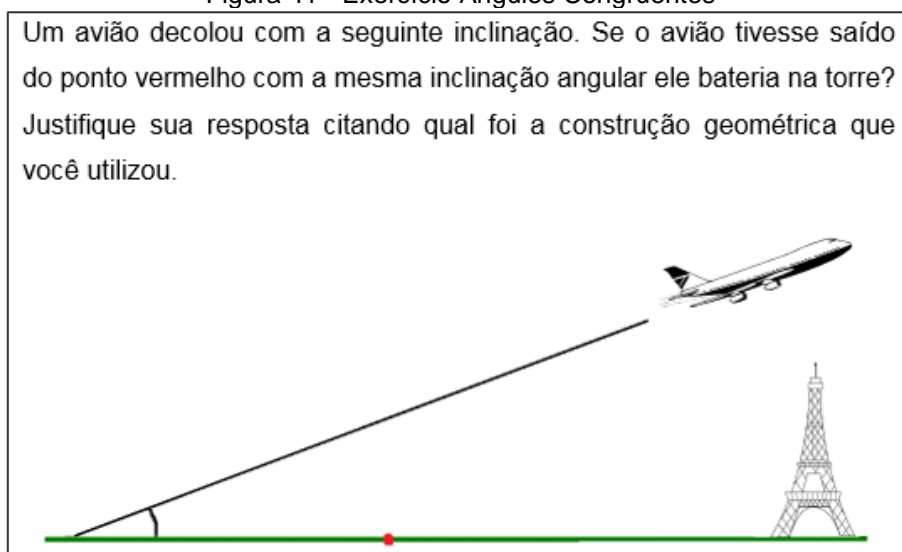



Fonte: JORGE (1998, v. 1, p. 108)

Ao final da atividade, o professor pode explorar a questão, perguntando aos alunos se eles estivessem na mesa de bilhar para fazer a tacada como o rapaz que está prestes a jogar, como eles calculariam em que ponto da mesa eles deveriam mirar para a bola rebater e cair em determinada caçapa e que estratégias de jogada poderiam tentar.

Outro exemplo de atividade utilizando construção geométrica com ângulos congruentes que poderia complementar o livro do 7º ano, Matemática – Compreensão e Prática de Ênio Silveira, seria:

Figura 41 - Exercício Ângulos Congruentes



Fonte: Elaborado pela Autora

Esta atividade solicita ao aluno construir um ângulo congruente ao ângulo formado pelo avião em relação ao solo ao levantar o voo. A construção será realizada em um ponto dado e, através do traçado, será possível, ao aluno, perceber se o avião atingirá a torre ou não.

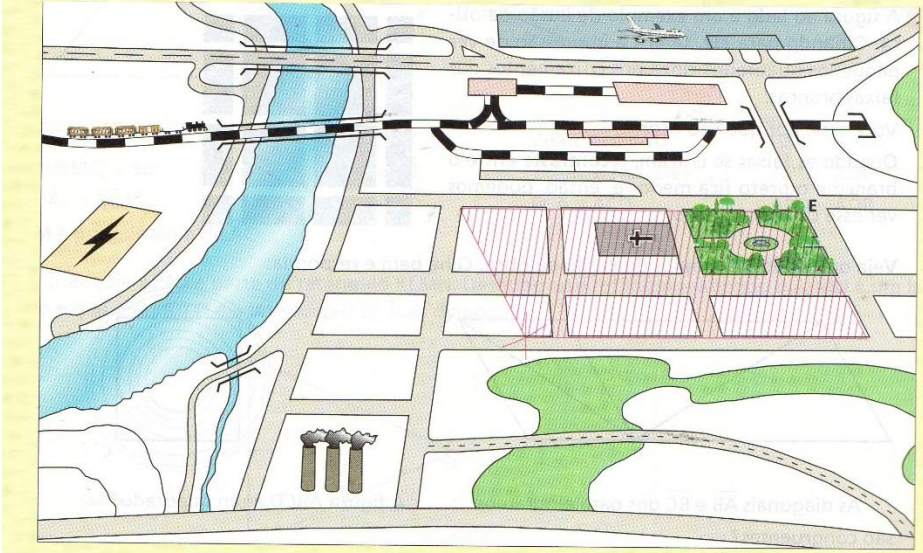
A justificativa para este exercício é dada por Putnoki (1991) quando ele destaca que o desenho geométrico é resolutivo, pois através dele determinam-se respostas precisas para problemas de natureza prática ou teórica.

7.3 Quadriláteros

Uma situação de localização espacial pode ser explorado, por exemplo, com um paralelogramo, conforme a atividade a seguir:

Figura 42 - Exercício 3, capítulo Quadriláteros

- 3 O plano de reurbanização de uma cidade prevê sua divisão em zonas. A área central será destinada ao comércio e terá forma de um paralelogramo com um vértice na esquina da praça (E). O lado menor equivalerá a 2 quadras no sentido oposto ao aeroporto. O lado maior terá vértice em E e medirá 63 mm, acompanhando o traçado da rua. Utilizando os seus conhecimentos das propriedades dos paralelogramos, faça o seu traçado sobre a planta da cidade e trace hachuras sobre a região que constituirá a zona comercial.



Fonte: JORGE (1998, v. 2, p. 58)

Nesta sugestão de atividade, o aluno deverá reconhecer as propriedades dos paralelogramos, além de validar o conceito de vértice, pois será o primeiro passo da construção.

7.4 Circunferência

Um exemplo de atividade que o professor pode solicitar aos alunos durante a aula abordando circunferência é o seguinte:

Figura 43 - Exercício Circunferência

Na vila em que Bruna, Pedro e Ana vão morar tem um poço. Eles precisam construir suas casas com a distância mínima de 12m do poço. Trace, utilizando o compasso, o local mais apropriado e justo para construírem suas casas ficando à mesma distância do poço. Considere o poço como a bolinha na imagem abaixo e realize a construção desse lugar geométrico. Em seguida justifique seu desenho com as propriedades da figura traçada.



Fonte: Elaborado pela Autora

Esta atividade é justificada por Zuin (2001), ao destacar que, através do desenho geométrico, definem-se conceitos, demonstram-se propriedades, resolvem-se problemas entre outros. Através deste exercício, o professor poderá evidenciar que a circunferência é o lugar geométrico onde todos os pontos pertencentes a ela são equidistantes de um ponto fixo, o centro.

7.5 Triângulo

Ao ensinar aos alunos a construção de triângulos utilizando régua e compasso, é apresentada a seguinte sugestão de atividade:

Figura 44 - Exercício 1, capítulo Construção de Triângulos

1 Um barco transporta passageiros de duas ilhas para o continente. Sua rota pode ser assim descrita: partindo do cais (A), ele percorre 6 km perpendicularmente ao porto (x), atracando na Ilha B. Depois dá uma guinada de 60° para bombordo (esquerda) e nesta direção percorre 5 km para chegar à Ilha C, de onde volta pelo menor caminho para o cais. Desenhe essa rota e dê a distância total percorrida pelo barco:

1 cm no desenho corresponde a 1 km na realidade.

Classifique o triângulo: escaleno e obtusângulo

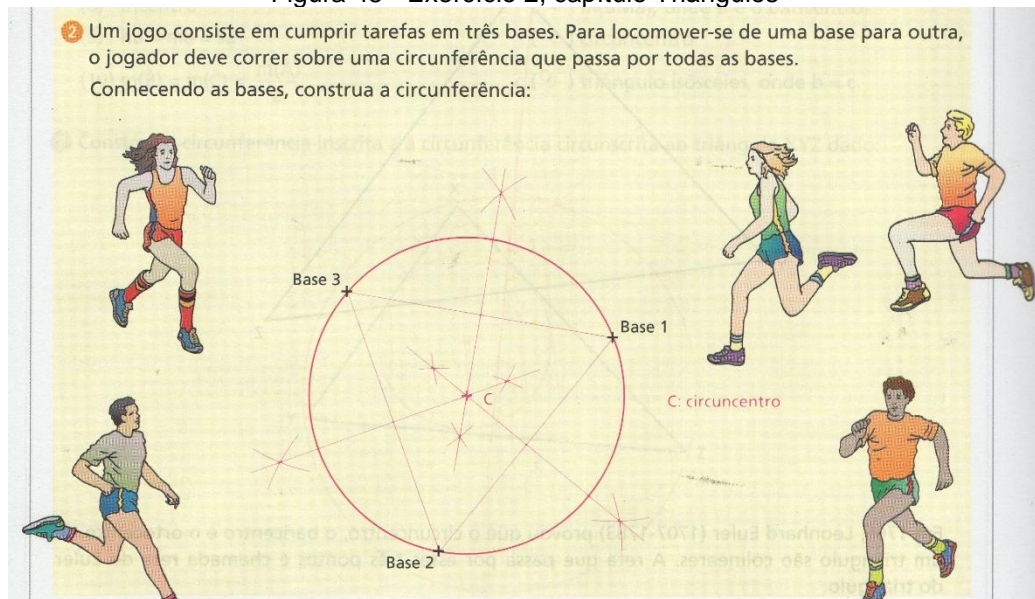
Distância total percorrida pelo barco: 20,6 km

Fonte: JORGE (1998, v. 3, p. 110)

A justificativa para a utilização de exercícios desse tipo é dada por dois autores: Putnoki (1991), quando destaca que o desenho geométrico é resolutivo, pois através dele é possível determinar respostas para problemas de ordem prática, além de aguçar no aluno seu senso de organização e quando Castrucci (1981) destaca que as regras da construção usadas no desenho serão justificadas na geometria.

Ainda sobre os triângulos é sugerida uma atividade para o trabalho com as mediatrizes.

Figura 45 - Exercício 2, capítulo Triângulos



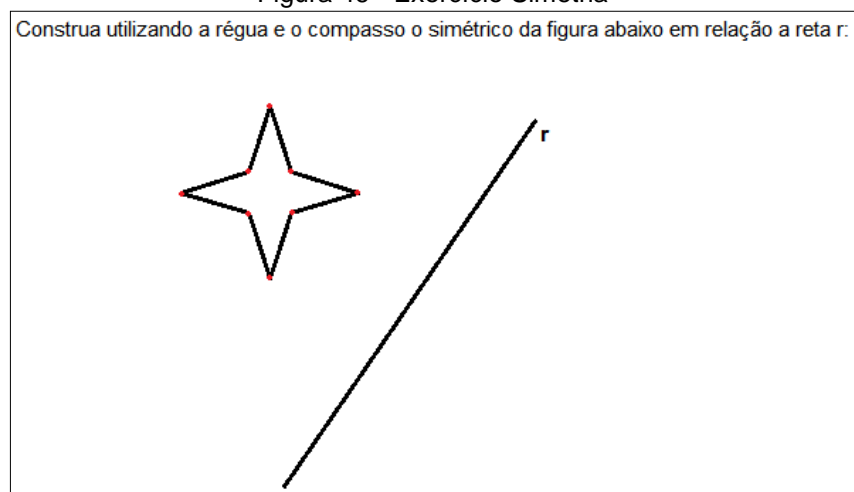
Fonte: JORGE (1998, v. 3, p. 94)

Ao realizar esta atividade, o aluno estará validando a propriedade das mediatrizes de um triângulo porque, ao descobrir o circuncentro, será possível comprovar que este é um ponto equidistante dos vértices de um triângulo. Sendo assim, é também o centro da circunferência circunscrita ao triângulo.

7.6 Simetria

Um exemplo de atividade que trabalha a construção geométrica e reforça o conceito de retas perpendiculares dentro do conteúdo simetria é a seguinte:

Figura 46 - Exercício Simetria



Fonte: Elaborado pela Autora

Esta atividade é uma adaptação de Tonetto (2004). Através deste exercício, o aluno será capaz de encontrar pontos simétricos em relação a uma reta dada utilizando os conhecimentos que já possui de retas perpendiculares. Após realizar este trabalho, o professor poderá solicitar ao aluno, em aulas posteriores, que encontre o eixo de simetria em figuras dadas, pois o aluno já saberá a relação entre pontos simétricos em relação a uma reta e retas perpendiculares.

Estas sugestões de atividade tiveram o objetivo de enriquecer a apresentação de determinados conteúdos. Foi possível mostrar também que o desenho geométrico está presente em algumas situações do dia a dia de natureza prática. Assim, o aluno poderá reconhecer e validar motivos para estudar conteúdos matemáticos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao desenvolver este trabalho, pode-se perceber que a história do Desenho Geométrico no Brasil é fruto de necessidades sociais de cada época. Embora em vários momentos tenha prevalecido seu valor pelo seu caráter prático para resolução de problemas, o desenho geométrico sempre contribuiu para a formação e desenvolvimento de habilidades do indivíduo.

Considerando os estudos de autores como Dewey (1959), Castrucci (1981), Putnoki (1991), Nascimento (1994), Marmo e Marmo (1995), Zuin (2001) e Silva (2006), é possível justificar a importância do desenho geométrico nas salas de aula. Esses autores apresentam as construções geométricas como uma ferramenta capaz de determinar respostas precisas para problemas de natureza prática ou teórica, como uma atividade que auxilia na compreensão de conteúdos matemáticos.

O desenvolvimento do desenho geométrico aperfeiçoa o raciocínio lógico, ajuda no desenvolvimento da criatividade, aguça o senso de organização, além de definir conceitos, demonstrar e validar propriedades matemáticas. É baseado também nestas ideias que o desenho geométrico está referenciado no PCN, PNL D e BNCC como uma ferramenta que auxilia no processo de ensino-aprendizagem.

A análise dos livros didáticos que são utilizados nas escolas públicas, da FEVRE - município de Volta Redonda mostrou que o desenho geométrico aparece de forma bastante tímida. Os livros abordam os passos das construções básicas que são realizadas para ensinar algum conteúdo, porém, nas atividades propostas, onde o aluno colocará em prática o que aprendeu e o professor poderá avaliar se a aprendizagem ocorreu, as construções não são usadas sistematicamente ou ainda exploradas em todo seu potencial. As atividades não sugerem ligação entre o desenho realizado, suas características e os conteúdos geométricos trabalhados.

Percebe-se que este material que serve de base para as aulas de matemática não explora o desenho geométrico de forma ao aluno validar os conceitos aprendidos ou resolver problemas a partir deles. Não se encontrou uma sequência lógica nos conteúdos, eles estão apresentados de maneira fragmentada e aleatória, construções

que são ensinadas em um tópico e não são mais utilizadas em nenhum outro momento, mesmo sendo pertinentes a conteúdos posteriores.

Outro detalhe a ser destacado é a ausência de exercícios de ordem prática, onde seria o momento de o aluno compreender que utilizando o desenho geométrico é possível resolver questões que podem estar presentes no cotidiano.

Diante desta conclusão a respeito dos livros didáticos, foram pesquisadas e apresentadas atividades complementares que consigam explorar todas as potencialidades deste recurso pedagógico.

As atividades apresentadas foram escolhidas em função de que podem ser inseridas, complementarem ou até mesmo substituírem atividades propostas nos livros didáticos. Dessa forma, percebe-se que, com pequeno esforço, é possível inserir o desenho geométrico sem onerar o tempo, sem mexer na sequência didática ou mesmo necessitar de recursos que dificultem sua execução, e ainda explorar todos os aspectos possíveis a partir do desenho, tão importantes para o desenvolvimento do aluno.

Este trabalho enriqueceu minha formação, porque pude perceber a importância do desenho geométrico para justificar e validar conceitos matemáticos e de mostrar aos alunos onde podemos usar os conhecimentos vistos em sala. Respondendo à pergunta inicial, que era como os livros didáticos utilizados pela rede municipal de ensino de Volta Redonda (RJ) podem subsidiar a inserção do desenho geométrico nas aulas de matemática, foi possível concluir que, apesar do desenho geométrico não ser bem explorado nos livros didáticos como, por exemplo, aproveitando sua característica de justificar e validar conceitos e propriedades matemáticas, é possível realizar complementos ou adaptações de atividades a partir do conteúdo abordado a fim de contribuir para um bom desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem.

Espera-se que qualquer colega professor que leia este trabalho possa reconhecer a importância deste recurso didático e observar que sua utilização, independente da sequência didática ou livro base que utilize em suas aulas, pode ser inserida ou usada para complementar o que já vem sendo realizado.

REFERENCIAL BIBLIOGRÁFICO

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática**: 6º, 7º, 8º e 9º ano, 8ª edição. São Paulo: Moderna, 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais** (5a a 8a séries): matemática. Brasília-DF: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Guia de Livros Didáticos PNLD 2008**: Matemática. Brasília: MEC, 2007.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Versão Final. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/imagens/BNCCpublicacao.pdf>>. Acesso em: 01 jun. 2017.

BÚRIGO, Elisabete Zardo. **Matemática moderna**: progresso e democracia na visão de educadores brasileiros nos anos 60. *Teoria da Educação*, 2, p. 256-265, 1990.

CASTRUCCI, Benedito. **Desenho e os fundamentos matemáticos**. In: CONGRESSO NACIONAL DE DESENHO, 2, Florianópolis, 1981. Anais... Florianópolis: UFSC, 1982. p.32-43

COSTA, E. A. S. **Analisando algumas potencialidades pedagógicas da história da matemática no ensino e aprendizagem da disciplina desenho geométrico por meio da teoria fundamentada**. Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática. Departamento de Matemática. Ouro Preto, MG: Universidade Federal de Ouro Preto, 2013.

COSTA, E. A. S., ROSA, M. **Historiando o desenvolvimento do desenho geométrico**: das inscrições nas cavernas à contemporaneidade, Santa Maria, RS, 2015.

COSTA, Mário Duarte da. **O desenho básico na área tecnológica**. In: CONGRESSO NACIONAL DE DESENHO, 2, Florianópolis, 1981. Anais... Florianópolis: UFSC, 1982. p.89-93.

DEWEY, J. **Como pensamos**, 3ª edição. São Paulo: CEN, 1959

DIAS, Mônica Souto da Silva. **A Importância do Desenho na construção dos conceitos geométricos**. 189f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Santa Úrsula, Rio de Janeiro, 1998.

DIEUDONNÉ, J. **Introduction to the Theory of Formal Groups**. New York, 1973

GOMES, Maria Laura Magalhães. **História do Ensino da Matemática**: uma introdução. CAED/UFMG: Belo Horizonte, 2012.

Haidar, M L M. **O ensino secundário no Império brasileiro**. São Paulo: EDUSP/GRIJALBO, 1972

IMENES, Luís Márcio. LELLIS, Marcelo. **Conversa de Professor: Matemática**. Cadernos da TV Escola. Brasília: Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação à distância, 1996.

JORGE, S. **Desenho geométrico: Ideias e imagens**. Vol. 1, 2 e 3, 1ª edição, manual do professor, São Paulo, SP: Saraiva, 1998

LORENZATO, Sérgio & VILA, Maria do Carmo. **Século XXI: qual Matemática é recomendável**. A posição do National Council of Supervisors of Mathematics. Zetetiké, n.1. p. 41-49, 1993.

MACHADO, R. B. **Entre vida e morte: cenas de um ensino de desenho**. (254 fls); Dissertação de Mestrado. Pós-graduação em Educação Científica e Tecnológica. Florianópolis, SC: Universidade Federal de Santa Catarina, 2012.

MARMO, Carlos. MARMO, Nicolau. **Desenho Geométrico**. São Paulo: Scipione, 1995. 3v.

NASCIMENTO, Roberto A. **O ensino do desenho na educação brasileira: apogeu e decadência de uma disciplina escolar**. 1994. 75f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Filosofia e Ciências, Universidade Estadual Paulista, Marília.

PAVANELLO, Regina M. **O abandono do ensino de geometria: uma abordagem histórica**. 1989. 195f. Dissertação (Mestrado em Educação) – UNICAMP, Campinas.

PUTNOKI, José Carlos. **Geometria e desenho geométrico**. São Paulo: Scipione, 1991. 4 v.

PUTNOKI, José Carlos. **Que se devolvam a Euclides a régua e compasso**. Revista do Professor de Matemática, Sociedade Brasileira de Matemática São Paulo: Associação Palas Athena do Brasil, 13, p.13-17, 2o sem./1988.

SILVA, Cláudio Itacir Della Nina da. **Proposta de aprendizagem sobre a importância do Desenho Geométrico e da Geometria Descritiva**. Dissertação de Mestrado em Educação. Pontifícia Universidade Católica, Paraná. 2006

SILVA, Clovis Pereira da. **A Matemática no Brasil**. Uma história de seu desenvolvimento. Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, 1998.

SILVEIRA, Ênio. **Matemática Compreensão e Prática: 6º, 7º, 8º e 9º ano**, 3ª edição. São Paulo: Moderna, 2015.

SOUZA, Joamir. PATARO, Patricia Moreno. **Vontade de Saber: 6º, 7º, 8º e 9º ano**, 3ª edição. São Paulo: FTD, 2015.

TONETTO, C. P., **As Transformações Geométricas (Isometrias) No Ensino Fundamental** - Estudo De Livros Didáticos E Sugestões De Atividades, Florianópolis, SC, 2004

VALENTE, W, R. **Uma história da matemática escolar no Brasil (1730 – 1930)**, 2ª edição. São Paulo: Annablume, 2007. 214 p.

YOUNG, Michael F. D. **Knowledge and control**: new directions for the sociology of education. London: Collier-Macmillan, 1972.

ZUIN, E. S. L. **Parâmetros curriculares nacionais de matemática para o 3º e 4º ciclos do ensino fundamental e o ensino das construções geométricas, entre outras considerações**. Associação Nacional de Pesquisa e Pós-Graduação em Educação. Caxambu, MG: ANPED, 2002.

ZUIN, E. S. L., **Da Régua E Do Compasso**: As Construções Geométricas Como Um Saber Escolar No Brasil, Belo Horizonte, MG, 2001.