



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA  
INSTITUTO FEDERAL DO RIO DE JANEIRO  
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

**MAPEAMENTO DAS PUBLICAÇÕES DO ENEM ACERCA DAS  
NOÇÕES DO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL NO  
ENSINO MÉDIO E LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**CAIO DAMASCENO GONÇALVES**

Orientador: Prof. Me. Rafael Vassallo Neto  
Instituto Federal do Rio de Janeiro - IFRJ/CVR

VOLTA REDONDA  
JANEIRO DE 2018

**CAIO DAMASCENO GONÇALVES**

**MAPEAMENTO DAS PUBLICAÇÕES DO ENEM ACERCA DAS  
NOÇÕES DO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL NO  
ENSINO MÉDIO E LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao corpo docente do Instituto Federal do Rio de Janeiro como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Me. Rafael Vassallo Neto  
Instituto Federal do Rio de Janeiro - IFRJ/CVR

VOLTA REDONDA  
JANEIRO DE 2018

Gonçalves, Caio Damasceno.

G635m Mapeamento das publicações do ENEM acerca das noções do Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Médio e Licenciatura em Matemática / Caio Damasceno Gonçalves, 2018.

78f.

Orientador: Prof Msc.Rafael Vassallo Neto

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Instituto Federal do Rio de Janeiro. Licenciatura em Matemática, Volta Redonda, 2018.

1. Cálculo Diferencial e Integral. 2. Ensino de Cálculo. 3. Encontro Nacional de Educação Matemática(ENEM). I. Instituto Federal do Rio de Janeiro. II. Vassallo Neto, Rafael. *III*. Título.

CDU: 517.2/.3

IFRJ - CAMPUS VOLTA REDONDA

CAIO DAMASCENO GONÇALVES

**MAPEAMENTO DAS PUBLICAÇÕES DO ENEM ACERCA DAS  
NOÇÕES DO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL NO  
ENSINO MÉDIO E LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao corpo docente do Instituto Federal do Rio de Janeiro como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de licenciado em Matemática.

Volta Redonda, 9 de janeiro de 2018.



---

**Prof. Me. Rafael Vassallo Neto**  
(Orientador)  
Instituto Federal do Rio de Janeiro - IFRJ/CVR



---

**Prof. Me. José Ricardo Ferreira de Almeida**  
Instituto Federal do Rio de Janeiro - IFRJ/CVR



---

**Prof.ª Ma. Roberta Fonseca dos Prazeres**  
Instituto Federal do Rio de Janeiro - IFRJ/CVR



---

**Prof. Dr. Andrey Dione Ferreira**  
Instituto Federal do Rio de Janeiro - IFRJ/CVR

VOLTA REDONDA  
JANEIRO DE 2018

Dedico esse trabalho ao meu amado pai Natalino,  
que já se foi, mas nunca será esquecido.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço minha mãe Aparecida e à minha companheira Isabela, por estarem comigo do início ao fim do curso. Sou grato também aos meus amigos e amigas que tonaram a faculdade um ótimo lugar para estar. Agradeço ao professor Rafael, responsável pela orientação desse trabalho. Também sou grato aos docentes Andrey, José Ricardo e Roberta, que contribuíram com as revisões do conteúdo.

## RESUMO

GONÇALVES, Caio D. Mapeamento das publicações do ENEM acerca das noções do Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Médio e Licenciatura em Matemática. Volta Redonda, 2018. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal do Rio de Janeiro campus Volta Redonda.

O ensino e a aprendizagem de Matemática são processos complexos e que sempre necessitam de cuidado. No caso da Educação Básica, a situação inspira forte atenção, visto que os resultados de provas revelam que o desempenho dos alunos em matemática está abaixo do ideal. Um dos possíveis motivos desse fraco desempenho pode estar relacionado à abordagem didática realizada por professores de Matemática que, muitas vezes, estão desprovidas de contextos e de uma construção de conceitos significativa. No caso da conexão entre conceitos de Matemática Básica e de Cálculo Diferencial e Integral (CDI), essa relação é pouco explícita tanto no Ensino Superior quanto nas salas de aula dos Ensinos Fundamental e Médio. A adoção de modelos intuitivos e de caráter generalista na Educação Básica, pouco ocorre. Tal situação, despertou o interesse do pesquisador na busca de revelar o que tem sido apresentado sobre essa temática por professores e pesquisadores da área do Ensino de Matemática. A pesquisa tem como objetivo geral o mapeamento das produções relativas ao CDI no Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), além de destacar aspectos didáticos e metodológicos associados à temática, e apresentar ideias e concepções sobre a História do Cálculo que relacionam conteúdos dos níveis da Educação Básica com os conceitos do CDI do Ensino Superior. Esperava-se encontrar trabalhos que estabelecessem um equilíbrio entre o rigor matemático e o modelo intuitivo. Para tanto, a adoção da História do Cálculo torna-se imprescindível. Entretanto, após as análises qualitativas e quantitativas, não foram observadas pesquisas que adotassem conjuntamente essas características. A pesquisa tem caráter bibliográfico e documental em busca da fundamentação das concepções descritas neste trabalho. Acredita-se que essa pesquisa possa auxiliar outros investigadores no norteamento de suas ações, bem como no desenvolvimento de novos materiais que busquem a interligação de saberes internos da matemática e a validação de conceitos e procedimentos matemáticos.

**Palavras-chave:** Cálculo Diferencial e Integral. Ensino de Cálculo. Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM). História do Cálculo. Mapeamento.

## ABSTRACT

GONÇALVES, Caio D. Mapeamento das publicações do ENEM acerca das noções do Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Médio e Licenciatura em Matemática. Volta Redonda, 2018. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal do Rio de Janeiro campus Volta Redonda.

Mathematics teaching and learning are complex processes that always require care. In the case of Basic Education, the situation inspires strong attention, since the results of tests show that students' performance in mathematics is below ideal. One of the possible reasons for this poor performance may be related to the didactic approach carried out by Mathematics teachers who are often devoid of contexts and a meaningful concept construction. In the case of the connection between concepts of Basic Mathematics and Differential and Integral Calculus (DIC), this relation is not explicit either in Higher Education or in the classrooms of Elementary and Middle School. The adoption of intuitive and generalist models in Basic Education does not occur very much. This situation has aroused the interest of the researcher in the search to reveal what has been presented on this subject by teachers and researchers in the area of Mathematics Teaching. The research has as general objective the mapping of the DIC related productions at the Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), as well as highlighting didactic and methodological aspects associated with the theme, and presenting ideas and concepts about the History of Calculus that relate contents of the levels of Basic Education with the concepts of the DIC of Higher Education. It was hoped to find work that would strike a balance between mathematical rigor and the intuitive model. To do so, the adoption of the History of Calculus becomes essential. However, after the qualitative and quantitative analyzes, we did not observe research that jointly adopted these characteristics. The research has bibliographic and documentary character in search of the foundation of the conceptions described in this work. It is believed that this research can assist other researchers in guiding their actions, as well as in the development of new materials that seek the interconnection of internal knowledge of mathematics and the validation of mathematical concepts and procedures.

**Keywords:** Differential and Integral Calculus. Teaching Calculus. Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM). History of the Calculation. Mapping.

## LISTA DE FIGURAS

|   |    |
|---|----|
| Figura 1 – Ilustração Método da Exaustão inscrito. . . . .                  | 6  |
| Figura 2 – Ilustração Método da Exaustão circunscrito. . . . .              | 7  |
| Figura 3 – Ilustração Princípio de Cavalieri sobre áreas e sólidos. . . . . | 9  |
| Figura 4 – Princípio de Cavalieri para áreas. . . . .                       | 10 |
| Figura 5 – Princípio de Cavalieri para volumes. . . . .                     | 11 |
| Figura 6 – Ilustração método das tangentes de Fermat. . . . .               | 13 |
| Figura 7 – Fluxo da pesquisa. . . . .                                       | 33 |
| Figura 8 – Gráfico de colunas 1. . . . .                                    | 34 |
| Figura 9 – Tabela para análise geral. . . . .                               | 44 |
| Figura 10 – Gráfico de setor 1 . . . . .                                    | 45 |
| Figura 11 – Gráfico de setor 2 . . . . .                                    | 45 |
| Figura 12 – Gráfico de setor 3 . . . . .                                    | 46 |
| Figura 13 – Gráfico de setor 4 . . . . .                                    | 46 |
| Figura 14 – Gráfico de setor 5 . . . . .                                    | 47 |
| Figura 15 – Gráfico de setor 6 . . . . .                                    | 47 |
| Figura 16 – Gráfico de setor 7 . . . . .                                    | 48 |

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

|      |   |
|------|---|
| CDI  | Cálculo Diferencial e Integral              |
| CC   | Comunicações científicas                    |
| ENEM | Encontro Nacional de Educação Matemática    |
| SBEM | Sociedade Brasileira de Educação Matemática |

# SUMÁRIO

|   |           |
|---|-----------|
| <b>1 – INTRODUÇÃO</b> . . . . .   | <b>1</b>  |
| <b>2 – HISTÓRIA DO CÁLCULO</b> . . . . .  | <b>4</b>  |
| 2.1 ORIGEM DOS CONCEITOS NA GRÉCIA . . . . .  | 5         |
| 2.2 CONCEITOS ADORMECIDOS DO CÁLCULO . . . . .  | 8         |
| 2.3 ENFIM CÁLCULO . . . . .   | 15        |
| <b>3 – HISTÓRIA DO ENSINO DE CÁLCULO NO BRASIL</b> . . . . .                              | <b>18</b> |
| 3.1 ENSINO DE CÁLCULO . . . . .   | 24        |
| 3.2 RELAÇÃO DO CDI COM A EDUCAÇÃO BÁSICA . . . . .  | 27        |
| <b>4 – MAPEAMENTO DAS COMUNICAÇÕES CIENTÍFICAS DOS ÚLTIMOS DEZ ANOS DO ENEM</b> . . . . . | <b>30</b> |
| 4.1 METODOLOGIA DE PESQUISA . . . . .   | 30        |
| 4.2 DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA . . . . .   | 34        |
| 4.2.1 Comunicação científica número 2 - Júnior (2007) . . . . .                           | 35        |
| 4.2.2 Comunicação científica número 9 - Escarlata e Giraldo (2007) . . . . .              | 35        |
| 4.2.3 Comunicação científica número 16 - Reis e Sguerra (2010) . . . . .                  | 36        |
| 4.2.4 Comunicação científica número 17 - Rocha e Alves (2010) . . . . .                   | 37        |
| 4.2.5 Comunicação científica número 18 - Alves e Reis (2010) . . . . .                    | 37        |
| 4.2.6 Comunicação científica número 34 - Viginheski et al. (2013) . . . . .               | 38        |
| 4.2.7 Comunicação científica número 35 - Silva et al. (2013) . . . . .                    | 38        |
| 4.2.8 Comunicação científica número 41 - Rosa e Costa (2013) . . . . .                    | 39        |
| 4.2.9 Comunicação científica número 43 - Mota et al. (2013) . . . . .                     | 40        |
| 4.2.10 Comunicação científica número 49 - Moura (2016) . . . . .                          | 40        |
| 4.2.11 Comunicação científica número 53 - Ferreira et al. (2016) . . . . .                | 41        |
| 4.2.12 Comunicação científica número 60 - Almeida (2016) . . . . .                        | 42        |
| 4.2.13 Comunicação científica número 63 - Júnior e Reis (2016) . . . . .                  | 42        |
| 4.2.14 Comunicação científica número 67 - Bastos e Pagani (2016) . . . . .                | 43        |
| 4.3 ANÁLISE QUANTITATIVA E QUALITATIVA DAS CC SELECIONADAS . . . . .                      | 44        |
| <b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> . . . . .   | <b>49</b> |

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Apêndices</b>  | <b>57</b> |
| <b>APÊNDICE A – TABELAMENTO INICIAL . . . . .</b>                   | <b>58</b> |
| <b>APÊNDICE B – COMUNICAÇÕES CIENTÍFICAS SELECIONADAS . . . . .</b> | <b>78</b> |

# 1 INTRODUÇÃO

No ensino de Matemática, é comum certo distanciamento entre os conteúdos, mesmo onde eles possuem uma relação intrínseca. Em muitos casos, essa relação não é apresentada aos alunos, o que pode representar uma fragmentação do processo de aprendizagem.

Aprender e ensinar Matemática tem sido um dos grandes desafios das escolas de Educação Básica, bem como representam uma necessidade do mundo atual. Segundo David e Moreira (2013), boa parcela desses desafios está intimamente ligada à compreensão de conceitos e procedimentos matemáticos que acabam por não possuir algum significado a alunos e professores. Tal condição decorre de uma formação inicial e continuada de professores de Matemática inconsistente, fragmentada e que pouco articula a estrutura curricular.

Segundo Moreira (2004, p. 20).

[...] a prática do professor de matemática da escola básica desenvolve-se num contexto educativo, o que coloca a necessidade de uma visão fundamentalmente diferente. Nesse caso, a natureza dos objetos matemáticos estudados está profundamente associada — e, muitas vezes, é o que dá sentido — aos princípios, às definições, às justificativas e argumentações, aos métodos e aos resultados da matemática escolar.

Esta pesquisa tem como temática a relação íntima entre o Cálculo Diferencial e Integral (CDI) e conceitos da Educação Básica. Como restrição, optou-se pela avaliação das publicações realizadas sobre a temática em um evento científico que possua relevância dentro do cenário da Educação Matemática Brasileira, assim, escolhido o Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM).

A escolha do tema se deu em função da curiosidade do pesquisador acerca da relação entre o CDI e conceitos de matemática básica, bem como da necessidade de apresentação e análise de Comunicações Científicas (CC) publicadas nos últimos dez anos do ENEM.

O problema de pesquisa a ser discutido está relacionado a busca sobre quais são os conceitos da Matemática Básica que possuem um ligação direta com o CDI e como são apresentadas e descritas essas relações em publicações científicas direcionadas aos professores de matemática.

Como hipótese deste trabalho, acredita-se que existem muitos conceitos de matemática básica que necessitam que o professor detenha conhecimentos de CDI para que seja possível uma formação consistente e com significado. Quanto às publicações científicas, espera-se que elas apresentem questões relacionadas as noções intuitivas e a História da Matemática, sobre o CDI, bem como se utilize de múltiplos recursos tecnológicos ou manipulativos.

No caso do CDI, através da observação do contexto de sua evolução histórica, foi possível notar que existem situações contextuais que fomentaram o desenvolvimento de conceitos ao longo do tempo. Assim, se torna pertinente uma apresentação de alguns desses momentos, uma vez suposto que podem servir como meio natural para inserção de conceitos do CDI na

Educação Básica, de forma a subsidiar a validação e compreensão de conceitos de matemática que necessitam de fundamentos do CDI.

Em relação ao formato dos cursos de CDI, desenvolvidos em Licenciatura de Matemática, Moreira (2004, p. 8) afirma que: “Entretanto, nenhum deles, como vimos, focaliza de maneira específica as relações entre os conhecimentos matemáticos veiculados no processo de formação e os conhecimentos matemáticos envolvidos na prática profissional docente na escola básica.”

Partido das premissas apresentadas anteriormente e em busca da compreensão e descrição da impregnação mútua entre conceito de matemática básica e do CDI, este trabalho procura apresentar, de forma organizada, um mapeamento sobre as publicações nesse campo do saber, realizada por professores e pesquisadores de matemática.

Neste trabalho foi realizada uma pesquisa bibliográfica em busca da consolidação do referencial teórico que sustenta a proposta como um todo, procurando evidenciar a relação do CDI com a Educação Básica, através de fatos ligados a História do Cálculo. Nesta perspectiva, destacou-se as noções intuitivas de conceitos elementares do CDI como elementos fundamentais para a disciplina de Matemática na Educação Básica.

Na pesquisa documental foi pretendido mapear as CC presentes no ENEM, que desenvolveram um trabalho voltado para o ensino de noções intuitivas do CDI através de uma abordagem sobre a História do Cálculo.

Com esse mapeamento, buscou-se a apresentação e verificação de como são encaminhados trabalhos sobre a temática, identificando metodologia de ensino, propostas de atividades e a utilização de recursos. Nessa análise das CC, nos últimos dez anos do ENEM, procurou-se identificar pesquisas que produzem um material favorável à inserção de noções intuitivas do CDI na Educação Básica através da abordagem histórica do CDI na Licenciatura em Matemática e no Ensino Médio.

Como objetivos específicos, tem-se: Apresentar uma breve contextualização do desenvolvimento da História do Cálculo [1]; Descrever o contexto da História do ensino de Cálculo no Brasil [2]; Descrever questões sobre o ensino de cálculo [3]; Destacar a relação do CDI com a Educação Básica [4]; Verificar CC que utilizem de abordagens sobre a História do Cálculo e/ou um modelo/método voltado para as noções intuitivas do ensino de CDI [5]; Verificar a presença de CC que proponham atividades voltadas para o ensino de CDI [6]; Destacar as CC que buscam a interligação de noções intuitivas do CDI com conteúdo de Matemática da Educação Básica [7]; Identificar as CC que utilizam de recursos manipulativos ou tecnológicos nos processos de ensino e de aprendizagem do CDI, identificando estes recursos [8]; Realizar e descrever as análises quantitativa e qualitativa da pesquisa documental [9].

Como primeira ação, apresenta-se um capítulo referente à História do Cálculo. Nele, espera-se apresentar o contexto histórico da evolução dos conceitos relacionados a CDI e destacar os problemas motivadores de tais concepções.

O capítulo 3 é referente ao Ensino de Cálculo no Brasil. O intuito é apresentar um panorama acerca das mudanças sofridas ao longo dos anos pelo ensino CDI até a atualidade.

O capítulo 4 apresenta a pesquisa documental e o mapeamento de CC nos últimos dez anos do ENEM. Com a descrição da metodologia de pesquisa e seu desenvolvimento através de análises quantitativas e qualitativas. Por fim, são apresentadas as Considerações finais e as Referências bibliográficas.

## 2 HISTÓRIA DO CÁLCULO

Não é simples a tarefa de descrever o desenvolvimento histórico do CDI, uma vez que a História da Matemática, em geral, revela que diversos conceitos de matemática se desenvolveram em diferentes regiões geográficas. E, muitas vezes, sem possuir certo elemento que comprove alguma ligação entre os sujeitos e as sociedades envolvidas nas descobertas.

Para iniciar a descrição do desenvolvimento histórico do Cálculo, é feita uma análise a respeito de sua essência, para chegar ao consenso, de quais são os conceitos fundamentais do CDI. Conceitos esses que interferem diretamente na noção intuitiva atual do Cálculo. Para estabelecer os objetos da pesquisa, utilizou-se as concepções de Machado (1998 apud REZENDE, 2003, p. 72), que concluiu que o CDI trata de duas operações: a Diferenciação e a Integração. Assim, estabelecidos os objetos desta pesquisa, pode-se determinar os conceitos envolvidos por detrás desses.

O Cálculo Diferencial e Integral trata de questões relacionadas com a medida da rapidez com que as grandezas aumentam ou diminuem, os objetos se movem ou as coisas se transformam. Tratam também das questões envolvendo a interpretação de grandezas que variam continuamente como se variassem através de pequenos patamares onde se manteriam constantes, conduzindo a somas com um número cada vez maior de parcelas cada vez menores. A medida da rapidez de variação conduz à noção de derivada; o estudo das somas com muitas pequenas parcelas conduz à noção de integral.

Na diferenciação estão os conceitos relacionados à variabilidade, que consiste diretamente em problemas de se medir velocidades instantâneas, obter retas tangentes à curvas quaisquer e valores de máximo e mínimo de funções.

Na integração os conceitos que estão envolvidos são os de cálculos de áreas, comprimentos e de volumes. Não apenas de polígonos e poliedros, mas também de figuras ou sólidos estabelecidos através de curvas.

Rezende (2003, p. 79) destaca a relação dos conceitos de derivada e integrais com o conceito de limite. Porém, argumenta que ao buscar os princípios que fundamentam o CDI, deve-se tomar o cuidado para não confundir esses conceitos com os conceitos que são fundamentais para o âmbito da Análise Real.

Uma vez que é possível essa confusão, visto que ao realizar a busca seguindo o sentido da lógica pode-se levar a conjectura que o conceito de limites é profundamente dependente dos números Reais, esse também se tornaria fundamental para o CDI. De fato, existe a profunda relação, mas os estudos aprofundados desses conceitos segundo Rezende (2003, p. 79), adentram a outro ramo da matemática, no caso a Análise Real.

[...] entendemos que enquanto os professores de Cálculo Diferencial e Integral e de Análise Matemática apresentarem a visão de que a última é “o rigor do Cálculo” será difícil os alunos perceberem o que é o pensamento diferencial.

Pois, o Cálculo Diferencial e Integral trabalha o domínio geométrico e a Análise Matemática o domínio aritmético. [...] Em outras palavras, o Cálculo Diferencial e Integral não é uma “Análise Matemática aplicada” e a Análise Matemática não é um “Cálculo Diferencial e Integral rigoroso”. (KOGA, 1998 apud MOREIRA, 2004, p. 7)

A seguir serão apresentadas alguns momentos históricos relacionados ao surgimento de alguns conceitos fundamentais do Cálculo Diferencial e Integral.

## 2.1 ORIGEM DOS CONCEITOS NA GRÉCIA

A geometria demonstrativa surgiu há aproximadamente 600 a.C. com Tales de Mileto, que se dedicou a estudar as relações de figuras planas, como triângulos e círculos, com seu estudo voltado a reflexões sobre as características que essas figuras mantinham. Não por acaso, nesse período de tempo no qual o homem começava a se indagar sobre o ‘por que’ do uso sistemático de alguns conceitos. De acordo com Eves (2004, p. 94)

Pela primeira vez na matemática, como em outros campos, o homem começava a formular questões fundamentais como “Por que os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais?” e “Por que o diâmetro de um círculo divide esse círculo ao meio?”

Assim, Tales de Mileto foi considerado o primeiro matemático, por ter iniciado uma nova prática de estudo, que estava preocupada em responder essas questões e não apenas utilizá-las. Sendo assim, estabelecido o início da matemática demonstrativa, mais especificamente no ramo da Geometria. Como destaca Eves (2004, p. 94)

Assim, a matemática, no sentido moderno da palavra, nasceu nessa atmosfera de racionalismo e em uma das novas cidades comerciais localizadas na costa oeste da Ásia Menor. Segundo a tradição a geometria demonstrativa começou com Tales de Mileto, um dos “sete sábios” da Antiguidade, durante a primeira metade do sexto século a.C.

Pitágoras de Samos (580-600 a.C.) possuía concepções semelhantes às de Tales de Mileto, possivelmente adquiridas em viagens feitas ao Egito e Babilônia, uma vez que não existe conhecimento de uma prova consistente de que Pitágoras foi discípulo de Tales de Mileto.

Pitágoras fundou a Escola Pitagórica, escola que era voltada a estudos de caráter filosófico e com suas raízes voltadas para matemática. Vale destacar que seu lema, que dizia: “Tudo é número”, foi o possível primeiro passo para a crise na matemática grega, que envolvia os conceitos dos desconhecidos números irracionais.

Os gregos, que devido a seus princípios filosóficos não resolveram o problema dos números irracionais, desenvolveram o método da comparação. O método possivelmente tinha como intenção evitar os números irracionais, de acordo com Rezende (2003, p. 100)

[...] para os gregos a questão que se coloca não é “Qual é a área de um círculo?”, mas “Qual é a razão entre as áreas de dois círculos?”, de modo que, ainda que cada área seja incomensurável (irracional), é possível estabelecermos uma razão (racional) entre elas, e o problema da incomensurabilidade não se torna um obstáculo para o processo de comparação.

Assim, com a incapacidade de ser aceito pelos gregos, os desconhecidos números irracionais surgiram como um obstáculo, o qual exigiu criatividade.

Porém, a crise na matemática grega não se restringia à incomensurabilidade. Surgia outro conceito escondido em meio ao chamado método da exaustão.

O surgimento da noção intuitiva de limite começou no momento em que o homem necessitou calcular áreas, comprimentos e volumes de figuras. Não somente o cálculo da área de figuras como: quadrados, retângulos e triângulos, que são figuras delimitadas por retas. Mas, o cálculo de área de círculos, ou figuras delimitadas por curvas. Assim como o cálculo do volume de cilindros e cones. Nesse caso tomando não apenas as retas, mas também de curvas.

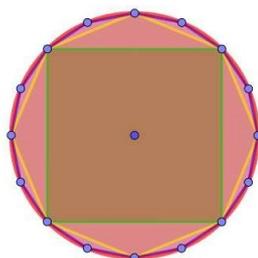
Como pode ser verificado no método da exaustão, de acordo com Rezende (2003, p. 75)

A influência desta perseguição eleática da “unidade na multiplicidade” no desenvolvimento do Cálculo pode ser observada, por exemplo, na aplicação do método de exaustão – método em que se procurava “exaurir” uma sequência de áreas de polígonos inscritos (e/ou circunscritos) em um círculo com a meta de encontrar a área deste último.

O método da exaustão consistia em aproximar a área de um polígono regular com área, a qual buscava-se, de um círculo. Para isso, tomado o círculo em questão, eram inscritos nele polígonos regulares, sendo que a área desses polígonos era conhecida pelos gregos.

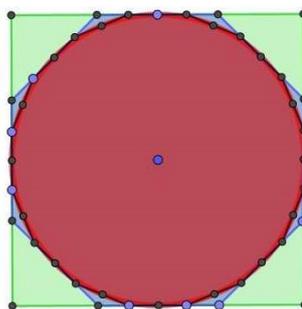
Partindo da inscrição do quadrado, notava-se que a área do círculo era maior que área do quadrado. Em seguida, feita a inscrição do octógono regular, novamente era comparada sua área com a área do círculo, a área do octógono regular ainda menor do que a área do círculo, porém maior que a do quadrado, obtendo melhor aproximação para área do círculo. Conforme a quantidade de lados do polígono regular aumentava, esta aproximação melhorava cada vez mais. Como pode ser observado na imagem a seguir:

Figura 1 – Ilustração Método da Exaustão inscrito.



Com esse processo repetido exaustivamente, os gregos acreditavam poder exaurir a área da figura desejada, o círculo, por fim determinando-a. Vale destacar que o método da exaustão também foi desenvolvido através de aproximações que excediam a área do círculo, inscrevendo o círculo a polígonos regulares.

Figura 2 – Ilustração Método da Exaustão circunscrito.



Por meio desse processo os gregos utilizavam o conceito hoje conhecido como limites, na perspectiva atual, os lados do polígono estão aumentando tendendo a números cada vez maiores, ou seja, tendendo a infinito, e por consequência a área do polígono inscrito está tendendo a área do círculo.

Mas mesmo com a prática comum para resolver problemas de área e volume, esse conceito não era reconhecido, provavelmente pelas limitações impostas por suas crenças filosóficas.

O método criado por Eudoxo (408-355 a.C.), de acordo Eves (2004, p. 419) “[...] pode ser considerado como a resposta da escola platônica aos paradoxos de Zenão [...]”.

Os paradoxos de Zenão de Eléia (490-430 a.C) surgiram como críticas a ideia dos indefinidamente divisíveis e dos indivisíveis. São dois os exemplos escolhidos que expressam os problemas que envolvem o uso desses conceitos. O paradoxo da Dicotomia e o paradoxo da Flecha. De acordo com Eves (2004, p. 418)

A Dicotomia: Se um segmento de reta pode ser subdividido indefinidamente, então o movimento é impossível pois, para percorrê-lo, é preciso antes alcançar o seu ponto médio, antes ainda alcançar o ponto que estabelece a marca de um quarto do segmento, e assim por diante ad infinitum. Segue-se, então, que o movimento jamais começará. A Flecha: Se o tempo é formado de instantes atômicos indivisíveis, então uma flecha em movimento está sempre parada, posto que em cada instante ela está numa posição fixa. Sendo isso verdadeiro em cada instante, segue-se que a flecha jamais se move.

O paradoxo da Dicotomia surge como uma prova contra os divisíveis indefinidamente. Pois se fosse possível dividir o espaço indefinidamente, o movimento não seria possível, assim,

seria impossível percorrer uma variação de posição.

No paradoxo da Flecha a ideia que se contrapõe é a dos indivisíveis. Uma vez que se a flecha ocupa apenas um local por instante, então a flecha se encontra parada, o que tornaria seu movimento impossível.

Com esses dois paradoxos Zenão conseguiu, provavelmente, criar um argumento convincente uma vez que, de fato, o movimento é possível nos dois exemplos tomados. Entretanto, pode-se ressaltar a falta de um sistema bem definido que sintetize a ideia de movimento em relação ao tempo, assim como um sistema numérico bem definido. Ou seja, a falta do conceito de funções, variabilidade e conjunto que disponha dos números que tornam possível a continuidade, impossibilitaram a criação de conceitos do CDI, naquele momento da história.

## 2.2 CONCEITOS ADORMECIDOS DO CÁLCULO

Os conceitos do Cálculo relacionados a infinitos e infinitésimos ficaram estagnados durante longo período da história com ascensão do Império Romano. Esse império não desenvolveu estudos relacionados aos conhecimentos matemáticos realizados pelos gregos. Segundo Rezende (2003, p. 118), “[...] assim, a forma respeitosa e contempladora que os romanos dispensavam à ciência grega foi substituída por uma visão mais pragmática do conhecimento científico.”

Outro fator foi o estabelecimento do cristianismo como religião oficial de Roma, que por séculos foi contra a julgada visão pretensiosa que tais estudos poderiam promover acerca do mundo criado por Deus, que não agradava as autoridades daquele período de tempo. Como destaca Rezende (2003, p. 119) “[...] o conhecimento científico era subjugado pela fé: o conhecimento era uma “dádiva divina” e, dessa forma, não poderia contradizer as palavras da Escritura Sagrada.”

No entanto, os hindus possuíam especial interesse nos aspectos funcionais da matemática grega. Eles utilizavam os processos aritméticos e algébricos, mas deixaram de lado o pensamento filosófico praticado pelos gregos. Destaca-se que os hindus não se preocuparam com as noções de infinito e infinitésimo, a ponto de desenvolver estudos posteriores.

Os hindus desenvolvem uma significativa ferramenta para desenvolvimento do Cálculo: o sistema numérico. Esse sistema chegou a Europa por intermédio dos árabes, um povo que possuía interesses parecidos com os dos hindus, porém com maior interesse pela geometria grega.

Nos séculos XII e XIII, com as mudanças estimuladas por Tomás de Aquino (1225-1274), que buscaram uma aproximação maior entre a ciência e a religião. O desenvolvimento científico passou, então, a ser observado de perto pelos olhos dos cristãos. Destaca-se que foram feitas traduções dos trabalhos gregos para o latim, trazendo de volta as discussões relativas aos conceitos de infinitos e infinitésimos há muito tempo esquecidos.

Com o retorno dos estudos dos gregos ao cenário científico, começaram a aparecer

diversos trabalhos relacionados à física aristotélica. Devido à necessidade de formalizar conceitos, surgiram estudos sobre o contínuo, ou seja, conceitos relacionados à matemática.

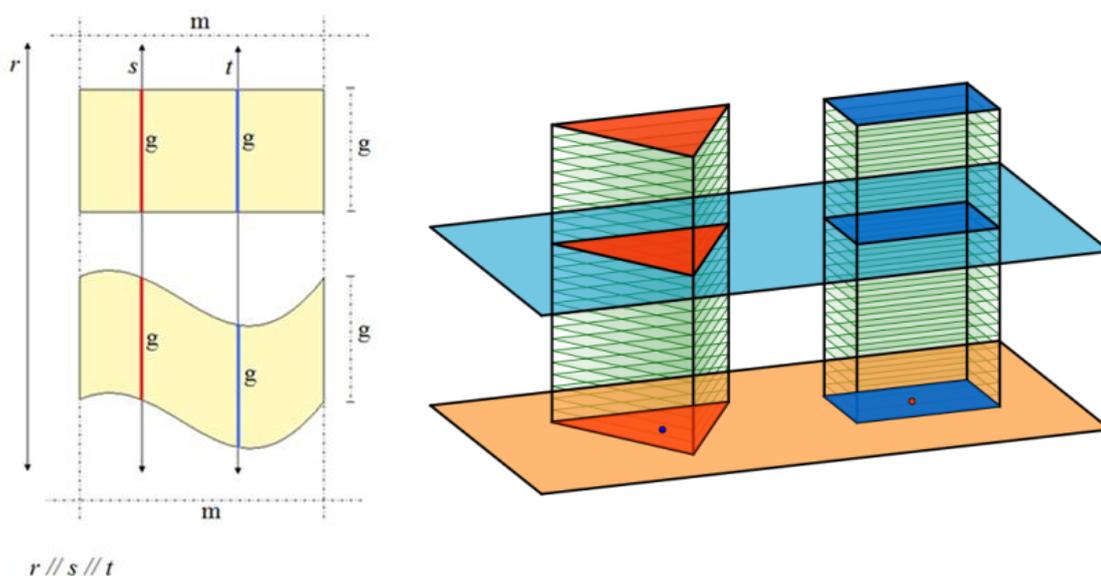
Surgem, também, os conceitos de movimento e de velocidade instantânea, mesmo sem uma definição mais precisa. Entretanto, tais ideias influenciaram a posterior criação do conceito de Derivadas. Outro avanço foi a utilização de coordenadas para descrever a quantidade de movimento em termos de áreas.

No século XV, os novos conhecimentos sobre o infinito e o infinitésimo foram difundidos pela Europa chegando na Itália. Lá foram notáveis as contribuições dos matemáticos locais, em destaque aos trabalhos realizados por Bonaventura Cavalieri (1598-1647), matemático que foi aluno de Galileu. Segundo Eves (2004), a obra que mais o projetou e sua maior contribuição à matemática foi o tratado *Geometria indivisibilibus*, publicado em sua versão inicial no ano de 1635.

Na obra *Geometria dos indivisíveis*<sup>1</sup> Cavalieri desenvolveu um método de comparação tanto para áreas quanto para volumes, através do estudo sobre os indivisíveis. Segundo Eves (2004, p. 426)

1. Se duas porções planas são tais que toda reta secante a elas e paralela a uma reta dada determina nas porções segmentos de reta cuja razão é constante, então a razão entre as áreas dessas porções é a mesma constante. 2. Se dois sólidos são tais que todo plano secante a eles e paralelo a um plano dado determina nos sólidos secções cuja razão é constante, então a razão entre os volumes desses sólidos é a mesma constante.

Figura 3 – Ilustração Princípio de Cavalieri sobre áreas e sólidos.



Fonte: mauroweigel.blogspot.com.br e www.geogebra.org

<sup>1</sup> Tradução livre do autor

Para as áreas, Cavalieri conjecturou que sua superfície era formada por infinitos segmentos de reta consideradas indivisíveis. Para os sólidos, com raciocínio por extensão e similar, o volume era composto por infinitas seções planas indivisíveis. Essas conjecturas conhecidas como princípios de Cavalieri, e esses princípios se aproximam da ideia intuitiva do conceito de Integral do Cálculo moderno.

Segundo Paterlini (2010, p. 2) no caso do Princípio de Cavalieri para áreas, pode-se demonstrar sua validade com a utilização do cálculo moderno.

**Princípio de Cavalieri para áreas.** Supondo que exista  $k > 0$  tal que  $f_2(y) - f_1(y) = k[g_2(y) - g_1(y)]$ ,  $\forall y \in \mathbb{R}$ , então  $a(R) = ka(S)$ .

**Demonstração.**

Considerando o sistema de coordenadas cartesianos  $0xy$ , com  $a(R)$  representando a área da região  $R$  e  $a(S)$  representando a área da região  $S$ .

Seja  $R$ , uma região plana delimitada por  $y = 0$  e  $y = b > 0$ , e pelos gráficos das funções contínuas  $x = f_1(y)$  e  $x = f_2(y)$ ,  $0 \leq y \leq b$ , com  $f_1(y) \leq f_2(y)$ ,  $\forall y \in \mathbb{R}$ . E seja também  $S$ , uma região plana delimitada por  $y = 0$  e  $y = b > 0$ , e pelos gráficos das funções contínuas  $x = g_1(y)$  e  $x = g_2(y)$ ,  $0 \leq y \leq b$ , com  $g_1(y) \leq g_2(y)$ ,  $\forall y \in \mathbb{R}$ .

Pela Teoria de Integração de funções reais, tem-se:

$$a(R) = \iint_R dx dy = \int_0^b \int_{f_1(y)}^{f_2(y)} dx dy = \int_0^b [f_2(y) - f_1(y)] dy$$

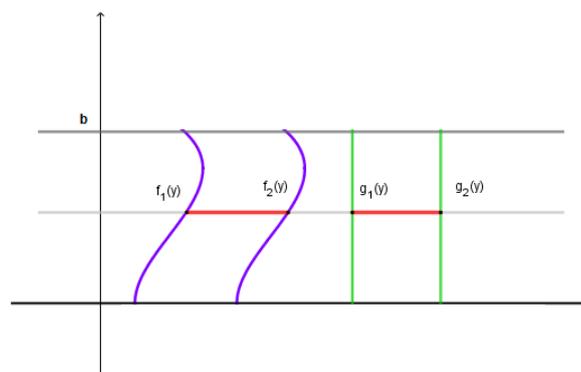
Por hipótese, tem-se que  $f_2(y) - f_1(y) = k[g_2(y) - g_1(y)]$ , com  $k > 0$ .

$$\int_0^b [f_2(y) - f_1(y)] dy = \int_0^b k[g_2(y) - g_1(y)] dy = k \int_0^b [g_2(y) - g_1(y)] dy = ka(S)$$

Ou seja,  $a(R) = ka(S)$ .

Observando que  $f_2(y) - f_1(y)$  e  $g_2(y) - g_1(y)$  representam os comprimentos dos segmentos de retas determinados através da interseção de uma reta com as funções, para quaisquer  $y$ .

Figura 4 – Princípio de Cavalieri para áreas.



Nesse caso, observa-se que não necessariamente os comprimentos são iguais mas sim possuem uma razão  $k$  constante para todo  $y$ . Daí, as áreas também possuem essa mesma razão  $k$ . Porém, no caso específico em que  $k = 1$ , tem-se que as áreas de fato são iguais.

Paterlini (2010, p. 3) também apresenta a demonstração do Princípio de Cavalieri para sólidos utilizando teorias de integração do cálculo moderno.

**Princípio de Cavalieri para sólidos.** Supondo que exista  $k > 0$  tal que  $a(P_t) = ka(Q_t)$ ,  $\forall t \in \mathbb{R}$ , então  $v(P) = kv(Q)$ .

Demonstração.

Considerando um sistema de coordenadas cartesianas  $0xyz$ , com  $v(P)$  representando o volume do sólido  $P$  e  $v(Q)$  representando o volume do sólido  $Q$ .

Seja  $P$  um sólido finito delimitado por  $z = 0$ ,  $z = c > 0$  e por uma quantidade finita de gráficos de funções contínuas do tipo  $y = f(x, z)$  e  $x = g(y, z)$ . Para cada  $t$  tal que  $0 \leq t \leq c$ , seja  $P_t$  a interseção de  $P$  com o plano  $z = t$ . Seja também  $Q$  outro sólido finito delimitado por  $z = 0$ ,  $z = c > 0$  e por uma quantidade finita de gráficos de funções contínuas do tipo  $y = f(x, z)$  e  $x = g(y, z)$ . Para cada  $t$  tal que  $0 \leq t \leq c$ , seja  $Q_t$  a interseção de  $Q$  com o plano  $z = t$ .

$$v(P) = \iiint_R dx dy dz = \int_0^c [\iint_{P_z} dx dy] dz = \int_0^c a(P_z) dz$$

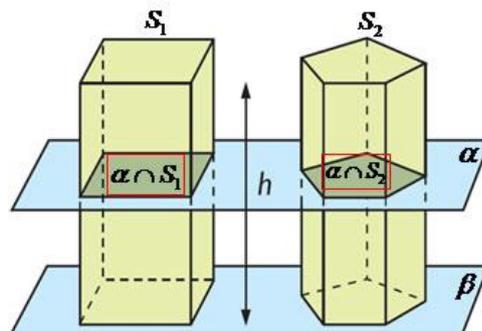
Como por hipótese, tem-se  $a(P_t) = ka(Q_t)$ , com  $k > 0$ .

$$\int_0^c a(P_z) dz = \int_0^c ka(Q_z) dz = k \int_0^c a(Q_z) dz = kv(Q)$$

Logo,  $v(P) = kv(Q)$ .

Não necessariamente, tem-se que a área determinada pela interseção do plano com os sólidos são iguais, mas sim que possuem uma razão constante  $a(P_t) = ka(Q_t)$ , no caso representado pelo  $k > 0$ . E assim, implicando que os volumes possuem essa mesma razão  $k$  e quando  $k = 1$ , tem-se que  $v(P) = v(Q)$ .

Figura 5 – Princípio de Cavalieri para volumes.



Embora o trabalho de Cavalieri tenha sido de grande relevância para os estudos dos matemáticos contemporâneos, ele não expôs, de forma clara, qual o seu entendimento sobre os indivisíveis. Tal fato propiciou críticas sobre seu trabalho as quais, segundo Rezende (2003, p. 150), Cavalieri não conseguiu refutar.

Paul Guldin, um jesuíta, foi um dos maiores críticos dos método infinitesimal de Cavalieri. [...] Observou, por exemplo, que como o número de indivisíveis era infinito, estes não poderiam ser comparados entre si. Cavalieri tenta rebater o argumento do jesuíta ao afirmar que para as quantidades infinitas de indivisíveis serem comparadas elas precisam ser do “mesmo tipo”. Com sua tentativa de explicação Cavalieri complica-se ainda mais. Outro fato fundamental para a compreensão de seu método infinitesimal, e que Cavalieri não explica, diz respeito ao fato de como um conjunto de elementos sem espessura poderia formar uma área ou volume.[...]

Partindo das premissas anteriores, ainda que a utilização do conceito de limite fosse ganhando força com o passar dos anos, a matemática ainda não possuía as ferramentas necessárias para definir formalmente esses conceitos. Portanto, havia a necessidade de novos estudos e da compreensão de ideias que estavam pouco elaboradas.

A diferenciação, que está associada a conceitos de velocidade instantânea e reta tangente, também carecia da formalização dos conceitos de limite. No entanto, no século XVII, em meio ao desenvolvimento do que veio a ser conhecido como geometria analítica, surgia o conceito de retas tangentes às curvas.

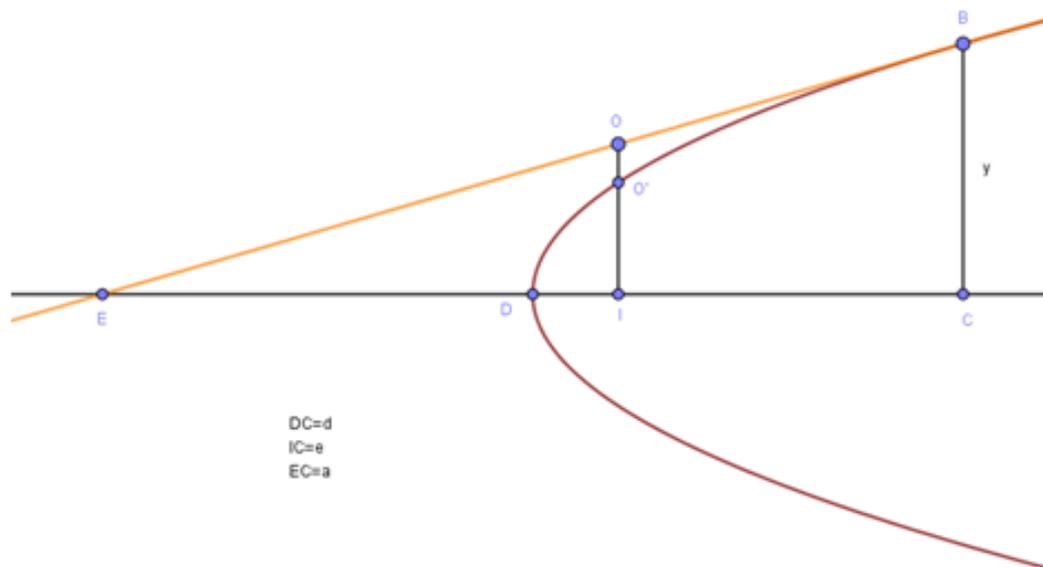
O primeiro matemático a introduzir o conceito de retas tangentes relacionadas à noção limites provavelmente foi o matemático francês Pierre de Fermat (1607-1665). Segundo Eves (2004, p. 428). “Embora essas considerações remontem aos gregos antigos, parece razoável afirmar que a primeira manifestação realmente clara do método diferencial se encontra em algumas ideias de Fermat, expostas em 1629.”

O método de Fermat consistia, de acordo com Roque (2012, p. 271).

Considere a parábola  $x = y^2$ . Supondo que por  $B$  passe tangente a parábola, que encontra o eixo das abscissas em um ponto  $E$ . O ponto  $C$  está situado sobre o eixo horizontal e tem a mesma abscissa de  $B$ . A distância entre  $E$  e  $C$ , denotada por  $a$ , é a distância a ser encontrada.

Seja  $I$  um ponto qualquer entre  $D$  e  $C$ . Construindo a perpendicular ao eixo  $x$  passando por  $I$ , que intercepta a parábola em um ponto  $O'$  e a reta  $EB$  em um ponto  $O$ . Pela equação da parábola, denotando  $IC = e$ , e  $DC = d$ , segue que, como  $O' = (d - e, O'I)$ ,  $(d - e) = (O'I)^2$  e  $d = (BC)^2$ . (O ponto  $B = (d, y)$  pertence a parábola). Tem-se que  $OI > O'I$ , pois a parábola está abaixo da tangente.

Figura 6 – Ilustração método das tangentes de Fermat.



Por semelhança entre os triângulos  $OEI$  e  $BEC$ , segue que:

$$\frac{EC}{EI} = \frac{BC}{EI}, \text{ donde } \frac{(EC)^2}{(EI)^2} = \frac{(BC)^2}{(OI)^2} < \frac{(BC)^2}{(O'I)^2}, \text{ por } OI > O'I$$

Assim,  $\frac{a^2}{(a - e)^2} < \frac{d}{(d - e)}$ , que é equivalente a  $d(a - e)^2 > a^2(d - e)$ .

Portanto, a medida que  $e$  se aproxima de zero, o ponto  $O'$  se aproxima de  $O$ . Pois busca-se aproximar as medidas de  $OI$  e  $O'I$ , o que leva a aproximar a igualdade em  $d(a - e)^2 > a^2(d - e)$ . Ou seja,  $d(a - e)^2 \cong a^2(d - e)$ . Assim,  $d(a - e)^2 = d(a^2 - 2ae + e^2) = da^2 - 2aed + de^2 = a^2d - a^2e \therefore e^2 - 2ade = -a^2$ , dividindo por  $e$ ,  $de - 2ad = -a^2$ . Como  $e$  está se aproximando de zero,  $a = 2d$ .

Verifica-se, que o procedimento Fermat utiliza claramente quantidades infinitesimais para resolver o problema de determinar a reta tangente a uma parábola. Cabe destacar que a medida que o ponto  $O$  se aproxima de  $O'$  o segmento  $OI$  se aproxima do  $O'I$ , tal relação expressa a dependência intrínseca entre as grandezas.

Como destaca Rezende (2003, p. 164), outro matemático que contribuiu para o estabelecimento da geometria analítica foi o francês René Descartes (1596-1650). De acordo com Rezende (2003, p. 163), Descartes também apresentou conhecimentos quanto aos infinitesimais e chegou a utilizá-los, porém não identificando esses métodos para cálculo de áreas, de volumes e de centros de gravidades de parábola do tipo  $y^n = px$ .

Rezende (2003, p. 164) ressalta que Descartes, depois de publicar seu livro *Géometrie*, em 1637, direcionou os seus estudos para a geometria analítica sobre seu método algébrico, deixando de lado as questões relativas a quantidades infinitesimais.

Descartes, segundo Rezende (2003, p. 164), criou o método algébrico de tangentes.

[...] consiste em passar através de dois pontos da curva um círculo com seu centro sobre o eixo  $x$ , e fazer os pontos da interseção coincidir. O centro do círculo torna-se então o ponto do eixo  $x$  através do qual passa a reta normal à curva. Com isso, a reta tangente fica bem determinada.

Porém, o que inviabilizou esse método foi a dificuldade em aplicá-lo para casos mais gerais de curvas. Segundo Rezende (2003, p. 164).

O problema do seu método está na sua dificuldade de aplicação e resolução para curvas mais complexas, uma vez que o seu método, com o objetivo de encontrar uma outra equação envolvendo a "subnormal" e a "subtangente" da curva para o ponto de tangência [...], usa propriedades geométricas bem específicas da curva envolvida na questão. Nem sempre é possível encontrar uma outra relação através da equação da curva ou de suas propriedades geométricas de modo que se possa resolver o problema algebricamente.

De acordo com Rezende (2003, p. 168), Fermat, em contrapartida, persistia nos problemas de cálculo de centro de gravidade. Em meio a esses estudos, Fermat aparentemente desenvolveu resultados muito semelhantes aos do cálculo moderno. No caso, o problema da integral  $\int_0^a x^n dx$ , com  $n$  racional.

Rezende (2003, p. 170) afirma que.

Foi impressionante a antecipação de Fermat do conceito de integração como o limite de uma soma de retângulos. Ainda que Fermat não tenha dado a ênfase necessária à noção de limite, seu método de quadratura não deve nada ao método de integração desenvolvido por Cauchy, dois séculos depois.

O matemático francês antecipou em partes alguns resultados do CDI porém, de acordo com Rezende (2003, p. 171).

Fermat, assim como Pascal, também fez uso em seus métodos infinitesimais do triângulo diferencial, que se constituirá como um dos elementos fundamentais do Cálculo de Leibniz. Tal versatilidade e habilidade demonstrada por Fermat [...] poderiam, com efeito, ter antecipado ao consagrado matemático francês o título de "inventor do Cálculo, caso não fosse a sua surpreendente indiferença e ignorância em relação à questão fundamental sobre a relação inversa entre as operações de integração e diferenciação.

Assim, apesar de parte dos conceitos fundamentais do Cálculo já estarem a disposição dos matemáticos do século XVII, ainda carecia de alguém que utilizasse com clareza a relação inversa entre Derivada e a Integral.

Entretanto, o desenvolvimento do ramo da matemática conhecido como geometria analítica influenciou, significativamente, na criação do cálculo moderno. As raízes geométricas e as representações algébricas estabeleceram um ambiente que possibilitou o desenvolvimento do cálculo.

## 2.3 ENFIM CÁLCULO

Os conceitos do Cálculo, como foram descritos nas seções anteriores, percorreram longos anos até o seu estabelecimento. Entre os conhecimentos desenvolvidos entre filósofos e matemáticos como Pitágoras, Eudoxo, Galileu, Cavalieri, Fermat, vários outros matemáticos estudaram e desenvolveram esses conceitos. Assim, não cabe creditar a um ou dois indivíduos os méritos de sua invenção, mas sim, observar que foram inúmeras as contribuições na sua formação.

Porém, ainda que eminentes as considerações do parágrafo anterior, é de interesse deste trabalho destacar os momentos históricos que marcaram, de forma significativa, a concepção do CDI. A forma tradicional de apresentação da História da Matemática em livros enfatizam, quase que exclusivamente, as contribuições dos matemáticos Newton e Leibniz.

Isaac Newton (1643-1727) foi um importante matemático e físico inglês do século XVIII. Aluno de Isaac Barrow (1630-1677) na Universidade de Cambridge, na Inglaterra, entrou em contato com os trabalhos de Cavalieri, Descartes, Fermat, Wallis, entre outros, o que o influenciou na criação de seu cálculo de fluentes e fluxões.

De acordo com Rezende (2003, p. 192), entre os trabalhos desenvolvidos por Newton, são destacados quatro: *De analysi per aequationes numero terminorum infinitas*, que foi criado em 1669, porém publicado em 1711; *Methodus fluxionum et serierum infinitarum*, escrito em 1671 e publicado em 1736; *De quadratura curvarum*, escrito em 1676 e publicado em 1704; *Principia mathematica philosophiae naturalis*, publicado em 1687. O autor ainda destaca a confusão criada sobre a publicação e o desenvolvimento do Cálculo de Newton. Porém, partindo do primeiro trabalho que foi publicado, *Principia*, os seguintes trabalhos *De analysi*, *Methodus fluxionum* e *De quadratura*, demonstram três maneiras que Newton propôs sobre a interpretação das noções de limites e infinitesimais em seu cálculo.

Newton desenvolveu o Cálculo em meio ao uso de conceitos fundamentais como: infinitesimais, estudos de séries infinitas, método fluxional e a relação da integração como processo inverso da derivação, ou seja, aquilo que é conhecido atualmente como o Teorema Fundamental do Cálculo.

Outro matemático que participou deste momento de consolidação das ideias CDI foi Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646-1716), ou simplesmente Leibniz. Segundo Rezende (2003, p. 206), ele era um doutor em direito que passou a desenvolver posteriormente estudos sobre a matemática, após ser incentivado por Huygens (1628-1695).

De acordo com Rezende (2003, p. 206), Leibniz veio a aprofundar seus interesses na matemática estudando as pesquisas de matemáticos como Cavalieri, Torricelli, Descartes, Pascal, entre outros. Assim, desenvolveu seu trabalho *De geometria recôndita et analysi indivisibilium atque infinitorum* publicado em 1686. Nele, é apresentado um conjunto de regras de cálculo e uma simbologia própria. Segundo Rezende (2003, p. 208), nesse trabalho ele estabeleceu notações utilizadas no cálculo moderno, como:  $dy$ ,  $\frac{dy}{dx}$ ,  $\int dx$ .

Rezende (2003, p. 210) destaca que Leibniz, ao desenvolver seu cálculo, criou a definição para o triângulo característico, através do uso dos diferenciais. E, além disso, ressalta que Leibniz percebia a relação inversa entre determinações de áreas e tangentes.

Como aponta Grattan-Guinness (1997, p. 70).

"Newton e Leibniz inventaram o cálculo", as histórias e os livros-texto concordam com isso e apontam para o "Teorema Fundamental", o princípio de que diferenciação e integração são processos inversos, como principal fonte de avanço:  $\frac{d}{dx} \int f(x)dx = \int \frac{d}{dx} f(x)dx = f(x)$  para expressar o problema no simbolismo moderno.

O ponto que se torna a chave para a consolidação das ideias do Cálculo por Newton e Leibniz, diferente de Fermat, foi o conhecimento explícito e a utilização da relação inversa entre problemas de Integração e Diferenciação. Ou seja, o Teorema Fundamental do Cálculo, que veio a consolidar de fato o CDI.

Entretanto, as contribuições de Newton e Leibniz não se tratam apenas do Teorema Fundamental do Cálculo. De acordo com Grattan-Guinness (1997, p. 70).

Estes dois matemáticos primeiramente perceberam que a finalidade do cálculo era encontrar novas funções ou relações das variáveis de uma dada função ou relação:  $\frac{df(x)}{dx}$ , ou algo análogo, para diferenciação, e a função integral indefinida  $\int f(x)dx$ , para integração.

Os estudos que antes eram voltados para problemas pontuais em relação a funções, como pontos de tangência e de otimização, tornaram-se mais genéricos através do estudo sobre as variações relacionadas. Assim tem-se um momento de ampliação de ideias e aplicações, algo só possível com a incorporação dos conceitos de infinito e infinitésimo, bem como da relação inversa entre a derivação e a integração.

Como descreve Rezende (2003, p. 214), o Cálculo de Leibniz, por possuir características mais simples e práticas quando comparadas ao Cálculo de Newton, se propagou mais rapidamente pela Europa. Ele foi estudado na Suíça por Johann Bernoulli (1667-1748) e Jakob Bernoulli (1655-1705), na França pelo Marquês de L'Hospital (1661-1704), que era discípulo do próprio Leibniz. Na Alemanha, por Christian Wolff (1679-1754), e na Itália por Guido Grandi (1671-1742).

Porém, em meio às críticas sofridas pelos métodos infinitesimais, o cálculo passou por um momento de transição. Era necessária a transposição do domínio geométrico para o aritmético/algébrico e funcional.

Conforme Rezende (2003, p. 239).

A transição do Cálculo para Análise, no século XVIII, não foi somente uma questão de crescimento e divisão em subcampos: foi uma mudança substancial do paradigma da ciência normal praticada na época. O Cálculo era orientado por um estilo geométrico; a Análise era um estudo e manipulação de fórmulas.

O Cálculo empregava símbolos algébricos (abscissas e ordenadas); a Análise introduziu o conceito de função, o que possibilitou a passagem da figura para a fórmula. Dois dos maiores responsáveis por esta mudança de atitude no Cálculo foram, [...] os matemáticos Bolzano e L. A. Cauchy [...]

O século XVIII foi marcado pelo início de uma nova forma de conceber o que é a matemática como um todo, ou seja, através de uma formalização rigorosa dos conceitos do CDI. Assim, esses estudos consolidam, formalmente, as ideias e concepções teóricas do Cálculo.

Aqui dando conta do objetivo [1] descrito na introdução deste trabalho.

### 3 HISTÓRIA DO ENSINO DE CÁLCULO NO BRASIL

Para apresentar um encaminhamento do processo de Ensino de Cálculo no Brasil, tomou-se como base o trabalho realizado por Lima (2013), que faz uma breve retrospectiva do Ensino de Cálculo no Brasil.

O primeiro desses momentos apresenta o ensino de Cálculo nas Escolas Militares e Politécnicas, entre o final do século XIX e o início do século XX. O segundo apresenta a fundação da USP e a introdução da Análise Matemática no país. O terceiro apresenta a introdução de uma disciplina de Cálculo precedendo à de Análise. No quarto, são apresentadas as tentativas de promover uma compreensão efetiva, por parte do aluno, em uma abordagem do Cálculo feita com alto nível de rigor simbólico-formal. Por fim, apresenta-se o quinto momento, onde há o predomínio das técnicas e/ou conflito pedagógico entre o que se faz e o que se pede.

Entre os séculos XIX e XX, as instituições que ofereciam a disciplina de CDI, eram a Academia Real Militar do Rio de Janeiro e, perto do fim do século XIX, a recém-criada Escola Politécnica de São Paulo. Os profissionais formados por essas instituições eram militares e engenheiros, assim, para atender as demandas de seus perfis de formação, as características dos cursos de cálculo eram apenas procedimentais. Como destaca Lima (2013, p. 3).

Tanto nos cursos de Cálculo da Academia Real Militar do Rio de Janeiro quanto nos da Escola Politécnica de São Paulo, as grades curriculares eram construídas com a finalidade de formar profissionais da área militar e engenheiros; ou seja, pessoal que deveriam ser capazes de utilizar, em seu cotidiano profissional, as ferramentas fornecidas pela Matemática ou, para sermos mais precisos, as técnicas de cálculo de derivadas e de integrais [...]

Lima (2013) afirma, ainda, que a característica procedimental no Ensino de Cálculo no Brasil prevaleceu até o início XX e que a mesma tomou novos rumos a partir do ano de 1934, com a criação da Universidade de São Paulo (USP).

Com a criação da USP, um novo modelo de ensino foi inserido no Brasil, baseado nas concepções das universidades europeias. Através desse novo molde, houve a implementação no curso de graduação em matemática da USP da disciplina conhecida como Análise Matemática, na qual eram trabalhados elementos que fundamentavam os conceitos de CDI, de acordo com Lima (2013, p. 4).

Em 1934 foi criada, em São Paulo, a USP, primeira universidade do país e, em sua Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras passou a funcionar o primeiro curso de graduação em Matemática do Brasil. Buscou-se fundar uma instituição que seguisse os mesmos moldes das conceituadas universidades europeias e, para que tal objetivo fosse atingido, diversos pesquisadores estrangeiros foram contratados, dentre os quais o analista italiano Luigi Fantappiè, que trouxe para o Brasil o modelo de ensino presente nos cursos de Matemática da Itália e de diversos outros países europeus, no qual não havia no currículo uma disciplina chamada Cálculo Diferencial e Integral. Os conceitos fundamentais deste ramo

do conhecimento eram trabalhados diretamente em uma disciplina chamada Análise Matemática [...]

Luigi Fantappiè, segundo Lima (2013, p. 4), promoveu mudanças relativas ao ensino do CDI, no currículo e matriz curricular. Tais alterações influenciaram outras instituições brasileiras de Ensino Superior a seguirem estas orientações e seus novos objetivos.

Ao introduzir, na USP, o ensino da Análise Matemática, Fantappiè foi o responsável por uma mudança de orientação e de objetivos com os quais o Cálculo passou a ser trabalhado nas instituições de ensino superior do país. Muitas delas deixaram de oferecer cursos com esta denominação e introduziram em seus currículos disciplinas de Análise, mas mesmo naquelas em que a nomenclatura Cálculo foi mantida, a abordagem dada aos conteúdos, bem como os objetivos ao se ensiná-los, sofreram mudanças significativas.

Com tais mudanças, as instituições brasileiras de Ensino Superior passaram a superar a concepção do CDI através de seus aspectos operacionais como era feito antes de 1934, e enfatizaram o rigor matemático e os aspectos conceituais que fundamentam o CDI. Assim, a formalização dos conceitos ganhou destaque, se tornando comum as demonstrações ao invés dos cálculos das derivadas e integrais.

Com a saída de Fantappiè do Brasil, em 1939, a então assistente de Omar Catunda, substituto de Fantappiè, Elza Furtado Gomide, durante a década de 1950 passou a ministrar a disciplina de Análise para os alunos ingressantes nos cursos da USP. Durante essa década, Gomide começou a refletir sobre a viabilidade de ensinar a Análise com um alto nível de rigor para alunos que ingressavam. Segundo Lima (2013, p. 5), o que levou a professora a refletir sobre essa prática foi sua própria experiência enquanto aluna do curso.

Uma das razões que levaram Gomide a este questionamento foi sua própria experiência discente. De acordo com ela, ao ingressar na Universidade de São Paulo, o primeiro assunto que estudou na disciplina de Análise, na ocasião ministrada por Catunda, foi a construção dos números reais via noção de cortes de Dedekind, e este conteúdo, além de não ser compreendido pela grande maioria dos alunos, também não era motivador a eles naquele primeiro contato com os conceitos do Cálculo, já que ainda não possuíam a maturidade matemática necessária para compreender verdadeiramente os detalhes e refinamentos teóricos envolvidos naquela construção.

Partindo das ideias cultivadas por Gomide, iniciou-se a reflexão sobre a criação de uma disciplina que permitisse aos alunos ingressantes terem contato com a matemática de maneira menos rigorosa, porém sem deixar o rigor matemático totalmente de lado. Assim, foi proposto um curso que trabalhasse os conceitos da Análise de forma intuitiva, visando criar certo amadurecimento matemático aos estudantes. Assim é criado um curso de Análise que poderia ter efeitos significativos para vida acadêmica desses alunos.

De acordo com Lima (2013, p. 6)

Passou-se a buscar uma abordagem que estivesse mais próxima do Cálculo do que da Análise e que adotasse um nível de rigor mais moderado. [...] A

intuição do estudante passou a ser mais valorizada no processo de ensino e aprendizagem, principalmente a intuição geométrica, e iniciou-se a busca por uma abordagem que fosse menos abstrata, porém nem por isso não rigorosa, daquilo que estava sendo trabalhado; passou-se a procurar o nível de rigor que fosse mais adequado ao público-alvo daquela disciplina.

Com a adoção das concepções descritas anteriormente por Lima (2013), em especial às relativas ao nível de rigor para aos conceitos envolvidos no curso de Análise, a disciplina do Cálculo teve novo reconhecimento no currículo no ano 1964.

Segundo Lima (2013, p. 6).

[...] a renomeação da cátedra de Análise Matemática da FFCL da USP, que passou a se chamar Cálculo Infinitesimal, mudança que, provavelmente, também tenha sido influenciada pela chegada ao Brasil, por meio de livros-didáticos e de professores universitários que porventura viajavam até aquele país fazer pós-graduação, do modelo adotado nos Estados Unidos para o ensino do Cálculo e da Análise. Em tal país, os estudantes cursavam primeiramente uma disciplina de Cálculo, na qual os conceitos fundamentais deste campo do conhecimento eram trabalhados de maneira menos analítica, mais intuitiva, com um nível mais moderado de rigor e com maior ênfase nos significados do que nos fundamentos para, posteriormente, em um curso de Análise ou, conforme nomenclatura também bastante utilizada na época, de Cálculo Avançado, rever tais conteúdos de acordo com uma orientação mais crítica e mais voltada aos fundamentos do que a manipulação.

O ensino do CDI no Brasil entrou numa fase de transição, passando do modelo Europeu implementado em 1934 por Fantappiè, para um modelo baseado no ensino realizado nos Estados Unidos. Em parte, motivado pelo regresso de professores que vivenciaram esses cursos no referido país, além da chegada dos livros didáticos americanos no Brasil.

Tais acontecimentos, somados as reflexões já promovidas por Gomide durante a década de 1950, serviram como base para essa mudança de perspectiva do ensino nas universidades brasileiras. Portanto, sem deixar o rigor matemático de lado, passou-se a abordar os conceitos fundamentais da Análise de forma adequada ao nível dos estudantes que ingressavam, procurando possibilitar antes da abordagem mais rigorosa desses mesmos conceitos, um momento inicial para incentivar o amadurecimento matemático e o entendimento das noções envolvidas.

O momento de transição no Ensino de Cálculo se consolidou no Brasil conforme mostrado anteriormente. Porém, os possíveis encaminhamentos para ensino aprendizagem do CDI, estavam em meio a um processo que envolveu uma diversidade de opiniões de profissionais. Como descreve Lima (2013, p. 7).

Podemos dizer que, a partir daquelas reflexões de Gomide e de outros professores que eram favoráveis a um redirecionamento daquele curso de Análise implantado por Fantappiè em 1934, houve um longo período que, de acordo com Chervel (1990), pode ser classificado como de perturbação (ou de transição), no qual pôde ser observada a existência simultânea de dois modelos, o antigo – ensinar diretamente Análise – que ainda não havia caído totalmente por terra e o novo – ensinar inicialmente Cálculo – que começava a se instaurar.

Logo, o que se pode observar nesse período, é o início do confronto entre o modelo de ensinar os conceitos do CDI conforme o rigor simbólico formal da Análise, e o novo modelo proposto de ensino de Cálculo menos rigoroso, com o foco para as noções intuitivas desses conceitos.

Durante o início da década de 1970, ocorreu a mudança do perfil dos alunos, como destaca Lima (2013, p. 8).

Até, pelo menos, o final da década de 1960, os estudantes universitários, em geral, assumiam uma postura mais passiva e não tinham o hábito de questionar os professores a respeito de seus métodos didáticos ou sobre algo que não haviam compreendido bem. [...] Mas, a partir do início da década de 1970, começou-se a observar uma mudança de postura e de perfil por parte dos universitários e, com isso, os professores acabaram precisando buscar alternativas didáticas.

Com isso, os professores começaram a trabalhar de maneira diferente daquela que ocorria no final da década de 1960, visto a cobrança por parte dos alunos de uma aprendizagem significativa.

Assim, no que diz respeito ao ensino de Cálculo da USP, ocorreram tentativas para se adequar a esse novo perfil dos alunos, como destacado por Lima (2013, p. 8).

[...] duas experiências foram marcantes durante a década de 1970: a adoção do livro Cálculo: um curso universitário de Moise como referência bibliográfica e a implantação de uma metodologia de ensino baseada em roteiros de estudo e trabalhos em grupo. Na primeira delas, a ideia fundamental era fazer com que os alunos, por meio da abordagem em espiral trazida pelo manual adotado como referência, entrassem em contato com o mesmo conceito diversas vezes, sendo que, a cada nova aparição, este era tratado com maiores níveis de detalhamento, rigor e formalismo. Já na segunda, a ideia era de fato promover uma quebra no estilo de aula em vigor até então; uma mudança de um modelo de ensino baseado na “transmissão” de conhecimentos, por parte dos professores, para outro no qual os mesmos fossem construídos pelos estudantes.

A primeira consistia na abordagem em espiral dos conceitos, onde, há uma sequência crescente do rigor. Na segunda, havia o interesse pela substituição do modelo de ensino baseado na transmissão para outro onde a construção dos conceitos fosse o foco. Essa abordagem, de certa maneira, entra em acordo com as reflexões promovidas por Gomide citadas anteriormente, nas quais de maneira resumida era desenvolver o amadurecimento matemático do aluno para posteriormente trabalhar o aspecto simbólico formal da Análise.

A segunda experiência trata da adequação da forma de trabalho dos professores ao novo perfil do aluno na década de 1970. Essa forma procura tornar o aluno participativo durante o processo de ensino, deixando de lado o modelo anterior, que apenas o professor construía o conhecimento e os passava aos alunos.

Através dessas tentativas, os professores apresentam uma preocupação com a aprendizagem do aluno. De acordo com Lima (2013, p. 8), os objetivos desses professores eram.

[...] tentar possibilitar aos alunos que eles realmente interiorizassem aquele tratamento rigoroso e formal que estava sendo dado ao assunto naquela ocasião

e não apenas o memorizassem e tentassem conseguir bons resultados nas avaliações.

As reflexões quanto o ensino de Cálculo no Brasil começaram a surtir efeito na maneira dos professores trabalharem os conteúdos, porém não necessariamente apontando para o sucesso na aprendizagem dos alunos. De acordo com Lima (2013, p. 8).

[...] apesar destes aspectos positivos, a maioria dos alunos continuava apresentando um rendimento abaixo do esperado na disciplina de Cálculo; o estranhamento com a linguagem simbólico-formal com a qual os conceitos eram apresentados, ainda que, provavelmente, em menor grau, permanecia.

Um dos fatores que pode ter contribuído para esse acontecimento é dado por Lima (2013). É destacado que os roteiros tomados como referências bibliográficas, possuíam exercícios que não buscavam a contextualização e aplicação dos conteúdos trabalhados. Esses dois aspectos surgem com importância fundamental na compreensão dos conceitos do CDI. No entanto, as atividades propostas por vezes se limitavam aos aspectos operacionais dos conceitos.

Ao longo das décadas de 1970 e 1980, o modelo de ensino do CDI no Brasil, variou de acordo com as concepções dos professores. Alguns ainda defendiam que a prática do ensino de Cálculo com abordagem simbólica-formal rigorosa poderia sanar as dificuldades apresentadas pelos alunos. Segundo Lima (2013, p. 9).

[...] entre o final da década de 1970 e o início da década de 1980, o curso de Cálculo tenha se tornado, para alguns docentes, muito menos rigoroso do que deveria ser. Para estes, o rigor simbólico-formal era uma das características principais deste curso desde a implantação da Análise Matemática na universidade, em 1934, e, por esta razão, deveria ser mantido.

Assim, essa fase foi marcada entre a disputa de opiniões, nas quais os professores ministravam as aulas de acordo com sua preferência. Enquanto alguns professores davam ênfase ao aspecto do rigor simbólico-formal do Cálculo, outros professores buscavam ensinar privilegiando as noções intuitivas, deixando de lado o alto nível de cobrança relativo ao rigor analítico.

Com a insistência de certos professores, que afirmavam que o nível de rigor exigido estava abaixo do ideal, houve a retomada de uma abordagem do CDI voltada para o rigor simbólico formal. No final da década de 1980 foram realizadas algumas mudanças destacadas por Lima (2013, p. 10).

No final da década de 1980, um grupo de professores, para os quais o nível de rigor do curso de Cálculo estava cada vez mais aquém do que deveria ser e daquele que o havia caracterizado até então, resolveu tentar uma retomada daquilo que, na opinião deles, estava se perdendo. Para isto, optaram por adotar como referência no curso inicial de Cálculo o manual de Spivak, que traz uma abordagem essencialmente analítica para os conceitos tratados. Tal experiência não foi muito bem recebida pelos estudantes, que achavam o curso completamente voltado para si mesmo e, por esta razão, muito difícil.

Essas mudanças traziam à tona o fato que em alguns casos os alunos poderiam apresentar certa imaturidade quanto ao rigor matemático exigido, o que poderia levar a não aprendizagem desses conceitos. Porém, Lima (2013, p. 10), ainda destaca.

Por outro lado, é preciso salientar um aspecto positivo agregado por esta experiência à formação daqueles que dela participaram e que também foi destacado por um dos entrevistados de Lima (2012): alguns destes estudantes que, em um primeiro contato com o Cálculo, utilizaram como referência o texto de Spivak, passaram a exigir que, nas demais disciplinas, os professores também adotassem uma abordagem mais cuidadosa e com maior nível de rigor; para estes alunos, o rigor simbólico-formal e a justificação lógica daquilo que estava sendo apresentado passaram, de fato, a ser características intrínsecas do trabalho com a Matemática de nível superior.

Destaca-se que existiam alunos que apreciavam o alto nível de rigor simbólico-formal, de maneira que essas exigências poderiam garantir uma formação matemática consistente, no ponto de vista do Ensino Superior, o que ressalta uma importância desse elemento no ensino do CDI. Entretanto, o ponto principal desses argumentos pode levar a constatação de que o modelo do ensino de Cálculo no Brasil não possuía uma identidade bem definida.

Em meio a esse confronto de concepções apresentado nos parágrafos anteriores, o modelo do ensino de Cálculo com uma cobrança menos rigorosa persevera atualmente dentre muitos professores, como destaca Lima (2013, p. 10).

Os estudantes, em geral, manifestam dificuldades em acompanhar, logo ao ingressar na universidade, uma disciplina ministrada com alto nível de rigor simbólico-formal e, por esta razão, várias tentativas foram feitas com o intuito de possibilitar aos mesmos um aprendizado efetivo. No entanto, como as dificuldades continuaram existindo, muitos professores passaram, atualmente, a enfatizar, em um primeiro curso de Cálculo, as técnicas e os procedimentos algorítmicos, deixando a formalização dos conceitos para um segundo momento.

Ou seja, com a procura dos professores em possibilitar uma linguagem adequada, o ensino de CDI passou a adotar, ao invés do modelo de rigor formal, um modelo no qual os procedimentos ganharam amplo estudo. Tal fato pode levar a concluir que a fase de transição não passou, e a criação de uma identidade para o Ensino de Cálculo no Brasil ainda não foi efetivada.

Um argumento que pode reforçar a ideia que o Ensino de CDI no Brasil não possui uma identidade bem definida é dado por Lima (2013, p. 11).

O grande problema é que essa primazia dos cálculos de limites, derivadas e integrais acaba também, na maioria das vezes, esvaziando completamente de sentido a disciplina. Os estudantes aprendem a fazer cálculos, mas não são levados a refletir a respeito dos significados dos conceitos envolvidos nos mesmos e ou sequer de suas aplicações, seja em outras ciências ou na própria Matemática.

Assim, é destacada que a ênfase nos excessivos cálculos de Limites, Derivadas e Integrais, por si só, podem não descrever as noções intuitivas atreladas a esses. Ou seja, a preocupação demasiada apenas em processos que se limitam a algoritmos de resolução de problemas, não

geram uma solução do problema de aprendizado dos conceitos do Cálculo pelo aluno. Ainda que, em alguns casos, a ênfase na repetição de processos de cálculo, no caso de sucesso nos resultados, possam motivar o prosseguimento nesses estudos de cálculos.

As noções intuitivas dos conceitos de CDI podem perder seu sentido e serem deixadas totalmente de lado por parte dos alunos que não as compreendem a ponto de as interiorizarem. Tal fato pode permitir que esse aluno conclua o curso de CDI sem a construção dos conhecimentos necessários para resolução e investigação de problemas internos da matemática e da realidade.

Aqui cumpre-se o objetivo [2] descrito na introdução deste trabalho.

### 3.1 ENSINO DE CÁLCULO

No âmbito do interesse do Ensino de Cálculo no Brasil, pode-se destacar, inicialmente, os assuntos trabalhados pelo CDI em algumas universidades brasileiras, de maneira a buscar alguma regularidade na ordem ou sequência com que os conteúdos referentes ao CDI são dispostos para o processo de ensino-aprendizagem.

Com base na perspectiva histórica do estabelecimento do CDI apresentada no capítulo anterior, nota-se que as noções intuitivas que estruturam o Cálculo surgiram milhares de anos antes do seu estabelecimento formal. Tal fato em si pode nortear a escolha das motivações iniciais para abordagem do conteúdo de Limites. Porém, no que diz respeito a diferenciação e integração os conteúdos do CDI, além da noção de Limite dependem da noção de variação relacionada à grandezas, definida formalmente como Funções.

No desenvolvimento dos conceitos de Função, visando sua inserção no CDI, é fundamental a aprendizagem de conhecimentos relacionados a noções de conjuntos, em específico o dos números Reais. Esse conjunto, por ser contínuo, é um ambiente propício ao desenvolvimento do conceito de Limite, e permite a análise consistente de ideias e conceitos envolvidos no CDI.

Indo de acordo a Roque (2012, p. 274).

Em qualquer curso de cálculo infinitesimal, a definição de derivada é antecedida pela sentença: "Seja uma função  $y = f(x)$ ". Porém, o conceito de função só foi introduzido na matemática após o aprimoramento das técnicas diferenciais efetuado por Leibniz e Newton. Esse é mais um exemplo de que os conteúdos matemáticos que aprendemos não são organizados de modo cronológico. Fosse assim não poderíamos aprender funções, no nono ano, sem algumas noções básicas sobre derivadas e integrais.

O conceito de Função historicamente surgiu de acordo com as necessidades impostas para a formalização e consolidação do Cálculo, o que pode levar a seguinte indagação: Se os conceitos fundamentais de continuidade e a relação entre grandezas já estivessem em posse dos estudiosos dessa área, o Cálculo não teria se desenvolvido mais depressa? No que diz respeito à história nada se pode fazer, uma vez que seu passado é imutável. No entanto, a pergunta poderia ser refeita da seguinte forma: Para o aluno que atualmente estuda Cálculo a construção

da significação de seus conceitos se dá somente através do estudo numa disposição diferente com que esses conceitos foram estabelecidos historicamente?

Acredita-se que existam diversas possibilidades de respostas, o que não torna sua discussão o ponto principal. Mas sim uma observação que em meio à inversão da disposição dos conteúdos em relação a seus surgimentos ao longo da história, pode-se perder muito dos aspectos motivadores sobre as noções intuitivas do CDI.

Ávila (2010, p. 167), apesar de não expor claramente uma visão favorável a uso de abordagens sobre a História do Cálculo, destaca que.

As funções costumam ser apresentadas num bloco único, logo na primeira série do ensino médio, de maneira desvinculada de geometria analítica, limites e derivadas, que aparecem nos livros da terceira série. É importante que todos esses conceitos sejam ensinados de maneira integrada e não separados em blocos estanques.

Ou seja, aparentemente existem lacunas na prática de ensino atual, no âmbito da Educação Básica, que deixam a desejar no sentido da integralização dos conceitos através de relações que de fato existem, e que serão retomadas mais adiante. Aqui será realizada a identificação da sequência de ensino do CDI.

Procurando identificar a ordem em que são ensinados os conceitos do CDI, fundamentou-se em Rezende (2003, p. 8), que destaca a predominância da sequência identificada por sequência de Cauchy-Weierstrass. Nela observou-se os textos didáticos que tinham como objetivo servir de material para o ensino de CDI. Em sua maioria, apresentam uma sequência que, num primeiro momento, define-se os conceitos de Limite e Continuidade, em seguida a Derivada e, por fim, a Integral. Sendo que essa sequência também está presente em textos de Análise.

Assim, observa-se, de certa forma, a possibilidade de uma sugestiva preferência em relação à sequência de Cauchy-Weierstrass para o ensino de CDI. Cabe-se aqui destacar que não se trata de uma crítica a essa sequência, mas sim a busca para descrever como é desenvolvido a sequência didática no processo e ensino-aprendizagem dos conceitos relativos ao CDI.

Indo além, como destacado por Rezende (2003), nota-se uma proximidade entre Análise Real e CDI. Esses dois ramos compartilham de mesma essência e conceitos. Porém, as abordagens dadas possuem enfoques distintos ou, como afirma Lima (2013), com o passar do tempo no Brasil foram separadas em duas disciplinas.

O CDI é uma disciplina quase sempre destinada aos períodos iniciais do curso, procurando se adequar ao nível maturidade matemática normalmente apresentada pelos alunos. Enquanto a Análise Real é uma disciplina ministrada nos períodos finais, que trata dos conceitos iniciados na disciplina de Cálculo, com maior nível de rigor e formalismo matemático.

Verificou-se, nos cinco momentos de Lima (2013), uma transição entre aspectos procedimentais de essência algorítmica e aspectos de rigor formal. Esse fato sugere uma dificuldade na delimitação de até aonde vão os conceitos de CDI e aonde começam os de Análise, no âmbito do Ensino de Cálculo no Brasil.

Entretanto, por mais que haja essa inquietação com a prática do Ensino de Cálculo voltada para a disciplina de Análise, não há como negar que a estrutura formal trazida por essa disciplina define os conceitos fundamentais do CDI, de maneira a proporcionar a descrição formal dos conceitos que o estabelecem.

O entendimento desses conceitos não depende exclusivamente da estrutura formal trazida pela Análise. Depende também da construção da significação intuitiva que esse modelo descreve. Do contrário, as Definições, Teoremas, Lemas e Corolários são reduzidos a afirmações desprendidas do que realmente traduzem dentro do CDI.

Ainda que não seja objetivo desse trabalho uma proposta ensino e aprendizagem do CDI para o Ensino Superior, as observações apresentadas por Rezende (2003) e Lima (2013) vão de acordo enquanto a persistência do insucesso dos alunos nos cursos de CDI no Brasil. Cabe salientar que esse insucesso persiste há vários anos no ensino do CDI.

Segundo Rezende (2003, p. 6), sobre o ensino de CDI, através de uma argumentação sobre análises etimológicas das palavras ‘crise’ e ‘catástrofe’, aponta para o estado de crise, à beira da eminente catástrofe. Porém, destaca que mesmo no estado de crise em que se encontra, há a possibilidade de se vislumbrar um ensino com “algum senso de ‘normalidade’ nas suas realizações”. Além disso, ressalva que o estado de crise não necessariamente resultará numa catástrofe.

De acordo com as concepções anteriores descritas por Lima (2013, p. 10), atualmente, mesmo com a indicação da separação entre as disciplinas de CDI e Análise, visando uma adequação ao ensino dos conceitos envolvidos, os resultados dos alunos ainda não são satisfatórios. Esse argumento é validado uma vez que os alunos ingressantes não assimilam os conceitos quando ensinados a um alto nível de rigor, e também não o assimilam quando o enfoque está direcionado a processos exclusivamente algorítmicos.

Procurando um meio, conforme destaca Rezende (2003, p. 6), para vislumbrar um Ensino de Cálculo mais efetivo, esse trabalho tem a intenção de refletir sobre impregnação de noções intuitivas do CDI na Educação Básica. Aqui não é proposta uma reforma do currículo mínimo do Ensino Fundamental e Ensino Médio, mas a possibilidade de abordar conceitos intuitivos do CDI dentro dos próprios conteúdos presentes na Educação Básica.

É importante a contextualização de fatos históricos, sejam eles introdutórios ou problemas que despertaram o surgimento de conceitos do CDI. A utilização de situações que levem os alunos a investigarem tais problemas e fatos representam um bom ambiente pedagógico para iniciar uma discussão sobre vários conceitos de matemática básica. Tal ação destaca a importância das disciplinas de Análise e CDI na formação de professores de Matemática.

Reis (2001), em tese de doutorado, analisa as formas segundo as quais se concebe a tensão entre rigor e intuição no ensino de Cálculo e Análise nos cursos universitários. Referenciado na literatura especializada e em entrevistas com quatro pesquisadores, todos professores experientes no trabalho com as mencionadas disciplinas (alguns deles autores de livros de Análise), o trabalho discute a importância e o papel da Análise na formação do professor da escola básica,

ênfatizando aspectos relacionados ao ensino e à aprendizagem dessa disciplina nos cursos de licenciatura em matemática. [...] Entretanto, nenhum deles, como vimos, focaliza de maneira específica as relações entre os conhecimentos matemáticos veiculados no processo de formação e os conhecimentos matemáticos envolvidos na prática profissional docente na escola básica. (MOREIRA, 2004, p. 7)

Retomando aqui a argumentação que foi iniciada nos parágrafos anteriores, sobre as lacunas que existem entre conteúdos da matemática da Educação Básica, fundamentada por Ávila (2010). De acordo com Rezende (2003, p. 45).

É necessário explicitar a natureza integradora do Cálculo na constituição do próprio conhecimento matemático, tal como efetivamente ocorreu no curso da História. Se a Aritmética e a Geometria provêm a Matemática de seus elementos constituintes estáticos, é apenas com o Cálculo que a variabilidade e o movimento podem ser incorporados à arquitetura do conhecimento matemático, mesmo no ensino médio e fundamental.

Uma abordagem sobre essas noções com a perspectiva de sua descoberta histórica, ressaltando os problemas envolvidos historicamente, pode criar no aluno uma visão mais prática do Cálculo como instrumento científico humano, que pode levar à criação do elo de aplicação do conceito de acordo com a noção envolvida e assim, promover ensino mais significativo.

Aqui cumpre-se o objetivo [3] descrito na introdução deste trabalho.

## 3.2 RELAÇÃO DO CDI COM A EDUCAÇÃO BÁSICA

A presente seção busca apresentar de forma breve a existência de relações dos conteúdos do CDI com a Educação Básica, neste caso especificamente a nível de Ensino Médio. Fundamentado em autores como Rezende (2003), Pascoal (2014) e Ávila (2010) são descritas algumas observações sobre a possível presença dos conteúdos do CDI na Educação Básica.

Através do capítulo sobre a História do Cálculo deste trabalho, que foi fundamentado em Rezende (2003), identificou-se que o CDI possui raízes em conceitos da Geometria Euclidiana, e que através da Geometria Analítica sistematizou um ambiente cartesiano que possibilitou a interação entre as representações geométricas e suas respectivas equações algébricas.

Além disso, torna-se significativo o entendimento da continuidade dos números Reais e as relações conhecidas como Funções, ou seja, são necessários conhecimentos sobre: operações básicas de adição, subtração, multiplicação e divisão; Geometria Euclidiana; Geometria Analítica; operações no conjunto dos números Reais; manipulações algébricas; equações; funções.

Ávila (2010, p. 167) destaca que o Cálculo, através de seus conceitos fundamentais de Derivada e Integral, possui elementos de grande importância para a ciência moderna, justificando a sua inserção no Ensino Médio. Porém, destaca que essa prática deve surgir de maneira adequada ao ensino em questão e não como é desenvolvido no Ensino Superior.

Para além das questões estritamente cognitivas, um aspecto geral a partir do qual também se podem perceber certas distinções importantes entre a matemática acadêmica e a matemática escolar, diz respeito ao papel e aos significados das definições e das demonstrações, em cada um desses campos do conhecimento matemático. Embora em ambos exista, certamente, a necessidade de bem caracterizar os respectivos objetos, de validar as afirmações a eles referidas e de explicar as razões pelas quais certos fatos são aceitos como verdadeiros e outros não, o papel que desempenham, de modo geral, as definições e as provas, em cada um dos contextos é, todavia, bastante diferente. (MOREIRA, 2004, p. 23)

De acordo com Ávila (2010, p. 167) “É por causa desse erro de tentar fazer no ensino médio exatamente o que se faz no Cálculo Universitário que *limites e derivadas* não costumam ser levados a sério no ensino médio [...]”.

O desafio inicial aqui apresentado no Ensino Médio seria essa adequação dos conteúdos do CDI. Eles deveriam ser inseridos com o foco voltado para prática de ensino que permita explorar o alcance das possibilidades de aplicações. Ou seja, não como um conteúdo próprio do currículo da Educação Básica.

Pascoal (2014, p. 14) destaca a possibilidade de trabalhar conceitos do CDI dentro dos próprios conteúdos do Ensino Médio.

Ideias elementares como conceito de limite, derivada e integral podem ser trabalhadas de forma simples já no 1º ano do ensino médio, paralelamente, ao estudo das funções com aprendizado significativo e sem sobrecarregar o programa oficial de matemática.

Assim, identifica-se o primeiro momento onde pode ser inserido os conceitos de CDI na Educação Básica. De acordo com Pascoal (2014, p. 14) alguns desses conteúdos se inserem no Ensino Médio através do estudo de funções, no qual pode-se explorar intervalos de crescimento e decrescimento com um estudo voltado para as derivadas, criando um ambiente de observação das propriedades envolvidas.

Tudo isso vem reforçar a necessidade de que se aprofundem as análises das formas de se conceber teoricamente e de se implementar institucionalmente a articulação da formação do professor com a prática docente escolar. Esse cenário sugere a relevância de se buscar uma compreensão profunda dos elementos que sustentam a permanência histórica de uma articulação inadequada. Uma direção importante a ser explorada na procura dessa compreensão é a da análise do conhecimento matemático veiculado no processo de formação do professor na licenciatura, situando-o em relação à prática docente escolar. (MOREIRA, 2004, p. 8)

A afirmação anterior valida a necessidade de uma articulação entre a formação inicial de professores de matemática com os espaços de prática docente dos mesmos. A escola básica representa um espaço onde é possível despertar o interesse e criar habilidades a certos tópicos e conceitos do CDI em busca de formação matemática consistente e complexa. Ou seja, além da busca pela inserção do CDI na Educação Básica, também há necessidade que na formação dos professores de matemática sejam estabelecidos esses elos entre o CDI e a Matemática Básica.

Entretanto, ao invés da criação de uma sequência didática, neste trabalho optou-se por uma pesquisa com fins de mapeamento, uma vez observado a possibilidade da existência de produções que buscam a inserção de conceitos do CDI na Educação Básica. Dessa forma, obtém-se um conjunto de materiais que podem, em si, expressar como são feitas propostas de inserção do CDI na Educação Básica.

Aqui cumpre-se o objetivo [4] descrito na introdução deste trabalho. No capítulo seguinte, apresenta-se o desenvolvimento do mapeamento e sua análise.

## 4 MAPEAMENTO DAS COMUNICAÇÕES CIENTÍFICAS DOS ÚLTIMOS DEZ ANOS DO ENEM

No presente capítulo são descritos os desenvolvimentos da pesquisa e análise dos dados coletados das comunicações científicas (CC) nos últimos dez anos do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM). Assim, estão sobre o âmbito de pesquisa os eventos: IX ENEM, no ano de 2007, realizado em Belo Horizonte/MG; X ENEM, no ano de 2010 realizado em Salvador/BA; XI ENEM, no ano de 2013, realizado em Curitiba/PR e por fim XII ENEM, no ano de 2016, realizado em São Paulo/SP.

O ENEM é um evento promovido pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), sendo o primeiro evento realizado em 1987. Desde então, mantém sistematicamente a realização desses encontros, que permitem a estudantes, professores e pesquisadores discutirem e debaterem sobre questões relacionadas ao currículo, ao ensino e à aprendizagem da Matemática.

Assim, por se tratar de um evento tradicional com amplitude nacional, esperava-se encontrar nos anais desses eventos, um acervo de materiais produzidos com a intenção de promover o desenvolvimento de algumas das necessidades referentes à Educação Matemática no Brasil, mais especificamente em relação ao ensino de CDI.

### 4.1 METODOLOGIA DE PESQUISA

Como dito anteriormente, foram tomados como objetos de pesquisa as CC dos eventos ocorridos dentre os últimos dez anos do ENEM, sendo esses eventos: IX ENEM 2007, X ENEM 2010, XI ENEM 2013, XII ENEM 2016.

A escolha de tal evento (ENEM) se deu em função de sua representatividade no âmbito do ensino de Matemática no cenário brasileiro. Esse evento congrega pesquisadores, professores e alunos de forma a promover uma integração efetiva entre os vários atores do processo educativo.

Dada a seleção do ENEM, passou-se a busca dos anais dos respectivos anos supracitados, os quais encontravam-se disponíveis sobre o formato de arquivo digital no sítio da SBEM, na aba Anais do ENEM.

Após uma análise superficial das modalidades de trabalho apresentadas no ENEM, ocorreu a definição de uma primeira restrição. Neste caso, optou-se pelas CC. Essa escolha foi tomada devido à presença da revisão teórica, que possibilita a análise acerca dos encaminhamentos metodológicos e das teorias utilizadas como fundamentação. Assim, foi possível obter um acervo bibliográfico que contenha informações pertinentes quanto ao entendimento dos objetivos das pesquisas em questão, além da caracterização específica, estabelecendo, portanto, os objetos para análise qualitativa dos mesmos.

A pesquisa foi desenvolvida com a busca das seguintes palavras-chave no título: Cálculo,

Limites, Derivada, Integral. Esperava-se obter artigos que desenvolveram a temática sobre o ensino de CDI. Porém, em meio à existência da possibilidade de títulos que envolvessem as palavras pesquisadas sem ligação com a temática desejada, foi realizada uma segunda seleção dos trabalhos. Para tanto, optou-se pela leitura dos resumos e das palavras chave, quando esses se encontravam disponíveis.

Em caso de ausência de tais elementos, foi realizada a leitura do trabalho em busca de sua inserção ou não no conjunto de trabalhos selecionados. Na avaliação das CC, buscou-se a identificação com a temática dos seguintes elementos: conteúdo diretamente envolvido com CDI; propostas de sequências didáticas; História do Cálculo; Filosofia do CDI; Pesquisas e análises; Discussões; Propostas Metodológicas.

Após as ações descritas anteriormente, foram realizados os *downloads* dos arquivos completos e separados em pastas por anos do evento. Nesse processo, cada arquivo digital foi nomeado com o respectivo título do artigo em questão.

Após seleção inicial e final, passou-se ao tabelamento dos trabalhos, que foi organizado com sub tabelas individuais. Nessas, identificou-se: título, nome do autor/autores, ano, conteúdo, área, tipo de trabalho e associando um número para ordenação.

O objetivo dentre a escolha de cada item evidenciado, como número do artigo (N<sup>o</sup>), título, nome dos autores, ano, é a sistematização de uma organização. Já o item específico relacionado ao conteúdo foi o de proporcionar um breve resumo sobre o desenvolvido no trabalho. Já no item 'área' o objetivo é tornar explícito os níveis de escolaridade das pesquisas. Por fim, no item 'tipo de trabalho' o objetivo foi descrever as características da pesquisa realizada nos trabalhos, tais como: pesquisa qualitativa, quantitativa, bibliográfica, pesquisa de campo, pesquisa exploratória, investigativa, e estudo de caso.

Outro procedimento para organização utilizado foi a escolha de diferentes cores para ilustrar a tabela, com o qual buscou-se fornecer ao leitor uma forma clara para diferenciar a transição dos artigos de acordo com o ano do evento em que foi publicado. Além disso, cabe ressaltar outro aspecto funcional para o item número do artigo, que permite no final do tabelamento a observação da quantidade de trabalhos, o que auxilia na descrição dos dados quantitativos.

De acordo com a ordem de análise dos artigos, seus arquivos digitais foram renomeados da seguinte forma: N<sup>o</sup> – Título do artigo. Tal ação visou tornar prática a localização na respectiva pasta em que o arquivo digital se encontrava.

Feita a seleção e organização, a próxima fase do método possui a intenção de revelar os artigos que estão de encontro com o foco de pesquisa deste trabalho. Assim, buscou-se trabalhos que tratavam dos seguintes níveis de escolaridade: Licenciatura em Matemática e Ensino Médio. Na primeira, pode-se observar a literatura sobre a perspectiva da formação do professor e, na segunda, trabalhos que desenvolveram o ensino de CDI na Educação Básica. Assim, fica esclarecida a delimitação da área de pesquisa e sua respectiva análise.

Após as ações anteriores, buscou-se analisar e descrever as teorias e concepções que

nortearam o trabalho. Esta ação foi encaminhada pela avaliação das revisões teóricas dos trabalhos selecionados. Tal ação objetivou identificação e utilização de abordagens que utilizassem a Históricas do CDI e/ou um modelo/método voltado para as noções intuitivas do ensino de CDI. Por fim, foi verificada a presença de propostas de atividades voltadas para o ensino de CDI.

Sobre os aspectos anteriores, procurou-se verificar CC que buscaram a interligação de noções intuitivas do CDI com conteúdo da Matemática do Ensino Médio. Por fim, foi identificada a utilização de recursos manipulativos ou tecnológicos nos processos de ensino e de aprendizagem do CDI.

Estabelecidos os critérios para análise das CC, se faz necessário a apresentação dessas análises, que visa uma descrição estruturada e padronizada de tais elementos. Na análise final das CC, adotou-se o seguinte formato:

- I. Identificar a CC com seu título e apresentar a metodologia de pesquisa utilizada no trabalho, se necessário especificando o uso de teorias e seus autores;
- II. Descrição das análises da presença de abordagens de História do Cálculo e aspectos que permitam o desenvolvimento de noções intuitivas de conceitos do CDI;
- III. Descrever as análises sobre as possíveis propostas de atividades de pesquisa ou de material de ensino;
- IV. Descrever as análises sobre a interligação de noções intuitivas do CDI com a Educação Básica;
- V. Descrever a análise sobre a utilização de recursos manipulativos ou tecnológicos;
- VI. Apresentar uma avaliação geral das análises desenvolvidas no artigo em questão, perpassando por todos os tópicos citados acima.

Após a realização de todas as análises das CC, conforme o formato anterior, foi construída uma nova tabela onde apresentou-se apenas as avaliações finais dos trabalhos selecionados de acordo com o campo de pesquisa deste TCC, em busca de uma análise quantitativa e qualitativa.

Este tabelamento tem o objetivo de apresentar da maneira simples as características próprias de cada artigo. Esse quadro é separado em linhas e colunas, onde as colunas dividem em tópicos de acordo com a descrição das análises e cada linha a identificação do artigo. Colunas: Número do Artigo (para identificação de forma resumida), metodologia de pesquisa, se utiliza História ou a Intuição, se propõe atividades, se interliga com a Educação Básica, e se utiliza de recursos tecnológicos ou manipulativos.

A ação anterior busca apresentar um panorama geral do mapeamento de trabalhos que apresentam a História do Cálculo e/ou o modelo intuitivo relacionados ao CDI.

Abaixo segue o fluxograma do método da pesquisa documental.

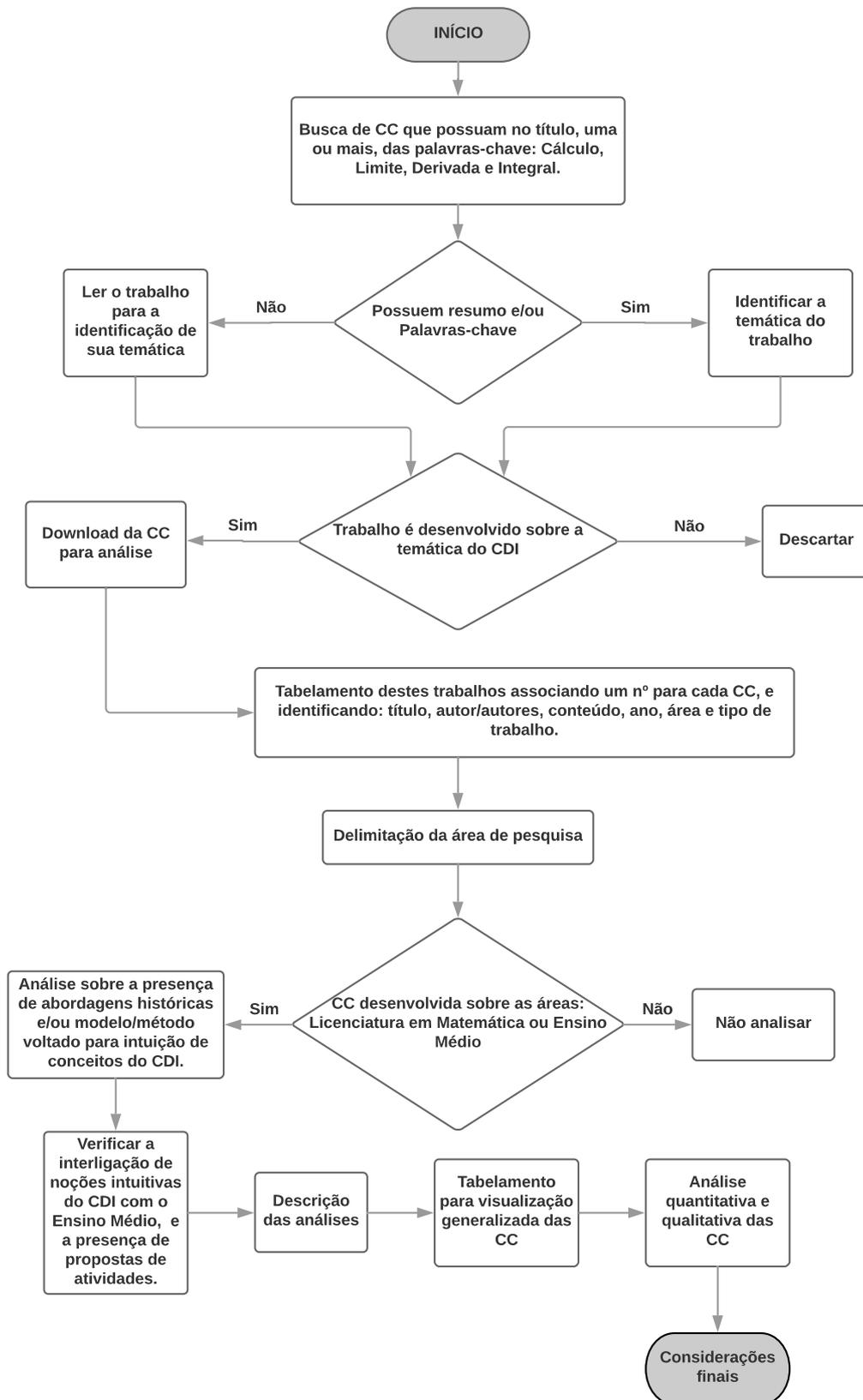


Figura 7 – Fluxo da pesquisa.

A seguir, passa-se a apresentação da análise geral dos resultados obtidos nesta pesquisa.

## 4.2 DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA

Seguindo as fases da metodologia de pesquisa, no início desta seção são apresentadas as análises quantitativas das CC selecionadas e, posteriormente, as respectivas análises qualitativas.

O tabelamento das CC selecionadas ocupou grande quantidade de páginas. Contudo, procurando tornar a leitura deste desenvolvimento de pesquisa mais simples, esse foi inserido no apêndice deste trabalho.

No que diz respeito às CC que desenvolvem a temática de CDI, foram encontrados ao todo 71 trabalhos, somando as quantidades de trabalhos encontrados por evento nos últimos dez anos do ENEM.

Abaixo, apresenta-se o gráfico em colunas com as quantidades de publicações sobre o tema de CDI por evento: ENEM 2007, ENEM 2010, ENEM 2013 e ENEM 2016.

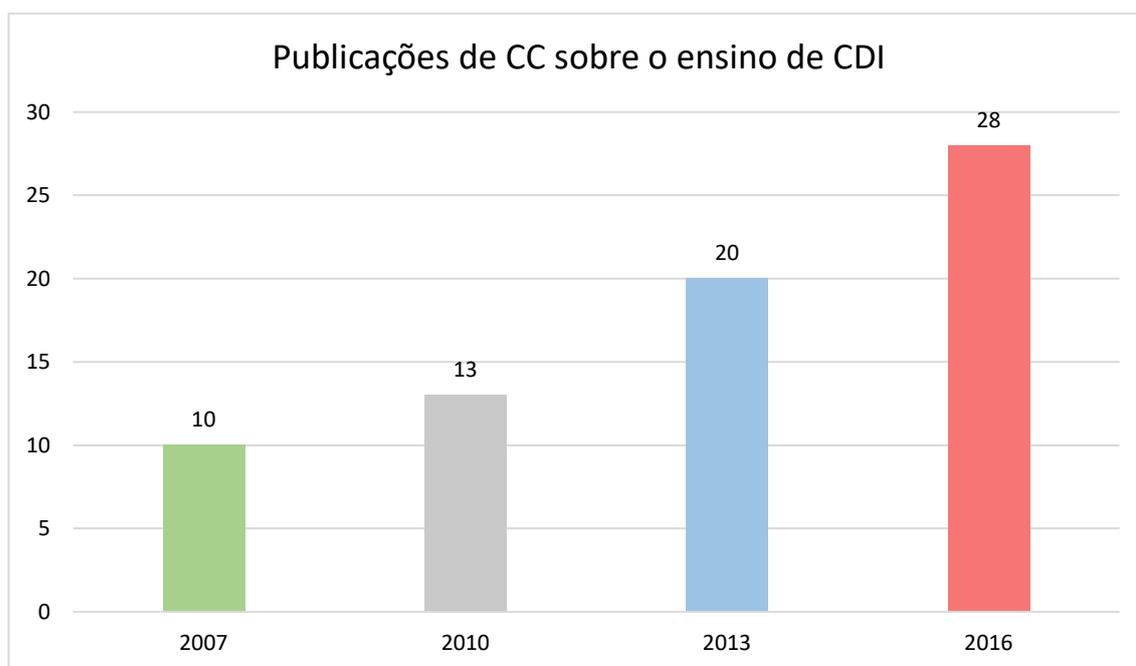


Figura 8 – Gráfico de colunas 1.

Dentre os 71 trabalhos, aproximadamente 20% desses são pesquisas desenvolvidas na área do Ensino Médio ou da Licenciatura em Matemática, num total de 14 trabalhos, que foram analisados qualitativamente e apresentados a seguir.

Para os leitores das descrições, cabe ressaltar que essas não fazem críticas a nenhum trabalho analisado. Mas sim, buscam, de acordo com a metodologia de pesquisa e objetivos traçados, reunir dados e organizá-los para subsidiar o mapeamento e, posteriormente, as conclusões deste trabalho.

### 4.2.1 Comunicação científica número 2 - Júnior (2007)

A CC intitulada como: "As concepções de professores do curso de Licenciatura em Matemática sobre o Ensino de Cálculo Diferencial e Integral" surge como uma pesquisa de caráter qualitativo, fundamentada nas perspectivas de pesquisa de Bogadan e Biklen (1994), e Boavida e Ponte (2002). É desenvolvida através da análise de uma série de entrevistas realizadas a um grupo de professores que ministram ou já ministraram a disciplina de CDI.

Durante o desenvolvimento das entrevistas do trabalho, surgiu como tema de debate o envolvimento da História do Cálculo como possibilidade de abordagem para o ensino. Em meio ao destaque, por parte do autor, da importância que esse tema ocupa para o Ensino de Cálculo e, citando Zúñiga (1987), foram realizadas as investigações acerca das respostas dos professores entrevistados.

Esses professores destacaram que a utilização da História do Cálculo aparece como motivação introdutória para a aula e tema de trabalhos. No entanto, grande parte dos entrevistados não abordam a História do CDI devido à falta de tempo. Os entrevistadores concluíram que a História do Cálculo em algum momento é utilizada como um recurso metodológico para o ensino de CDI.

No que diz respeito à utilização de métodos ou recursos que possibilitam o desenvolvimento dos conceitos de acordo com a intuição, o autor abre como tema de debate a abordagem de conceitos por meio de situações problema, embasados em Boavida (1992). O autor conclui que os professores utilizavam as situações problema como prática ou motivação no desenvolvimento do conteúdo.

O autor abre espaço em seu trabalho para a análise da utilização de tecnologia como recurso para o Ensino de Cálculo, apoiado sobre as pesquisas Dall'Anese (2000), Melo (2002), Souza Júnior (2000) concluindo que, entre os professores entrevistados, apenas dois utilizaram recursos tecnológicos.

Portanto, baseado nas análises descritas nos parágrafos anteriores, esse trabalho segue uma metodologia de pesquisa qualitativa. Apesar de demonstrar preocupação acerca de temas que permeiam a pesquisa deste trabalho, como História da Matemática e noções intuitivas de CDI, não foram desenvolvidas pesquisas com base nessas temáticas. Nessa CC não são apresentadas atividades didáticas sobre o CDI, não há interligação explícita com a Educação Básica, e não são apresentados recursos tecnológicos e manipulativos para fins pedagógicos do Ensino de Cálculo.

### 4.2.2 Comunicação científica número 9 - Escarlata e Giraldo (2007)

A CC intitulada como: "Uma investigação sobre a aprendizagem de Integral em turmas iniciais de Cálculo", desenvolve um trabalho com base numa metodologia de pesquisa quantitativa e qualitativa, através da análise de dados obtidos com a aplicação de um questionário.

No decorrer do trabalho é analisada a ligação direta dos conceitos de Integrais Definidas com seus aspectos visuais, sobre a perspectiva da teoria de imagem de conceito e definição de

conceito desenvolvida por Tall e Vinner (1981). Busca-se evidenciar a aproximação adequada do conceito de áreas com conceitos de Integrais Definidas.

No trabalho houve a proposta de uma atividade envolvendo Integrais Definidas. Porém, o objetivo da mesma não era em si uma proposta didática, mas sim uma proposta de questionário direcionada para a pesquisa desenvolvida.

Os autores destacaram uma possível proximidade do uso da teoria de Tall e Vinner através da associação de suas imagens com o uso de recursos de *softwares* gráficos, mas não utilizaram, de fato, tais recursos.

Com base nas descrições anteriores, o trabalho segue uma metodologia quantitativa e qualitativa, não emprega em nenhum momento uma abordagem histórica voltada para o ensino de CDI. Embora, mesmo que para fins de pesquisa, utilizou de conceitos intuitivos de Integrais Definidas. Além disso, não propôs nenhuma atividade que configurasse uma proposta de ensino, nem interligou conceitos intuitivos do CDI na Educação Básica e não aplicou recursos tecnológicos e manipulativos para o Ensino de Cálculo.

### 4.2.3 Comunicação científica número 16 - Reis e Sguerra (2010)

A CC intitulada: “Construção de objetos de aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral: O processo de produção na perspectiva da atividade de Design”, trata de um trabalho de pesquisa de caráter qualitativo baseado em Bogdan e Biklen, desenvolvida em meio a um projeto de Extensão ofertado para alunos de Licenciatura em Matemática.

O trabalho desenvolve sua pesquisa procurando analisar quais são os aspectos teóricos e metodológicos implícitos em meio ao desenvolvimento de um objeto de aprendizagem sobre o conteúdo do CDI, baseado na perspectiva de atividades de Design. Em meio à construção de um objeto de aprendizagem, podem surgir momentos com os quais o aluno que o produz se preocupe com aspectos diretamente teóricos de maneira a incentivar uma investigação. Porém, não se torna clara a intenção do uso de recursos intuitivos ligados aos conhecimentos do Cálculo, por parte dos alunos envolvidos, para o desenvolvimento dessa atividade.

O trabalho aparentemente procura evidenciar a utilização desse recurso de construção de objetos de aprendizagem, com uso de atividades de Design, como um ambiente de aprendizagem para o próprio construtor. Embora tenha sido feita uma análise teórica, numa pesquisa bibliográfica, a atividade possui foco para fins de pesquisa.

Foram utilizados os recursos tecnológicos do *software* Adobe Flash pelos alunos e pesquisadores envolvidos.

Logo, com base na análise dessa CC, tem-se que essa possui uma metodologia baseada numa pesquisa qualitativa, sem empregar abordagens históricas e sem há presença significativa de elementos que destacam o uso da intuição, por parte dos alunos, quanto ao conteúdo do CDI. Não há interligação de conceitos intuitivos do CDI com a Educação Básica e nem o enquadramento de uma proposta de atividade. E, por fim, utilizou-se nesse trabalho o *software* Adobe Flash.

#### 4.2.4 Comunicação científica número 17 - Rocha e Alves (2010)

A CC é intitulada: “Domínio de conhecimentos conceituais e critérios para a seleção de operadores na solução de problemas de Cálculo Diferencial Integral”. Desenvolve um estudo de caso através de uma análise qualitativa dos dados obtidos, com o uso do método “*thinking aloud*”, no qual o sujeito de pesquisa deve resolver o problema falando seus pensamentos em voz alta.

O trabalho possui como foco a pesquisa sobre os operadores utilizados por um sujeito durante o processo de resolução de problemas. Os estudos permeiam os aspectos procedimentais da resolução de problemas, baseado nas concepções de Anderson (1983) e (2004), Sternberg (1992) e (2000) e Alves (2009). Ainda que o foco do trabalho seja outro, há uma tímida abordagem, durante a atividade de pesquisa, que pode envolver aspectos intuitivos de conceitos de Limites. Porém, dentro da análise desenvolvida sobre o contexto do conteúdo do trabalho, aparentemente, não existe a explícita intenção dessa abordagem intuitiva.

Nesse trabalho há a presença de uma proposta de atividade desenvolvida para proporcionar os objetos de análise da pesquisa em questão.

Com base na análise supracitada, o trabalho apresenta uma metodologia de pesquisa de caráter qualitativo, voltada para o estudo de caso. Não emprega abordagens sobre a História do Cálculo, nem aplica noções intuitivas direcionadas aos conceitos do CDI. Além disso, não interliga as noções intuitivas do CDI à Educação Básica, não possui uma proposta de atividade, e nem utiliza recursos manipulativos e tecnológicos.

#### 4.2.5 Comunicação científica número 18 - Alves e Reis (2010)

A CC intitulada: “Ensino de Funções, Limites e Continuidade em ambientes educacionais informatizados: Uma proposta para cursos de Introdução ao Cálculo” apresenta uma metodologia de pesquisa qualitativa sobre aplicação de atividades que utilizam os recursos gráficos do *software* Geogebra.

O trabalho é desenvolvido inicialmente numa perspectiva de pesquisa bibliográfica, diante a utilização de Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC), como recursos auxiliares no processo de ensino aprendizagem de conceitos do CDI. Apresenta, através do uso da TIC, a possibilidade de criação de um ambiente digital manipulativo, que pode levar o aluno a fazer conjecturas sobre conceitos relacionados aos conteúdos de Funções, Limites e Continuidade.

Durante a pesquisa bibliográfica, fundamentada em Silva (1994), o autor cita algumas estratégias para auxiliar no ensino de CDI, e dentre elas consta a presença da História do Cálculo. Porém, no âmbito do trabalho analisado, nenhuma pesquisa sobre essa temática foi realizada.

Analisando as descrições presentes no trabalho, foi notada a menção sobre a elaboração de uma atividade para fins de pesquisa exploratória, mas sem a apresentação visual desse material.

Portanto, com base nos parágrafos acima, constatou-se que a metodologia de pesquisa utilizada foi qualitativa, sem empregar abordagens da História do Cálculo como recursos para o

ensino, embora exista a presença de recursos que sugerem o uso de noções intuitivas quanto aos conceitos do CDI. Além disso, não há interligação das noções intuitivas do CDI com a Educação Básica e não possui proposta de atividade. Por fim, aplica como recurso o *software* Geogebra.

#### 4.2.6 Comunicação científica número 34 - Viginheski et al. (2013)

A CC intitulada: “Livros texto de Cálculo e as tendências pedagógicas: Um estudo sobre o Conceito Função” surge como um trabalho de pesquisa bibliográfica sobre livros utilizados em cursos de Licenciatura em Matemática, como: Anton (2007), Guidorizzi (2008), Leithold (1994) e Swokowski (1994).

O trabalho é desenvolvido sobre a pesquisa de conceitos de funções em livros didáticos, com uma análise voltada para abordagem teórica, a contextualização e articulação entre os conteúdos. Procura observar as tendências pedagógicas dos livros em questão, apoiados sobre as concepções de Libâneo (2009) e Fiorentini (1995). Em meio a essa pesquisa, surge o assunto abordagem histórica sobre Funções, que aparece no livro do Anton, com a intenção de introduzir o conteúdo, ou seja, de caráter motivador. Quanto aos conceitos, através da análise das definições e algumas aplicações, se tornam claras as características procedimentais e mecânicas dos livros. Mas não são abertas discussões sobre a possibilidade da aparente perda de significado das noções intuitivas envolvidas.

Durante a análise do livro Leithold (1994), é mencionada a presença de conteúdos que fazem parte da Educação Básica, mas apenas demonstrando a preocupação do livro quanto aos pré-requisitos para o desenvolvimento do conteúdo de funções.

Quanto a recursos manipulativos ou tecnológicos, são apenas relatadas algumas possibilidades quanto ao uso de *softwares* computacionais como Maple, Mathematica e Derive no livro do Anton (2007).

Portanto, com base nas descrições anteriores, o trabalho utiliza a metodologia de pesquisa bibliográfica, sem empregar abordagens históricas, nem utilizar recursos que possibilitam o uso de noções intuitivas para o ensino de CDI. Além disso, não interliga noções intuitivas do CDI com conteúdos da Educação Básica e não propõe nenhuma atividade. Por fim, não aplica recursos manipulativos e tecnológicos.

#### 4.2.7 Comunicação científica número 35 - Silva et al. (2013)

A CC intitulada como: “O Cálculo no Ensino Médio: As Taxas de Variação e o Conceito de Derivada” apresenta a metodologia de pesquisa qualitativa, com a pesquisa realizada com um grupo de alunos do terceiro ano do Ensino Médio.

Nesse trabalho, apresenta-se uma discussão sobre a inserção de conceitos intuitivos do CDI no Ensino Médio, essa se dá através da utilização da metodologia de ensino de Resoluções de Problemas. Os conceitos são inseridos em meio ao conteúdo de Funções, procurando através do estudo de taxas de crescimento e decréscimo dar ênfase às noções intuitivas de Derivadas.

Além disto, ressalta, que vai de acordo com a proposta do PCNEM, seguindo uma abordagem contextualizada para o ensino dos conteúdos. No entanto, não são apresentadas abordagens históricas do CDI.

Há a presença de uma sequência didática baseada na Resolução de Problemas, com uma proposta de exercícios que envolvem conceitos de Derivadas inseridos no conteúdo do Ensino Médio.

O trabalho apresenta uma abordagem favorável à inserção de conceitos do CDI na Educação Básica. Procura sinalizar a importância da presença desses conteúdos no currículo do Ensino Médio e ressalta sua possibilidade de contextualização com o conteúdo de Física.

Foi utilizado na resolução de um dos exercícios apresentados, um applet desenvolvido no *software* Geogebra.

Com base nas descrições supracitadas, o trabalho segue a metodologia de pesquisa qualitativa, com utilização de noções intuitivas de conceitos do CDI, mas sem empregar abordagens sobre a História do Cálculo. Há interligação de conceitos intuitivos do CDI com a Educação Básica, com uma proposta de atividade e aplicação de recursos do *software* Geogebra.

#### **4.2.8 Comunicação científica número 41 - Rosa e Costa (2013)**

A CC é intitulada como: “Conceito Imagem e Conceito Definição no estudo de Limites de Funções Reais de uma variável”. O trabalho é desenvolvido através de uma metodologia de pesquisa bibliográfica sobre a perspectiva de Conceito Imagem e Conceito Definição, de Tall e Vinner.

No trabalho, estuda-se a utilização de Conceito Imagem e Conceito Definição no ensino e aprendizagem do conteúdo de Limites de funções de uma variável, refletindo sobre o desenvolvimento do pensamento matemático avançado. Nesse sentido, a teoria de Tall e Vinner é utilizada como ferramenta de análise de como os conceitos são constituídos na forma de pensar do aluno. Além disso, proporciona um instrumento que permite a sugestão de atividades ligadas a aspectos diretamente intuitivos dos conceitos de Limites de funções de uma variável, para então, possivelmente, apontar para um processo de aprendizagem mais significativo para o aluno.

Nesse trabalho é apresentado, como uma sugestão, no caso específico do conceito de Limites de funções de uma variável, em via de problematização para prática do ensino desses conceitos, uma abordagem que sugere o uso de problemas direcionados à História do Cálculo, com questões que permeiam o surgimento do conceito de Limites.

Não foram encontrados registros de proposta de atividades, nem de interligação de noções intuitivas de conceitos do CDI com a Educação Básica. Não há a utilização de recursos tecnológicos e manipulativos.

Portanto, com base nas análises descritas nos parágrafos anteriores, o trabalho segue a metodologia de pesquisa bibliográfica, utiliza de conceitos intuitivos do CDI e emprega abordagens sobre a História do Cálculo. Porém, não há interligação de noções intuitivas do

CDI com a Educação Básica. Além disso, não propõe nenhuma atividade e não aplica recursos manipulativos e tecnológicos.

#### **4.2.9 Comunicação científica número 43 - Mota et al. (2013)**

A CC é intitulada como: “Um estudo da produção escrita dos alunos em Limite e Derivada”. O trabalho surge com uso da metodologia de pesquisa qualitativa e quantitativa, sobre a análise dos erros de alunos em questões que envolvem Limites e Derivadas, ressaltando a não interferência dos pesquisadores quanto aos sujeitos de pesquisa, procurando destacar o foco na pesquisa diagnóstica.

O trabalho é desenvolvido através da análise de erros dos alunos sobre questões de Limites e Derivadas. Os autores desenvolveram categorias para a análise dos eventuais erros. Dentre essas categorias, encontra-se a categoria compreensão na ideia intuitiva do limite de uma função. Nela o autor, aparentemente, analisa os erros de acordo com a compreensão de ideais intuitivas do conceito de Limites. Mas não sugere uma utilização de aspectos intuitivos para acarretar uma aprendizagem significativa desses conceitos.

Nesse trabalho, constatou-se a presença da elaboração de uma atividade. Porém, essa atividade possui como objetivo a obtenção de dados para análise da pesquisa desenvolvida.

Não foram desenvolvidas discussões sobre a interligação de noções intuitivas de conceitos do CDI na Educação Básica. Além disso, não foram utilizados recursos manipulativos ou tecnológicos.

Contudo, o trabalho segue a metodologia de pesquisa qualitativa e quantitativa, não emprega abordagens sobre a História do Cálculo e não utiliza noções intuitivas para o ensino de CDI. Além disso, não há a interligação das noções intuitivas do CDI com a Educação Básica e nem propostas de atividades. Por fim, não são aplicados recursos manipulativos e tecnológicos.

#### **4.2.10 Comunicação científica número 49 - Moura (2016)**

A CC é intitulada como: “Exploração de articulações entre Cálculo e Álgebra Linear no curso de Licenciatura e seu potencial impacto nas concepções sobre a prática: Um estudo de caso”. Apresenta a metodologia de pesquisa qualitativa com base no registro de dados através da aplicação de uma atividade.

A pesquisa desenvolvida procura analisar as percepções de futuros professores, com base na análise dos mesmos, sobre a relação de Álgebra Linear com Cálculo, especificamente com os conteúdos de Funções e Geometria Analítica na perspectiva de ensino da Educação Básica. O trabalho busca reunir dados para fins de pesquisa, não desenvolvendo abordagens sobre a História do Cálculo, nem desenvolvendo uma possibilidade de uso de noções intuitivas para o ensino de CDI.

Constatou-se, na análise desse trabalho, a presença de atividades, sendo essas atividades para fins de coleta de dados da pesquisa desenvolvida. Além disso, proporciona uma organização

lógica para a discussão das questões pelos sujeitos de pesquisa.

Nesse trabalho há interligação de conteúdos do âmbito do CDI com a Educação Básica. Porém, aparentemente, não há a explícita intenção da abordagem voltada para as noções intuitivas desses conteúdos.

Não foram observadas as aplicações de recursos tecnológicos e manipulativos durante a análise desenvolvida sobre o trabalho.

Portanto, com base nas descrições acima, o trabalho segue a metodologia de pesquisa qualitativa, não emprega abordagens sobre a História do Cálculo e nem aplica noções intuitivas para o desenvolvimento do ensino do CDI. Além disso, não há interligação entre noções intuitivas do CDI com a Educação Básica, nem propostas de atividades. E, por fim, não são aplicados recursos tecnológicos e manipulativos.

#### **4.2.11 Comunicação científica número 53 - Ferreira et al. (2016)**

A CC é intitulada: “O movimento lógico histórico como possibilidade metodológica na formação do conceito de Cálculo Diferencial e Integral”. Surge como um estudo de caso, baseado numa metodologia de pesquisa qualitativa, sobre a possibilidade da utilização do movimento lógico-histórico como uma proposta teórico-metodológica para o ensino de CDI.

O trabalho desenvolve a pesquisa para reunir elementos que fundamentam a discussão sobre proposta de ensino com uso do movimento lógico-histórico. Destaca a elevada taxa de reprovação dos alunos que cursam a disciplina de CDI para justificar a procura de um processo de ensino que possa criar um ambiente propício à aprendizagem significativa dos seus conceitos. Os autores utilizaram referenciais teóricos que embasaram a proposta de um movimento de ensino-aprendizagem voltado para o uso metodológico de processos lógicos-históricos de conceitos do CDI. A utilização dessas abordagens pode estimular o desenvolvimento de noções intuitivas do ensino de CDI.

Para o desenvolvimento da pesquisa foram elaboradas atividades, porém seus objetivos permeiam o levantamento de dados para o processo de investigação.

Não foram constatadas interligações entre noções intuitivas dos conceitos do CDI com a Educação Básica. Além disso, não foram utilizados recursos manipulativos e tecnológicos no decorrer desse trabalho.

Contudo, o trabalho segue a metodologia de pesquisa qualitativa e emprega abordagens sobre a História do Cálculo para promover a aprendizagem das noções intuitivas do CDI, mas não interliga essas noções com a Educação Básica. Além disso, não há propostas de atividades e nem aplicação de recursos tecnológicos e manipulativos.

#### 4.2.12 Comunicação científica número 60 - Almeida (2016)

A CC é intitulada como: “Alunos, Professores e as Tecnologias Digitais no Cálculo I da Universidade Aberta do Brasil”. Esse trabalho surge para apresentar parte de uma pesquisa que se encontrava ainda em desenvolvimento, que aplica a metodologia qualitativa para análise dos dados.

No trabalho são apresentadas as fundamentações teóricas sobre o Ensino a Distância, para então desenvolver uma discussão que envolvam professores, alunos e tutores que utilizam dos recursos das tecnologias digitais para o ensino-aprendizagem do Cálculo, e quais papéis assumem e alternam durante as interações por esse meio. Não foram desenvolvidos estudos sobre a utilização de abordagens históricas para Ensino de Cálculo, nem há menção a noções intuitivas do CDI.

Não há propostas de atividades e em nenhum momento foi constatada a interligação de noções intuitivas do CDI com a Educação Básica.

Para fins de desenvolvimento da pesquisa, foram analisadas as interações dos alunos, professores e tutores, nos Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVA). Porém, feitas as análises, o AVA foi utilizado como um meio para interação e não como um recurso tecnológico manipulativo.

Portanto, o trabalho segue a metodologia de pesquisa qualitativa, não emprega abordagens sobre a História do Cálculo e não utiliza noções intuitivas para ensino de CDI. Além disso, não há a interligação de noções intuitivas do CDI com a Educação Básica e nem propostas atividades. E, por fim, não aplica recursos tecnológicos.

#### 4.2.13 Comunicação científica número 63 - Júnior e Reis (2016)

A CC é intitulada como: “Algumas contribuições de atividades exploratórias no conceito de Integral Definida”. Surge como um trabalho de pesquisa que utiliza a metodologia de pesquisa qualitativa, sobre a análise de dados coletados através de questionário, entregue posteriormente à aplicação de uma atividade que trabalha conceitos de integral definida com auxílio do *software* Geogebra.

O trabalho defende o uso do *software* Geogebra como um recurso que favorece o processo de ensino-aprendizagem, com uma abordagem voltada especificamente para o conteúdo de Integral Definida, dentro do âmbito do CDI. Com a utilização do *software* para a associação da imagem gráfica com os aspectos algébricos, somado a seus recursos manipulativos, a interligação do conceito de Integral Definida ao seu significado quanto a área se torna explícito, podendo criar um ambiente para o processo de aprendizagem significativo para aluno. De certa forma, entra de acordo com a utilização de noções intuitivas no âmbito do ensino de CDI. Porém, não foram feitas menções a abordagens sobre a Histórica do Cálculo.

No trabalho, encontra-se o modelo de uma atividade exploratória aplicada, e posteriormente analisadas as opiniões dos alunos, a respeito da mesma, expressas por meio de um

questionário.

Nesse trabalho foram utilizados os recursos tecnológicos no desenvolvimento de uma atividade proposta. Além disso, ressalta a sugestão de sua utilização para oferecer um ambiente de aprendizagem significativa ao aluno.

Portanto, o trabalho segue a metodologia de pesquisa qualitativa, com aplicação de noções intuitivas para o ensino de CDI, mas sem empregar abordagens históricas e nem interligar com a Educação Básica. Por fim, existe uma proposta de modelo de atividade onde são utilizados os recursos tecnológicos do *software* Geogebra.

#### **4.2.14 Comunicação científica número 67 - Bastos e Pagani (2016)**

A CC é intitulada como: “Resolução de Problemas aplicados a Derivadas: Proposta metodológica utilizando a análise de erros”. Surge como uma pesquisa qualitativa desenvolvida em uma turma do segundo ano do Ensino Médio integrado ao Técnico do curso de Mecânica.

Nesse trabalho são apresentados os conteúdos referentes a Derivadas através da utilização da Resolução de Problemas como metodologia de ensino-aprendizagem. Apesar do uso dessa metodologia poder levar o aluno a construir seu próprio conhecimento, não aparece de forma clara como se dão os estabelecimentos desses conhecimentos para a análise de sua relação com noções intuitivas do CDI. Ainda, somado com a utilização da perspectiva da análise de erros, o foco do trabalho parece apontar para a procura de defasagem de conteúdos prévios que os alunos possam apresentar. Com isso, possibilita ao professor, junto dos alunos, uma reflexão sobre esses erros, para possivelmente promover correção das lacunas que surgirem.

Não são apresentadas discussões que defendam a utilização de abordagens sobre a História do Cálculo para auxiliar em seu ensino, apesar de utilizar de fatos históricos relacionados à História da Matemática para iniciar sua argumentação sobre a Resolução de Problemas no contexto do desenvolvimento da Matemática.

Apesar do conteúdo de Derivadas ser apresentado para os alunos do Ensino Médio, nesse caso integrado ao curso Técnico em Mecânica. Conclui-se que esse conteúdo se encontra em seu currículo por se tratar de um conceito indispensável para o curso Técnico em questão, não se enquadrando em uma proposta de inserção de noções intuitivas do CDI no contexto do Ensino Médio regular e, em consequência, na Educação Básica.

Há uma proposta de atividade, porém utilizada para os fins de pesquisa do trabalho. Além disso, não foram constatados a utilização de recursos manipulativos ou tecnológicos no desenvolvimento desse trabalho.

Portanto, o trabalho segue a metodologia de pesquisa qualitativa, não aplica noções intuitivas dos conceitos do CDI, nem as interliga com a Educação Básica e não emprega abordagens sobre sua história. Por fim, não há propostas de atividades e nem aplicação de recursos manipulativos e tecnológicos.

### 4.3 ANÁLISE QUANTITATIVA E QUALITATIVA DAS CC SELECIONADAS

Nesta subseção, apresenta-se uma tabela que reúne dados que foram retirados das avaliações qualitativas individuais de cada CC selecionada. Após sua apresentação, é descrita a análise quantitativa dos dados obtidos. Tal avaliação buscou atingir os objetivos traçados por este trabalho, bem como subsidiar as considerações finais que seguem a este Trabalho de Conclusão de Curso (TCC).

| Número do artigo | Metodologia de Pesquisa              | Utiliza História ou Intuição | Propõe atividades | Interliga com Educação Básica | Recursos tecnológicos ou manipulativos |
|------------------|--------------------------------------|------------------------------|-------------------|-------------------------------|--|
| 2                | Pesquisa Qualitativa                 | Não                          | Não               | Não                           | Nenhum                                 |
| 9                | Pesquisa Qualitativa e Quantitativa  | Intuição                     | Não               | Não                           | Nenhum                                 |
| 16               | Pesquisa Qualitativa                 | Não                          | Não               | Não                           | Software Adobe Flash                   |
| 17               | Pesquisa Qualitativa                 | Não                          | Não               | Não                           | Nenhum                                 |
| 18               | Pesquisa Qualitativa                 | Intuição                     | Não               | Não                           | Software Geogebra                      |
| 34               | Pesquisa Bibliográfica               | Não                          | Não               | Não                           | Nenhum                                 |
| 35               | Pesquisa Qualitativa                 | Intuição                     | Sim               | Sim                           | Software Geogebra                      |
| 41               | Pesquisa Bibliográfica               | História e Intuição          | Não               | Não                           | Nenhum                                 |
| 43               | Pesquisa Qualitativa e Quantitativa  | Não                          | Não               | Não                           | Nenhum                                 |
| 49               | Pesquisa Qualitativa                 | Não                          | Não               | Não                           | Nenhum                                 |
| 53               | Pesquisa Bibliográfica e Qualitativa | História e Intuição          | Não               | Não                           | Nenhum                                 |
| 60               | Pesquisa Qualitativa                 | Não                          | Não               | Não                           | Nenhum                                 |
| 63               | Pesquisa Qualitativa                 | Intuição                     | Sim               | Não                           | Software Geogebra                      |
| 67               | Pesquisa Qualitativa                 | Não                          | Não               | Não                           | Nenhum                                 |

Figura 9 – Tabela para análise geral.

Ao todo, nessa etapa da pesquisa, foram analisados 14 CC, compostas por 12 CC na área da Licenciatura em Matemática, o que representa aproximadamente 85,7% do total. E 2 CC, aproximadamente 14,3%, que foram desenvolvidas na área do Ensino Médio.

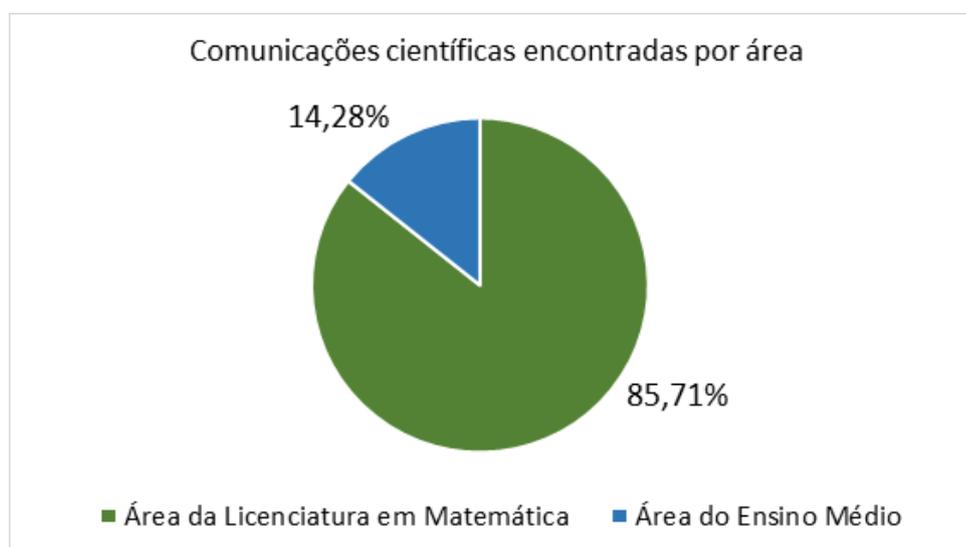


Figura 10 – Gráfico de setor 1

No que diz respeito ao desenvolvimento de trabalho utilizando abordagens da História do CDI e/ou Intuição (noções intuitivas), tem-se os seguintes resultados: 28,57% utilizaram apenas a Intuição; 14,28% utilizaram abordagens sobre a História e Intuição; 57,14% não utilizaram abordagens sobre a história e intuição. Não foram observadas CC que abordam apenas a História do CDI.

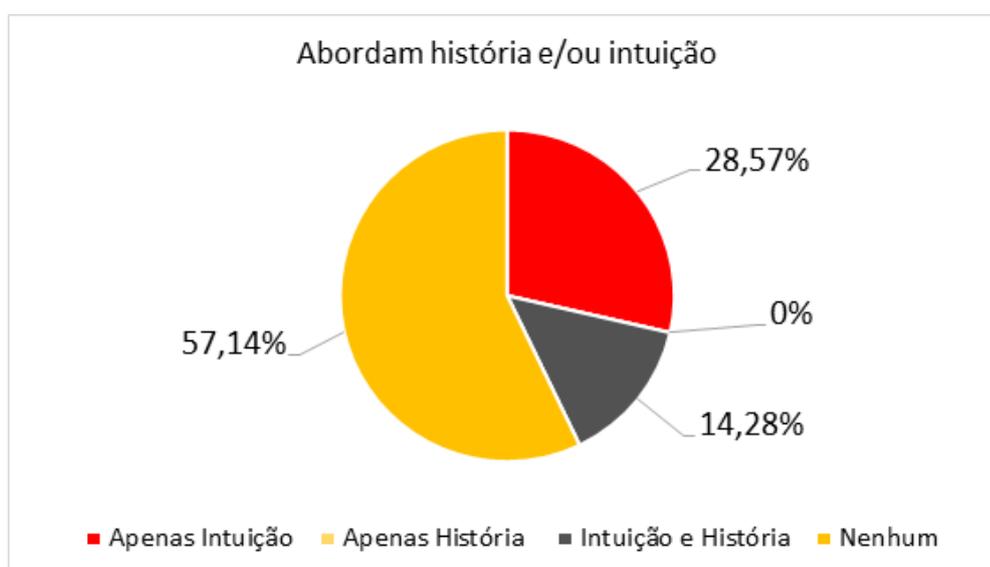


Figura 11 – Gráfico de setor 2

Sobre CC que propuseram atividades didáticas, tem-se os seguintes resultados: 85,71% não propuseram atividades de ensino de CDI. Enquanto, 14,28% propuseram atividades.



Figura 12 – Gráfico de setor 3

A respeito da interligação com a Educação Básica são apresentados dois tratamentos: um sobre a área de Licenciatura em Matemática e o outro sobre a área do Ensino Médio.

Das 12 CC da área da Licenciatura em Matemática, nenhuma promoveu argumentação sobre a inserção de conteúdos do CDI na Educação Básica.



Figura 13 – Gráfico de setor 4

Já nas CC desenvolvidas no campo do Ensino Médio, das 2 CC, uma apresentou argumentação favorável à inserção especificamente no Ensino Médio, mas não foram verificadas propostas de inserção de noções intuitivas do CDI no Ensino Fundamental.

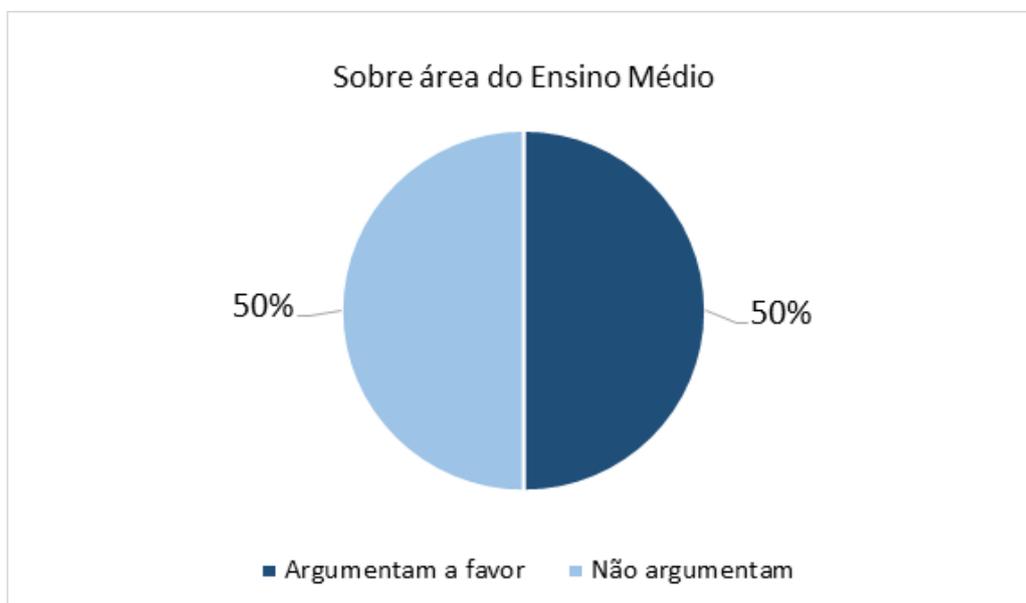


Figura 14 – Gráfico de setor 5

Sobre a utilização de recursos manipulativos ou tecnológicos, encontrou-se que: 28,57% utilizaram de recursos tecnológicos, enquanto 71,42% não utilizaram tais recursos.

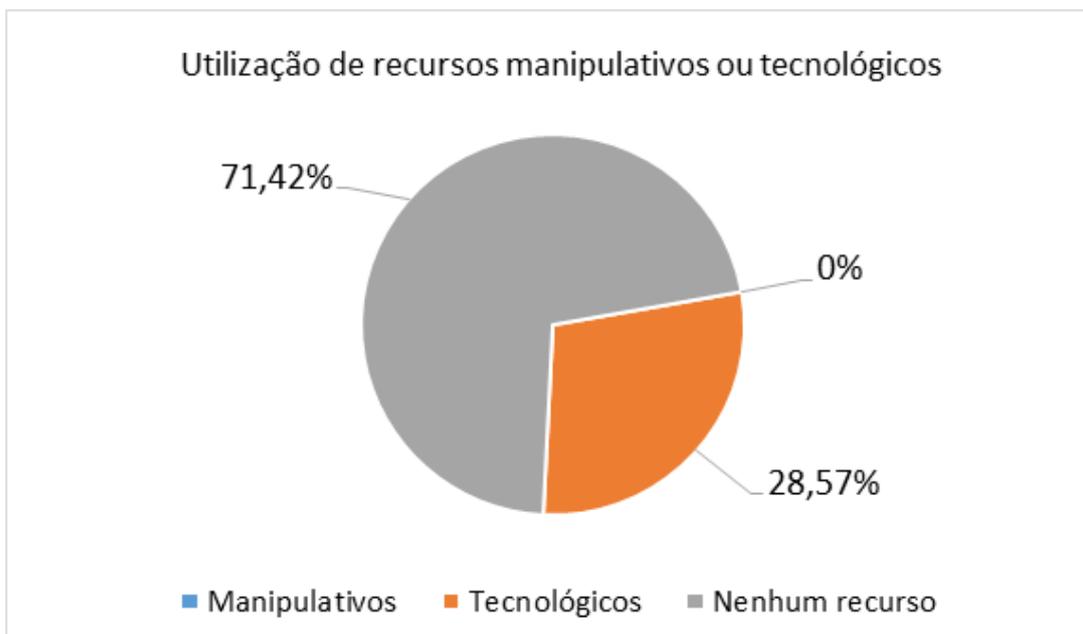


Figura 15 – Gráfico de setor 6

Dentre os trabalhos que utilizaram recursos tecnológicos 75% deles usaram o *software* Geogebra, enquanto os demais 25%, usaram *software* Adobe Flash.

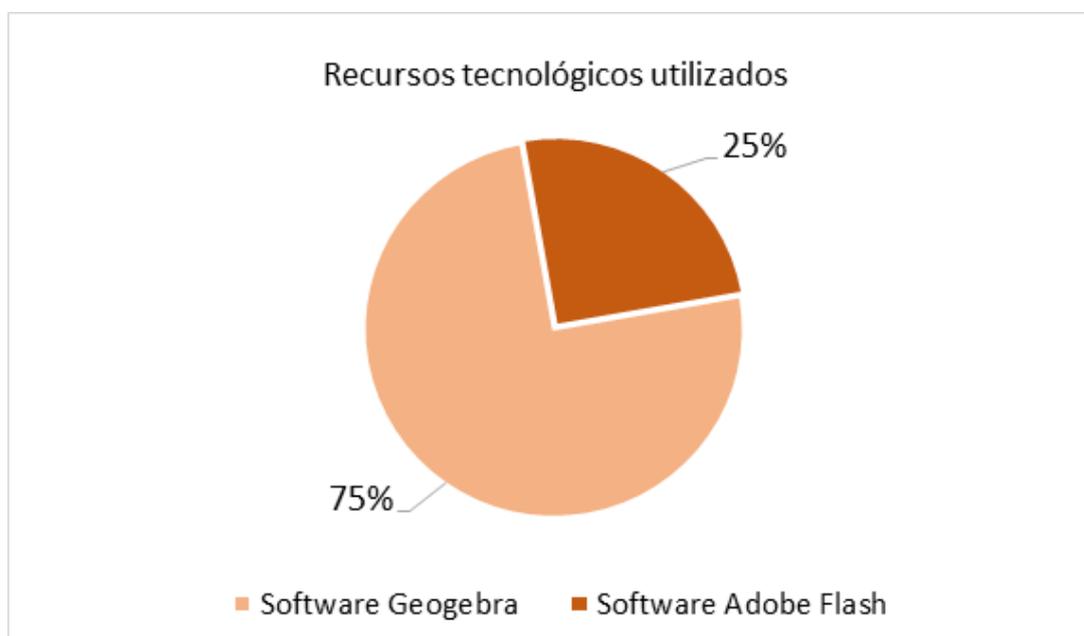


Figura 16 – Gráfico de setor 7

Após esta descrição quantitativa é possível realizar algumas inferências acerca dos dados encontrados. Em um primeiro momento, verifica-se que a dicotomia entre o rigor e a intuição, descritos no capítulo de História do CDI, estão presentes na maioria dos trabalhos avaliados.

Com relação aos aspectos ao formalismo e a prática, verificou-se que a maioria dos trabalhos estão preocupados com discussões teóricas e poucos propõem sequências didáticas, sejam elas com foco na metodologia ou no conteúdo. Tal condição é descrita no capítulo sobre ensino do CDI.

Em relação à utilização de recursos para o ensino do CDI, que podem desenvolver noções intuitivas do Cálculo, bem como propiciar um ambiente favorável a discussão de conceitos e a reflexão de novos níveis de rigor. A utilização de recursos tecnológicos podem representar um ambiente de investigação de regularidades e generalização de ideias que são tão importantes para o ensino de Cálculo.

Sobre a perspectiva da tecnologia, dentro da atualidade, destaca-se que a mesma é imprescindível na construção dos conceitos figurais, algébrico e aritmético. Uma abordagem didático-metodológica dessa magnitude, associadas a problemas de origens históricas, representam espaços complexos, onde a intuição e o rigor são ferramentas na busca de uma aprendizagem com significado e de capacidade aplicativa.

Aqui cumpre-se o objetivo [9] descrito na introdução deste trabalho.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo principal dessa pesquisa era criar um mapeamento do que foi produzido em relação ao ensino de CDI dentro dos últimos dez anos do ENEM, o que foi plenamente atendido. Em relação às CC, buscava-se encontrar trabalhos que realizassem argumentações sobre a inserção de noções intuitivas do CDI na Educação Básica, através da elaboração de atividades que contextualizassem esses conceitos com momentos históricos, que se relacionam com os conteúdos já presentes no currículo mínimo do Ensino Médio ou do Ensino Fundamental. No entanto, não foram verificadas pesquisas nesse âmbito, o que inviabilizou uma análise mais profunda sobre essa temática.

Baseados no desenvolvimento da pesquisa e das análises quantitativas e qualitativas, verificou-se a predominância de CC na abordagem intuitiva. No entanto, a abordagem quase sempre está desprovida dos fundamentos históricos que a conceberam, o que revela certa falta de contexto de algumas propostas.

Sobre a produção de propostas de atividades didáticas, os dados apontam que poucos trabalhos se preocuparam com a produção de atividades para CDI, o que indica a necessidade de novas pesquisas em busca da interligação de saberes da matemática superior e aquela praticada na Educação Básica.

O tratamento em separado das análises da área da Licenciatura em Matemática e da área do Ensino Médio buscou a interligação com a Educação Básica. A preocupação apresentada na formação de professores de matemática não se reflete na mesma proporção na Educação Básica. Se por um lado há a preocupação na formação de conceitos do CDI na licenciatura, tal fato não acontece na mesma proporção na interligação com conceitos fundamentais da Educação Básica, o que representa certo antagonismo no processo.

A respeito da Licenciatura em Matemática, concluiu-se que ainda não estão à disposição literaturas no ENEM que reforcem, na formação de professores de Matemática, um trabalho voltado para a inserção de noções intuitivas do CDI na Educação Básica.

Por fim, constatou-se ser conveniente a introdução de novos recursos para o ensino do CDI, para além do livro e do quadro didáticos. Cabe salientar aqui que a sequência de Cauchy-Weierstrass quase sempre é o único modelo processual adotado, o que dificulta a adoção de aspectos intuitivos e históricos no contexto do ensino de CDI.

Após essa análise, verifica-se a necessidade de novas pesquisas no campo de ensino do CDI, bem como o desenvolvimento de sequências didáticas que apresentem explicitamente a impregnação entre conceitos de matemática básica e do CDI. Verifica-se, ainda, a importância de pesquisas que detectem as situações e problemas históricos que desencadearam a reflexão de conceitos do CDI e a adaptação dos mesmos para práticas nas licenciaturas e sua inserção em atividades didáticas de professores de matemática da Educação Básica.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, H. R. F. L. de. As ferramentas da Educação a Distância como suporte as aulas presencias de Cálculo 1. **Anais do XI ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba**, 2013. Citado na página 79.

ALMEIDA, H. R. F. L. de. Alunos, professores e as tecnologias digitais no Cálculo I da Universidade Aberta do Brasil. **Anais do XII ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo**, 2016. Citado 3 vezes nas páginas ix, 42 e 80.

ALMEIDA, M. V. de; IGLIORI, S. B. C. Um estudo sobre a aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral na perspectiva de David Tall. **Anais do XI ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba**, 2013. Citado na página 79.

ALVES, D. O.; REIS, F. d. S. Ensino de Funções, Limites e Continuidade em ambientes educacionais informatizados: Uma proposta para cursos de Introdução ao Cálculo. **Anais do X ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Salvador**, 2010. Citado 3 vezes nas páginas ix, 37 e 78.

BARROSO, N. M. C.; SOARES, J. M.; LIMA, L.; MOTA, J. C. M.; NETO, H. B. Uma Sequência de ensino para a introdução do conceito de Integral de Riemann. **Anais do IX ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Belo Horizonte**, 2007. Citado na página 78.

BASTOS, A. S. A. M.; PAGANI, r. M. L. Resolução de Problemas aplicados a Derivadas: Proposta metodológica utilizando a análise de erros. **Anais do XII ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo**, 2016. Citado 3 vezes nas páginas ix, 43 e 80.

BATISTA, S. C. F. Fórum On-line no Ensino de Cálculo: Uso de abordagem histórica. **Anais do XI ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba**, 2013. Citado na página 79.

BIANCHINI, B. L.; ARAKAKI, J.; PUGA, L. Z. Ferramentas de auxílio ao Ensino de Cálculo de áreas por aproximações numéricas. **Anais do IX ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Belo Horizonte**, 2007. Citado na página 78.

BRANDÃO, A. K. D. C.; SANTANA, E. R. d. S. A importância da oralidade no processo de aprendizagem da Integral Definida, sob a perspectiva da Semiótica Peirceana. **Anais do XII ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo**, 2016. Citado na página 80.

BREUNIG, R. T.; NEHRING, C. M. A passagem da Matemática da Educação Básica para o Ensino Superior - Concepção inicial de função por alunos de Cálculo. **Anais do XI ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba**, 2013. Citado na página 79.

BREUNIG, R. T.; NEHRING, C. M. Prática docente e o conceito de Limite em cursos de Engenharia – Coordenação de registros de representação. **Anais do XII ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo**, 2016. Citado na página 80.

CAMARGO, V. L. V. de. A invenção do mapa de Mercator no séc. XVI: Subsídios históricos para o Ensino de Cálculo. **Anais do X ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Salvador**, 2010. Citado na página 78.

CAMPOS, R. P. O Teorema Fundamental do Cálculo e a sua abordagem em livros didáticos à luz da teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. **Anais do IX ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Belo Horizonte, 2007.** Citado na página 78.

DAVID, M. M. M.; MOREIRA, P. C. **Formação matemática do professor: licenciatura e prática docente escolar.** [S.l.]: Autêntica, 2013. Citado na página 1.

DESSBESEL, R. d. S.; ARAÚJO, M. S. T. de. Percepções dos alunos da Engenharia Florestal acerca do Ensino de Cálculo realizado na UTFPR-DV. **Anais do XII ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo, 2016.** Citado na página 80.

ESCARLATE, A. d. C.; GIRALDO, V. A. Uma investigação sobre a aprendizagem de Integral em turmas iniciais de Cálculo. **Anais do IX ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Belo Horizonte, 2007.** Citado 3 vezes nas páginas ix, 35 e 78.

ESCHER, M. A.; MISKULIN, R. G. S.; SILVA, C. R. M. da. Reflexões sobre a prática docente em atividades exploratório-investigativa em uma aula de Cálculo Diferencial I. **Anais do IX ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Belo Horizonte, 2007.** Citado na página 78.

EVES, H. **Introdução à história da matemática/Howard Eves; tradução: Hygino H. Domingues.** [S.l.: s.n.], 2004. Citado 4 vezes nas páginas 5, 7, 9 e 12.

FARIAS, M. M. d. R.; MISKULIN, R. G. S. As representações matemáticas em uma perspectiva Semiótica. **Anais do X ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Salvador, 2010.** Citado na página 78.

FERRAZ, A. G.; GITIRANA, V. Uma análise do esboço de gráficos de Função em livros textos de Cálculo Diferencial e Integral. **Anais do IX ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Belo Horizonte, 2007.** Citado na página 78.

FERREIRA, C. A.; SANTOS, A. P. C.; SILVA, M. M. da; NASCIMENTO, P. A. S. do. O movimento lógico histórico como possibilidade metodológica na formação do conceito de Cálculo Diferencial e Integral. **Anais do XII ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo, 2016.** Citado 3 vezes nas páginas ix, 41 e 80.

FERREIRA, D. d. J.; ALVARENGA, K. B.; ALMEIDA, R. N. de. Principais erros algébricos dos alunos recém ingressos em uma Universidade Pública no Agreste e Sertão Sergipano. **Anais do X ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Salvador, 2010.** Citado na página 79.

FONSECA, M. O. d. S. da; TREVISAN, A. L. Caracterização e encaminhamento de tarefas matemáticas em aulas de Cálculo Diferencial e Integral. **Anais do XII ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo, 2016.** Citado na página 80.

GOUVEIA, C. A. A.; MISKULIN, R. G. S. A análise Semiótica no contexto da Educação Matemática: Atividades exploratório-investigativas em Cálculo Diferencial e Integral. **Anais do X ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Salvador, 2010.** Citado na página 78.

GRANDE, A. L. A Intuição segundo Poincaré e o Princípio de Cavalieri na resolução de algumas questões relacionadas ao Cálculo. **Anais do XI ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba, 2013.** Citado na página 79.

GRANDE, A. L. O ensino do Teorema Fundamental do Cálculo envolvendo o pensamento intuitivo e visual. **Anais do XII ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo**, 2016. Citado na página 80.

GRATTAN-GUINNESS, I. O que foi e o que deveria ser o cálculo. **Zetetiké**, v. 5, n. 7, p. 69–94, 1997. Citado na página 16.

JESUS, M. A. S. de; TESTANI, G. B. As atitudes em relação à Matemática e o desempenho em Cálculo Diferencial e Integral na variável complexa. **Anais do XII ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo**, 2016. Citado na página 79.

JÚNIOR, A. T. As concepções de professores do curso de Licenciatura em Matemática sobre o Ensino de Cálculo Diferencial e Integral. **Anais do IX ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Belo Horizonte**, 2007. Citado 3 vezes nas páginas ix, 35 e 78.

JÚNIOR, J. C. M.; REIS, F. d. S. Algumas contribuições de atividades exploratórias no conceito de Integral Definida. **Anais do XII ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo**, 2016. Citado 3 vezes nas páginas ix, 42 e 80.

JOVER, R. S. R. Cálculo Diferencial: Uma experiência de Ensino utilizando os aplicativos Geogebra e Graphmatica. **Anais do XI ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba**, 2013. Citado na página 79.

JUNIOR, P. C. E. R.; CARVALHO, T. M. M. de; CARIELLO, D. Aplicações de Cálculo Diferencial às Ciências Naturais e Humanas: Exercícios de reflexão e curiosidades. **Anais do X ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Salvador**, 2010. Citado na página 78.

KESSLER, M. C. Hipertexto: Um auxílio no processo de ensino-aprendizagem do Cálculo Diferencial. **Anais do X ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Salvador**, 2010. Citado na página 78.

LEME, J. d. C. M.; IGLIORI, S. B. C. Representações da Derivada e a aprendizagem. **Anais do XII ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo**, 2016. Citado na página 80.

LIMA, G. L. de. O Ensino do Cálculo no Brasil: Breve retrospectiva e perspectivas atuais. **Anais do XI ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba**, 2013. Citado 9 vezes nas páginas 18, 19, 20, 21, 22, 23, 25, 26 e 79.

LIMA, G. L. de; SILVA, B. A. da. A trajetória da disciplina inicial de Cálculo no curso de Matemática da USP de 1934 a 1994. **Anais do X ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Salvador**, 2010. Citado na página 78.

LUZ, V. M. da; SANTOS, n. R. dos. Associando Pesquisa e Intervenção em uma disciplina de Introdução ao Cálculo. **Anais do XI ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba**, 2013. Citado na página 79.

MATEUS, P.; DIAS, M. A. Pesquisas que utilizam um “Software” Educativo para a introdução ao Cálculo Diferencial e Integral. **Anais do XI ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba**, 2013. Citado na página 79.

MESSIA, M. A. d. V. F.; BRANDEMBERG, J. C. A (não) existência do Limite de uma Função: Uma análise sobre as imagens conceituais de estudantes em um curso de Cálculo. **Anais do XII ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo, 2016.** Citado na página 80.

MIQUELINO, L. H.; RESENDE, M. R. As Tecnologias de Informação e Comunicação e o desenvolvimento profissional do professor de Cálculo. **Anais do XI ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba, 2013.** Citado na página 79.

MIRANDA, G. A. de. Um caso (insubordinado) no Ensino de Cálculo em princípios do Século XX: O Calculus Made Easy. **Anais do XII ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo, 2016.** Citado na página 80.

MOMETTI, A. L.; LEANDRO, E. J. Argumentos e metáforas sobre o Infinito no Ensino de Cálculo. **Anais do XII ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo, 2016.** Citado na página 79.

MORAES, M. S. F. de; MENDES, M. J. d. F. Obstáculos Epistemológicos relativos ao conceito de Limite de Função. **Anais do XII ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo, 2016.** Citado na página 80.

MOREIRA, P. C. O Conhecimento Matemático do Professor: formação na licenciatura e prática docente na escola básica. UFMG, 2004. Citado 5 vezes nas páginas 1, 2, 5, 27 e 28.

MORETTI, M. T.; LUIZ, L. d. L. O uso de tabelas de unidades básicas e tecnologias como alternativa para o estudo de esboço de curvas no Ensino Superior. **Anais do X ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Salvador, 2010.** Citado na página 78.

MOTA, T. B.; JUCÁ, R. S.; VOGADO, G. E. R. Um estudo da produção escrita dos alunos em Limite e Derivada. **Anais do XI ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba, 2013.** Citado 3 vezes nas páginas ix, 40 e 79.

MOURA, M. K. G. Exploração de articulações entre Cálculo e Álgebra Linear no curso de Licenciatura e seu potencial impacto nas concepções sobre a prática: Um estudo de caso. **Anais do XII ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo, 2016.** Citado 3 vezes nas páginas ix, 40 e 80.

NASCIMENTO, C. H. d. S.; LOPES, D. O.; TEIXEIRA, P. C. M. Utilização do software Maple no problema de Cálculo: Modelagem Matemática de um Volume de Revolução. **Anais do XI ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba, 2013.** Citado na página 79.

PASCOAL, J. U. M. M. Um breve estudo sobre a utilização do Cálculo Diferencial e Integral na Educação Básica de Jaguaruana-CE. 2014. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 28.

PATERLINI, R. R. Os "Teoremas" de Cavalieri. **Revista do Professor de Matemática**, n. 72, p. 2o, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 10 e 11.

PEDROSO, L. W.; BÚRIGO, E. Z. A construção do conceito de Função por estudantes de Cálculo. **Anais do IX ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Belo Horizonte, 2007.** Citado na página 78.

PINHEIRO, J. M. L.; JUNIOR, L. C. L. Uma experiência com o Cálculo Integral em um ambiente informatizado de aprendizagem. **Anais do XII ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo, 2016.** Citado na página 80.

PIRES, L. F. R.; ESCHER, M. A. Uma nova técnica de fazer operações matemáticas por meio de máquinas: O que os professores de Cálculo Diferencial e Integral pensam sobre isso? **Anais do XII ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo, 2016.** Citado na página 80.

QUEIROZ, R. T. U.; QUEIROZ, R. R. U. Utilização de um software para a verificação da Derivada de algumas Funções de relativa complexidade de demonstração. **Anais do XII ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo, 2016.** Citado na página 80.

RAFAEL, R. C.; ESCHER, M. A. Redução da não aprovação em Cálculo: Intervenções realizadas por Universidades Públicas e Privadas. **Anais do XII ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo, 2016.** Citado na página 80.

REIS, E. L. dos; SGUERRA, R. G. Construção de objetos de aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral: O processo de produção na perspectiva da atividade de Design. **Anais do X ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Salvador, 2010.** Citado 3 vezes nas páginas ix, 36 e 78.

REIS, F. d. S.; JÚNIOR, J. C. M. As contribuições da visualização proporcionada pelo Geogebra à aprendizagem de Funções Derivadas em Cálculo I. **Anais do XII ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo, 2016.** Citado na página 79.

REZENDE, W. M. **O ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica.** Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2003. Citado 12 vezes nas páginas 4, 5, 6, 8, 12, 13, 14, 15, 16, 25, 26 e 27.

RICHIT, A. Tecnologias Digitais e formação continuada do professor de Cálculo Diferencial e Integral: Interações em um ambiente virtual de aprendizagem. **Anais do XI ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba, 2013.** Citado na página 79.

RIOS, P. P. S.; VIEIRA, A. R. L. Reflexões a partir do erro nas avaliações de Cálculo Diferencial e Integral. **Anais do XII ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo, 2016.** Citado na página 80.

ROCHA, M. C.; ALVES, r. V. Domínio de conhecimentos conceituais e critérios para a seleção de operadores na solução de problemas de Cálculo Diferencial Integral. **Anais do X ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Salvador, 2010.** Citado 3 vezes nas páginas ix, 37 e 78.

ROQUE, T. **História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas.** [S.l.]: Zahar, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 12 e 24.

ROSA, H. A. D. da; COSTA, P. G. B. da. Conceito Imagem e Conceito Definição no estudo de Limites de Funções Reais de uma variável. **Anais do XI ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba, 2013.** Citado 3 vezes nas páginas ix, 39 e 79.

SANTOS, D. M. d. M.; PINTO, G. M. d. F.; SOUZA, I. d. A.; FÉLIX, L. V. Atividades de tutoria: Uma alternativa ao fracasso em Cálculo Diferencial e Integral. **Anais do XII ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo, 2016.** Citado na página 79.

SCHERER, S.; LOPES, V. R. Tecnologia, Comunicação e Educação a Distância: Uma estética para materiais didáticos de Cálculo I. **Anais do XII ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo, 2016.** Citado na página 80.

SCHMITT, M.; BEZERRA, R. C. Uma análise de discurso: Discutindo as respostas dos alunos num curso Pré-Cálculo. **Anais do X ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Salvador**, 2010. Citado na página 79.

SCUCUGLIA, R. Investigando o Teorema Fundamental do Cálculo com calculadoras gráficas. **Anais do IX ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Belo Horizonte**, 2007. Citado na página 78.

SILVA, C. C.; ANDRADE, A. P. R. de; AZEVEDO, C. L. V. R. O Cálculo no Ensino Médio: As Taxas de Variação e o Conceito de Derivada. **Anais do XI ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba**, 2013. Citado 3 vezes nas páginas ix, 38 e 79.

SILVA, E. M. da. O currículo em movimento: Uma aproximação entre as disciplinas Cálculo Diferencial e Integral e Mecânica dos Fluídos no curso de Manutenção Industrial. **Anais do XII ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo**, 2016. Citado na página 80.

SILVA, J. P. da. Aprender Cálculo I para os estudantes de Engenharia: Uma discussão em termos da teoria da relação com o saber. **Anais do XII ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo**, 2016. Citado na página 80.

SOARES, G. A.; PAULA, M. R. de. O uso do Team Based Learning no Ensino de Cálculo III. **Anais do XII ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo**, 2016. Citado na página 80.

SOUZA, F. E. de; SILVA, B. A. da. Conhecimentos de estudantes universitários sobre o conceito de Integral. **Anais do IX ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Belo Horizonte**, 2007. Citado na página 78.

SOUZA, F. P. de; MESQUITA, A. M. de. A utilização do Software Maple no ensino do Cálculo Diferencial e Integral I com aplicações na Química. **Anais do XI ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba**, 2013. Citado na página 79.

VAZ, I. d. C. O trabalho com os conceitos de Limite, Derivada e Integral por professores de Matemática e disciplinas tecnológicas em cursos de Engenharia. **Anais do XI ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba**, 2013. Citado na página 79.

VAZ, I. d. C.; LAUDARES, J. B. O ensino dos conceitos Limite, Derivada e Integral, por professores de Matemática e de disciplinas específicas em cursos de Engenharia. **Anais do X ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Salvador**, 2010. Citado na página 78.

VIEIRA, A. R. L.; ALVES, r. V. Mapas conceituais como elementos potencializadores da aprendizagem significativa de Cálculo Diferencial e Integral. **Anais do XII ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo**, 2016. Citado na página 80.

VIGINHESKI, L. V. M.; SILVA, S. d. C. R. da; SHIMAZAKI, E. M. Livros texto de Cálculo e as tendências pedagógicas: Um estudo sobre o Conceito Função. **Anais do XI ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba**, 2013. Citado 3 vezes nas páginas ix, 38 e 79.

ÁVILA, G. S. d. S. **Várias faces da matemática: tópicos para licenciatura e leitura em geral**. 2<sup>a</sup>. ed. [S.l.]: Blucher, 2010. Volume único. Citado 3 vezes nas páginas 25, 27 e 28.

WROBEL, J. S.; ZEFERINO, M. V. C.; CARNEIRO, T. C. J. Ensino de Cálculo Diferencial e Integral na última década do ENEM: Uma análise usando o Alceste. **Anais do XI ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba**, 2013. Citado na página 79.

ZEFERINO, M. V. C.; WROBEL, J. S.; CARNEIRO, T. C. J. Cálculo Diferencial e Integral no ENEM: Um mapa da produção científica na última década. **Anais do XI ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba**, 2013. Citado na página 79.

## Apêndices

## APÊNDICE A – TABELAMENTO INICIAL

| <b>Número - 1</b>       |   |
|-------------------------|---|
| <b>Título</b>           | A construção do conceito de Função por estudantes de Cálculo                |
| <b>Autor(es)</b>        | Leonor Wierzynski Pedroso e Elisabete Zardo Búrigo                          |
| <b>Conteúdo</b>         | Pesquisa e análise sobre os conhecimentos dos alunos relacionados a Funções |
| <b>Área</b>             | Não especificada  |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, de campo, estudo de caso                            |
| <b>Ano</b>              | 2007  |

| <b>Número - 2</b>       |  |
|-------------------------|--|
| <b>Título</b>           | As concepções de professores do curso de Licenciatura em Matemática sobre o Ensino de Cálculo Diferencial e Integral |
| <b>Autor(es)</b>        | Armando Traldi Júnior  |
| <b>Conteúdo</b>         | Pesquisa e análise sobre as percepções de professores de Cálculo Diferencial e Integral                              |
| <b>Área</b>             | Licenciatura em Matemática   |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, de campo, qualitativa  |
| <b>Ano</b>              | 2007   |

| <b>Número - 3</b>       |   |
|-------------------------|---|
| <b>Título</b>           | Conhecimentos de estudantes universitários sobre o conceito de Integral         |
| <b>Autor(es)</b>        | Fernando Eduardo de Souza e Benedito Antonio da Silva                           |
| <b>Conteúdo</b>         | Pesquisa e análise sobre os aspectos de conceito e imagem no ensino da Integral |
| <b>Área</b>             | Engenharia, Ciência da Computação e Administração                               |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, de campo  |
| <b>Ano</b>              | 2007  |

| <b>Número - 4</b>       |   |
|-------------------------|---|
| <b>Título</b>           | Ferramentas de auxílio ao Ensino de Cálculo de áreas por aproximações numéricas |
| <b>Autor(es)</b>        | Barbara Lutaif Bianchini, Julio Arakaki e Leila Zardo Puga                      |
| <b>Conteúdo</b>         | Pesquisa e análise do uso de softwares em sala para o ensino de Integral        |
| <b>Área</b>             | Ciência da Computação, Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, de campo, estudo de caso                                |
| <b>Ano</b>              | 2007  |

| <b>Número - 5</b>       |   |
|-------------------------|---|
| <b>Título</b>           | Investigando o Teorema Fundamental do Cálculo com calculadoras gráficas   |
| <b>Autor(es)</b>        | Ricardo Scucuglia   |
| <b>Conteúdo</b>         | Pesquisa investigativa sobre a exploração do Teorema Fundamental do Cálculo por meio da utilização de calculadoras gráficas |
| <b>Área</b>             | Graduação em Matemática   |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, de campo, investigativa, qualitativa  |
| <b>Ano</b>              | 2007  |

| <b>Número - 6</b>       |   |
|-------------------------|---|
| <b>Título</b>           | O Teorema Fundamental do Cálculo e a sua abordagem em livros didáticos à luz da teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval  |
| <b>Autor(es)</b>        | Ronaldo Pereira Campos  |
| <b>Conteúdo</b>         | Pesquisa e análise de livros didáticos de Cálculo Diferencial e Integral sobre a perspectiva dos Registros de Representação Semiótica, especificamente sobre o Teorema Fundamental do Cálculo |
| <b>Área</b>             | Não especificada  |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica  |
| <b>Ano</b>              | 2007  |

| <b>Número - 7</b>       |  |
|-------------------------|--|
| <b>Título</b>           | Reflexões sobre a prática docente em atividades exploratório-investigativa em uma aula de Cálculo Diferencial I                    |
| <b>Autor(es)</b>        | Marco Antonio Escher, Rosana Giaretta Sguerra Miskulin e Carla Regina Mariano da Silva   |
| <b>Conteúdo</b>         | Análise da resolução de alunos, de atividades exploratórias e investigativas com uso de softwares no Ensino de Cálculo Diferencial |
| <b>Área</b>             | Bacharelado em Ciências da Computação  |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, de campo, estudo de caso   |
| <b>Ano</b>              | 2007   |

| <b>Número - 8</b>       |   |
|-------------------------|---|
| <b>Título</b>           | Uma análise do esboço de gráficos de Função em livros textos de Cálculo Diferencial e Integral  |
| <b>Autor(es)</b>        | Ademir Gomes Ferraz e Verônica Gitirana   |
| <b>Conteúdo</b>         | Análise sobre as mudanças metodológicas sofridas por livros didáticos, sobre a perspectiva da importância da sua representação por meio de gráficos |
| <b>Área</b>             | Não especificada  |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica  |
| <b>Ano</b>              | 2007  |

| <b>Número - 9</b>       |  |
|-------------------------|--|
| <b>Título</b>           | Uma investigação sobre a aprendizagem de Integral em turmas iniciais de Cálculo  |
| <b>Autor(es)</b>        | Allan de Castro Escarlante e Victor Augusto Giraldo  |
| <b>Conteúdo</b>         | Pesquisa e análise sobre a aprendizagem do conteúdo de Integral definida, com a perspectiva de Imagem de conceito, Definição de conceito, sobre alunos da disciplina de Cálculo de uma Variável II |
| <b>Área</b>             | Licenciatura em Matemática   |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, de campo   |
| <b>Ano</b>              | 2007   |

| <b>Número - 10</b>      |  |
|-------------------------|--|
| <b>Título</b>           | Uma Sequência de ensino para a introdução do conceito de Integral de Riemann   |
| <b>Autor(es)</b>        | Natália Maria Cordeiro Barroso, José Marques Soares, Luciana Lima, João César Moura Mota e Hermínio Borges Neto                        |
| <b>Conteúdo</b>         | Proposta de sequência de ensino do conceito de Integral e análise viabilidade da utilização, com as possíveis dificuldades encontradas |
| <b>Área</b>             | Engenharia de Teleinformática  |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, de campo, exploratória   |
| <b>Ano</b>              | 2007   |

| <b>Número - 11</b>      |  |
|-------------------------|--|
| <b>Título</b>           | A análise Semiótica no contexto da Educação Matemática: Atividades exploratório-investigativas em Cálculo Diferencial e Integral   |
| <b>Autor(es)</b>        | Carolina Augusta Assumpção Gouveia e Rosana Giaretta Sguerra Miskulin  |
| <b>Conteúdo</b>         | Pesquisa e análise em torno da visualização de alunos sobre representações por imagens, através da observação dos conceitos envolvidos sobre entes geométricos, acerca da noção intuitiva de área, volume e superfície |
| <b>Área</b>             | Matemática   |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, de campo, estudo de caso, exploratória, investigativa  |
| <b>Ano</b>              | 2010   |

| <b>Número - 12</b>      |   |
|-------------------------|---|
| <b>Título</b>           | A invenção do mapa de Mercator no Séc. XVI: Subsídios históricos para o Ensino de Cálculo   |
| <b>Autor(es)</b>        | Vera Lúcia Vieira de Camargo  |
| <b>Conteúdo</b>         | Análise dos conceitos envolvidos no mapa de Mercator, e apresentação da possibilidade de utilização como recurso para o Ensino de Cálculo |
| <b>Área</b>             | Não especificada  |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica  |
| <b>Ano</b>              | 2010  |

| <b>Número - 13</b>      |   |
|-------------------------|---|
| <b>Título</b>           | A trajetória da disciplina inicial de Cálculo no curso de Matemática da USP de 1934 a 1994  |
| <b>Autor(es)</b>        | Gabriel Loureiro de Lima e Benedito Antonio da Silva  |
| <b>Conteúdo</b>         | Pesquisa sobre as mudanças ocorridas na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral na USP |
| <b>Área</b>             | Matemática  |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, documental  |
| <b>Ano</b>              | 2010  |

| <b>Número - 14</b>      |  |
|-------------------------|--|
| <b>Título</b>           | Aplicações de Cálculo Diferencial às Ciências Naturais e Humanas: Exercícios de reflexão e curiosidades  |
| <b>Autor(es)</b>        | Pedro Carlos Elias Ribeiro Junior, Tânia Maria Machado de Carvalho e Daniel Cariello   |
| <b>Conteúdo</b>         | Proposta de listas de exercícios que trabalhem de forma contextualizada a outras áreas científicas os aspectos procedimentais algébricos de Limites, Continuidade e Derivadas, estimulando o raciocínio lógico e a visualização geométrica |
| <b>Área</b>             | Não especificada   |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, de campo, exploratória   |
| <b>Ano</b>              | 2010   |

| <b>Número - 15</b>      |  |
|-------------------------|--|
| <b>Título</b>           | As representações matemáticas em uma perspectiva Semiótica   |
| <b>Autor(es)</b>        | Maria Margarete do Rosário Farias e Rosana Giaretta Sguerra Miskulin   |
| <b>Conteúdo</b>         | Proposta e análise de atividade investigativa com a utilização do software Winplot, que busca a perspectiva da Semiótica como recurso metodológico no Ensino de Cálculo Diferencial e Integral |
| <b>Área</b>             | Não especificada   |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, de campo, investigativa, exploratória  |
| <b>Ano</b>              | 2010   |

| <b>Número - 16</b>      |   |
|-------------------------|---|
| <b>Título</b>           | Construção de objetos de aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral: O processo de produção na perspectiva da atividade de Design |
| <b>Autor(es)</b>        | Edinei Leandro dos Reis e Rosana Giaretta Sguerra Miskulin  |
| <b>Conteúdo</b>         | Discussão em torno da construção de objetos de aprendizagem para o Ensino de Cálculo Diferencial e Integral                           |
| <b>Área</b>             | Licenciatura em Matemática  |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, de campo, qualitativa   |
| <b>Ano</b>              | 2010  |

| <b>Número - 17</b>      |  |
|-------------------------|--|
| <b>Título</b>           | Domínio de conhecimentos conceituais e critérios para a seleção de operadores na solução de problemas de Cálculo Diferencial Integral  |
| <b>Autor(es)</b>        | Marcela Costa Rocha e Érica Valéria Alves  |
| <b>Conteúdo</b>         | Análise dos processos de pensamentos utilizados na resolução de atividade relacionada com os conceitos de Cálculo Diferencial e Integral, procurando identificar os operadores do processo |
| <b>Área</b>             | Licenciatura em Matemática   |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, estudo de caso   |
| <b>Ano</b>              | 2010   |

| <b>Número - 18</b>      |   |
|-------------------------|---|
| <b>Título</b>           | Ensino de Funções, Limites e Continuidade em ambientes educacionais informatizados: Uma proposta para cursos de Introdução ao Cálculo |
| <b>Autor(es)</b>        | Davis Oliveira Alves e Frederico da Silva Reis  |
| <b>Conteúdo</b>         | Investigação da contribuição da utilização do software GeoGebra para ensino de Funções, Limites e Continuidade                        |
| <b>Área</b>             | Licenciatura em Matemática  |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, de campo, qualitativa   |
| <b>Ano</b>              | 2010  |

| <b>Número - 19</b>      |   |
|-------------------------|---|
| <b>Título</b>           | Hipertexto: Um auxílio no processo de ensino-aprendizagem do Cálculo Diferencial  |
| <b>Autor(es)</b>        | Maria Cristina Kessler  |
| <b>Conteúdo</b>         | Relatos da produção do Hipertexto para auxiliar no ensino de Funções e Derivadas baseado na teoria dos campos conceituais de Vergnaud |
| <b>Área</b>             | Engenharia  |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, de campo, investigativa   |
| <b>Ano</b>              | 2010  |

| <b>Número - 20</b>      |  |
|-------------------------|--|
| <b>Título</b>           | O ensino dos conceitos Limite, Derivada e Integral, por professores de Matemática e de disciplinas específicas em cursos de Engenharia |
| <b>Autor(es)</b>        | Iêda do Carmo Vaz e João Bosco Laudares  |
| <b>Conteúdo</b>         | Análise de livros textos de Cálculo, apresentando os tratamentos conceituais dos conceitos de Limites, Derivadas e Integral            |
| <b>Área</b>             | Engenharia   |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, documental   |
| <b>Ano</b>              | 2010   |

| <b>Número - 21</b>      |   |
|-------------------------|---|
| <b>Título</b>           | O uso de tabelas de unidades básicas e tecnologias como alternativa para o estudo de esboço de curvas no Ensino Superior  |
| <b>Autor(es)</b>        | Méricles Thadeu Moretti e Learcino dos Lantos Luiz  |
| <b>Conteúdo</b>         | Análise da Proposta de uma sequência didática investigativa, que parte do sentido gráfico para o sentido algébrico de Funções, trabalhando com os conceitos de Limites e de máximo e mínimo |
| <b>Área</b>             | Engenharia  |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, de campo  |
| <b>Ano</b>              | 2010  |

| <b>Número - 22</b>      |  |
|-------------------------|--|
| <b>Título</b>           | Principais erros algébricos dos alunos recém ingressos em uma Universidade Pública no Agreste e Sertão Sergipano |
| <b>Autor(es)</b>        | Diego de Jesus Ferreira, Karly Barbosa Alvarenga e Rafael Neves de Almeida                                       |
| <b>Conteúdo</b>         | Pesquisa e análise sobre os erros cometidos por alunos ingressantes nos cursos de Pré-Cálculo e Cálculo          |
| <b>Área</b>             | Não especificada   |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, de campo, estudo de caso   |
| <b>Ano</b>              | 2010   |

| <b>Número - 23</b>      |   |
|-------------------------|---|
| <b>Título</b>           | Uma análise de discurso: Discutindo as respostas dos alunos num curso Pré-Cálculo |
| <b>Autor(es)</b>        | Marli Schmitt e Renata Camacho Bezerra  |
| <b>Conteúdo</b>         | Pesquisa e análise sobre a produção escrita dos alunos de Pré-Cálculo             |
| <b>Área</b>             | Ciência da Computação, Engenharia Elétrica, Engenharia Mecânica e Matemática      |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, de campo, qualitativa, estudo de caso                     |
| <b>Ano</b>              | 2010  |

| <b>Número - 24</b>      |   |
|-------------------------|---|
| <b>Título</b>           | A Intuição segundo Poincaré e o Princípio de Cavalieri na resolução de algumas questões relacionadas ao Cálculo |
| <b>Autor(es)</b>        | André Lúcio Grande  |
| <b>Conteúdo</b>         | Princípio de Cavalieri  |
| <b>Área</b>             | Não especificada  |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, qualitativa, estudo de caso   |
| <b>Ano</b>              | 2013  |

| <b>Número - 25</b>      |  |
|-------------------------|--|
| <b>Título</b>           | A passagem da Matemática da Educação Básica para o Ensino Superior - Concepção inicial de função por alunos de Cálculo |
| <b>Autor(es)</b>        | Raquel Taís Breunig e Cátia Maria Nehring  |
| <b>Conteúdo</b>         | Funções  |
| <b>Área</b>             | Engenharia   |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa Bibliográfica, de campo   |
| <b>Ano</b>              | 2013   |

| <b>Número - 26</b>      |  |
|-------------------------|--|
| <b>Título</b>           | A utilização do Software Maple no ensino do Cálculo Diferencial e Integral I com aplicações na Química |
| <b>Autor(es)</b>        | Fabiana Pimenta de Souza e Aline Mota de Mesquita  |
| <b>Conteúdo</b>         | O uso do Maple no ensino de Limites, derivadas, somas de Riemann                                       |
| <b>Área</b>             | Licenciatura em Química  |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa Bibliográfica   |
| <b>Ano</b>              | 2013   |

| <b>Número - 27</b>      |  |
|-------------------------|--|
| <b>Título</b>           | As ferramentas da Educação a Distância como suporte as aulas presencias de Cálculo 1 |
| <b>Autor(es)</b>        | Helber Rangel Formiga Leite de Almeida   |
| <b>Conteúdo</b>         | Educação a Distância no Ensino de Cálculo  |
| <b>Área</b>             | Engenharia Ambiental   |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, estudo de caso   |
| <b>Ano</b>              | 2013   |

| <b>Número - 28</b>      |   |
|-------------------------|---|
| <b>Título</b>           | As Tecnologias de Informação e Comunicação e o desenvolvimento profissional do professor de Cálculo |
| <b>Autor(es)</b>        | Luís Humberto Miquelino e Marilene Ribeiro Resende  |
| <b>Conteúdo</b>         | Tecnologia de Informação e Comunicação no Ensino de Cálculo   |
| <b>Área</b>             | Não especificada  |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, documental, de campo  |
| <b>Ano</b>              | 2013  |

| <b>Número - 29</b>      |  |
|-------------------------|--|
| <b>Título</b>           | Associando Pesquisa e Intervenção em uma disciplina de Introdução ao Cálculo   |
| <b>Autor(es)</b>        | Valéria Moura da Luz e Ângela Rocha dos Santos                                 |
| <b>Conteúdo</b>         | Tecnologias de Informação e Comunicação e Registros de representação Semiótica |
| <b>Área</b>             | Não especificada   |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, investigação   |
| <b>Ano</b>              | 2013   |

| <b>Número - 30</b>      |  |
|-------------------------|--|
| <b>Título</b>           | Cálculo Diferencial e Integral no ENEM: Um mapa da produção científica na última década  |
| <b>Autor(es)</b>        | Marcus Vinicius Casoto Zeferino, Julia Schaetzle Wrobel e Teresa Cristina Janes Carneiro |
| <b>Conteúdo</b>         | Mapeamento sobre Ensino de Cálculo I no ENEM   |
| <b>Área</b>             | Engenharias: ambiental, civil, elétrica, computação, produção e mecânica                 |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica   |
| <b>Ano</b>              | 2013   |

| Número - 31             |   |
|-------------------------|---|
| <b>Título</b>           | Cálculo Diferencial: Uma experiência de Ensino utilizando os aplicativos Geogebra e Graphmatica |
| <b>Autor(es)</b>        | Renato Schneider Rivero Jover   |
| <b>Conteúdo</b>         | Ensino de Cálculo Diferencial e Integral com softwares Geogebra e Graphmatica                   |
| <b>Área</b>             | Tecnologia em Sistemas para Internet  |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, de campo, estudo de caso  |
| <b>Ano</b>              | 2013  |

| Número - 32             |   |
|-------------------------|---|
| <b>Título</b>           | Ensino de Cálculo Diferencial e Integral na última década do ENEM: Uma análise usando o Alceste |
| <b>Autor(es)</b>        | Julia Schaeztle Wrobel, Marcus Vinicius Casoto Zeferino e Teresa Cristina Janes Carneiro        |
| <b>Conteúdo</b>         | Mapeamento sobre Ensino de Cálculo I no ENEM  |
| <b>Área</b>             | Engenharias: ambiental, civil, elétrica, computação, produção e mecânica                        |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica  |
| <b>Ano</b>              | 2013  |

| Número - 33             |  |
|-------------------------|--|
| <b>Título</b>           | Fórum On-Line no Ensino de Cálculo: Uso de abordagem histórica |
| <b>Autor(es)</b>        | Silvia Cristina Freitas Batista                                |
| <b>Conteúdo</b>         | Abordagem histórica do Cálculo I e uso de fórum Online         |
| <b>Área</b>             | Tecnologia   |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, estudo de caso                         |
| <b>Ano</b>              | 2013   |

| Número - 34             |   |
|-------------------------|---|
| <b>Título</b>           | Livros texto de Cálculo e as tendências pedagógicas: Um estudo sobre o Conceito Função    |
| <b>Autor(es)</b>        | Lúcia Virginia Mamcasz Viginheski, Sani de Carvalho Rutz da Silva e Elsa Midori Shimazaki |
| <b>Conteúdo</b>         | Análise sobre o Conceito de Função em livros de Cálculo Diferencial e Integral            |
| <b>Área</b>             | Licenciatura em Matemática  |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica  |
| <b>Ano</b>              | 2013  |

| <b>Número - 35</b>      |   |
|-------------------------|---|
| <b>Título</b>           | O Cálculo no Ensino Médio: As Taxas de Variação e o Conceito de Derivada                  |
| <b>Autor(es)</b>        | Carolini Cunha Silva, Ana Paula Rangel de Andrade e Carmem Lúcia Vieira Rodrigues Azevedo |
| <b>Conteúdo</b>         | Taxas de Variação e Conceito de Derivadas no Ensino Médio                                 |
| <b>Área</b>             | Ensino Médio  |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, estudo de caso  |
| <b>Ano</b>              | 2013  |

| <b>Número - 36</b>      |  |
|-------------------------|--|
| <b>Título</b>           | O Ensino do Cálculo no Brasil: Breve retrospectiva e perspectivas atuais |
| <b>Autor(es)</b>        | Gabriel Loureiro de Lima   |
| <b>Conteúdo</b>         | História do Ensino de Cálculo Diferencial e Integral no Brasil           |
| <b>Área</b>             | Não especificada   |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica   |
| <b>Ano</b>              | 2013   |

| <b>Número - 37</b>      |  |
|-------------------------|--|
| <b>Título</b>           | Pesquisas que utilizam um “Software” Educativo para a introdução ao Cálculo Diferencial e Integral |
| <b>Autor(es)</b>        | Pedro Mateus e Marlene Alves Dias  |
| <b>Conteúdo</b>         | Pesquisa e análise sobre o uso de softwares educativos no Ensino de Cálculo                        |
| <b>Área</b>             | Não especificada   |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, documental   |
| <b>Ano</b>              | 2013   |

| <b>Número - 38</b>      |  |
|-------------------------|--|
| <b>Título</b>           | Tecnologias Digitais e formação continuada do professor de Cálculo Diferencial e Integral: Interações em um ambiente virtual de aprendizagem |
| <b>Autor(es)</b>        | Andriceli Richit   |
| <b>Conteúdo</b>         | Análise sobre o processo de formação de professores de Cálculo Diferencial e Integral, utilizando ambiente virtual para interação            |
| <b>Área</b>             | Pós-Graduação em Educação Matemática   |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, estudo de caso   |
| <b>Ano</b>              | 2013   |

| <b>Número - 39</b>      |  |
|-------------------------|--|
| <b>Título</b>           | Um estudo sobre a aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral na perspectiva de David Tall  |
| <b>Autor(es)</b>        | Marcio Vieira de Almeida e Sonia Barbosa Camargo Iglori  |
| <b>Conteúdo</b>         | Pesquisa, análise e catalogação de artigos que tratam da aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral, sobre a autoria de David Tall |
| <b>Área</b>             | Educação Matemática no Ensino Superior   |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, qualitativa  |
| <b>Ano</b>              | 2013   |

| <b>Número - 40</b>      |   |
|-------------------------|---|
| <b>Título</b>           | Utilização do software Maple no problema de Cálculo: Modelagem Matemática de um Volume de Revolução |
| <b>Autor(es)</b>        | Carlos Henrique da Silva Nascimento, Daniella Oliveira Lopes e Paulo Cléber Mendonça Teixeira       |
| <b>Conteúdo</b>         | Volume de sólidos em Revolução com auxílio do software Maple  |
| <b>Área</b>             | Engenharia de Alimentos   |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, investigativa, estudo de caso   |
| <b>Ano</b>              | 2013  |

| <b>Número - 41</b>      |  |
|-------------------------|--|
| <b>Título</b>           | Conceito Imagem e Conceito Definição no estudo de Limites de Funções Reais de uma variável                 |
| <b>Autor(es)</b>        | Heitor Achilles Dutra da Rosa e Pedro George Batista da Costa  |
| <b>Conteúdo</b>         | Ensino de Limites de Funções baseado no Conceito Imagem e Conceito Definição de David Tall e Shlomo Vinner |
| <b>Área</b>             | Licenciatura em Matemática   |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica   |
| <b>Ano</b>              | 2013   |

| <b>Número - 42</b>      |  |
|-------------------------|--|
| <b>Título</b>           | O trabalho com os conceitos de Limite, Derivada e Integral por professores de Matemática e disciplinas tecnológicas em cursos de Engenharia  |
| <b>Autor(es)</b>        | Iêda do Carmo Vaz  |
| <b>Conteúdo</b>         | Pesquisa e análise sobre o tratamento dos conceitos de Limite, Derivada e Integral de uma função real, dentro do Cálculo Diferencial e Integral, baseado na análise numérica, algébrica e gráfica destes conceitos |
| <b>Área</b>             | Engenharia   |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, de campo   |
| <b>Ano</b>              | 2013   |

| Número - 43             |  |
|-------------------------|--|
| <b>Título</b>           | Um estudo da produção escrita dos alunos em Limite e Derivada                            |
| <b>Autor(es)</b>        | Thamires de Brito Mota, Rosineide Sousa Jucá e Gilberto Emanuel Reis Vogado              |
| <b>Conteúdo</b>         | Análise do estudo sobre os erros recorrentes de alunos no cálculo de Limites e Derivadas |
| <b>Área</b>             | Licenciatura em Matemática   |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, de campo, estudo de caso   |
| <b>Ano</b>              | 2013   |

| Número - 44             |   |
|-------------------------|---|
| <b>Título</b>           | Argumentos e metáforas sobre o Infinito no Ensino de Cálculo              |
| <b>Autor(es)</b>        | Antonio Luis Mometti e Ednaldo José Leandro                               |
| <b>Conteúdo</b>         | Pesquisa sobre o ensino do conceito de Infinito utilizado por professores |
| <b>Área</b>             | Matemática pura   |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, de campo, qualitativa                             |
| <b>Ano</b>              | 2016  |

| Número - 45             |   |
|-------------------------|---|
| <b>Título</b>           | As atitudes em relação à Matemática e o desempenho em Cálculo Diferencial e Integral na variável complexa |
| <b>Autor(es)</b>        | Marcos Antonio Santos de Jesus e Giuseppe Britto Testani  |
| <b>Conteúdo</b>         | Pesquisa e análise de atitude dos alunos do curso de Cálculo Diferencial e Integral na variável complexa  |
| <b>Área</b>             | Engenharia  |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, quantitativa, estudo de caso  |
| <b>Ano</b>              | 2016  |

| Número - 46             |   |
|-------------------------|---|
| <b>Título</b>           | As contribuições da visualização proporcionada pelo Geogebra à aprendizagem de Funções Derivadas em Cálculo I                   |
| <b>Autor(es)</b>        | Frederico da Silva Reis e José Cirqueira Martins Júnior   |
| <b>Conteúdo</b>         | Pesquisa exploratória em torno da influência do software Geogebra nas práticas pedagógicas dos professores no Ensino de Cálculo |
| <b>Área</b>             | Não especificada  |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, qualitativa, exploratória   |
| <b>Ano</b>              | 2016  |

| <b>Número - 47</b>      |  |
|-------------------------|--|
| <b>Título</b>           | Atividades de tutoria: Uma alternativa ao fracasso em Cálculo Diferencial e Integral                           |
| <b>Autor(es)</b>        | Douglas Monsôres de Melo Santos, Gisela Maria da Fonseca Pinto, Isabela de Aquino Souza e Luciano Vianna Félix |
| <b>Conteúdo</b>         | Pesquisa sobre o reforço ao Ensino de Cálculo utilizando o software Geogebra                                   |
| <b>Área</b>             | Graduação em Matemática  |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, quantitativa, estudo de caso   |
| <b>Ano</b>              | 2016   |

| <b>Número - 48</b>      |   |
|-------------------------|---|
| <b>Título</b>           | Caracterização e encaminhamento de tarefas matemáticas em aulas de Cálculo Diferencial e Integral |
| <b>Autor(es)</b>        | Maycon Odailson dos Santos da Fonseca e André Luis Trevisan                                       |
| <b>Conteúdo</b>         | Proposta de tarefas para o Ensino de Cálculo Diferencial e Integral                               |
| <b>Área</b>             | Não especificada  |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, exploratória  |
| <b>Ano</b>              | 2016  |

| <b>Número - 49</b>      |  |
|-------------------------|--|
| <b>Título</b>           | Exploração de articulações entre Cálculo e Álgebra Linear no curso de Licenciatura e seu potencial impacto nas concepções sobre a prática: Um estudo de caso |
| <b>Autor(es)</b>        | Mário Keniichi Gushima Moura   |
| <b>Conteúdo</b>         | Práticas pedagógicas relacionadas com exploração de reflexões sobre atividade de Cálculo com Álgebra Linear  |
| <b>Área</b>             | Licenciatura em Matemática   |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, estudo de caso   |
| <b>Ano</b>              | 2016   |

| <b>Número - 50</b>      |  |
|-------------------------|--|
| <b>Título</b>           | Mapas conceituais como elementos potencializadores da aprendizagem significativa de Cálculo Diferencial e Integral |
| <b>Autor(es)</b>        | André Ricardo Lucas Vieira e Érica Valéria Alves   |
| <b>Conteúdo</b>         | Análise da utilização de mapas conceituais no Ensino de Cálculo  |
| <b>Área</b>             | Engenharia Elétrica  |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, estudo de caso   |
| <b>Ano</b>              | 2016   |

| Número - 51             |  |
|-------------------------|--|
| <b>Título</b>           | O currículo em movimento: Uma aproximação entre as disciplinas Cálculo Diferencial e Integral e Mecânica dos Fluidos no curso de Manutenção Industrial |
| <b>Autor(es)</b>        | Eduardo Machado da Silva   |
| <b>Conteúdo</b>         | O uso de conceitos do Cálculo Diferencial e Integral no ensino de Manutenção Industrial  |
| <b>Área</b>             | Manutenção Industrial  |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, estudo de caso, exploratória, qualitativa  |
| <b>Ano</b>              | 2016   |

| Número - 52             |   |
|-------------------------|---|
| <b>Título</b>           | O ensino do Teorema Fundamental do Cálculo envolvendo o pensamento intuitivo e visual |
| <b>Autor(es)</b>        | André Lúcio Grande  |
| <b>Conteúdo</b>         | Ensino do Teorema Fundamental do Cálculo, com os aspectos intuitivos visuais          |
| <b>Área</b>             | Educação Matemática   |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, de campo  |
| <b>Ano</b>              | 2016  |

| Número - 53             |   |
|-------------------------|---|
| <b>Título</b>           | O movimento lógico histórico como possibilidade metodológica na formação do conceito de Cálculo Diferencial e Integral                      |
| <b>Autor(es)</b>        | Cezar Augusto Ferreira, Angélica Paula Costa Santos, Maria Marta da Silva e Paloma Aparecida Souza do Nascimento                            |
| <b>Conteúdo</b>         | Análise de viabilidade de uma proposta de organização de conteúdos de Cálculo Diferencial e Integral, baseado na sequência lógico histórico |
| <b>Área</b>             | Licenciatura em Matemática  |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, de campo, estudo de caso, exploratória  |
| <b>Ano</b>              | 2016  |

| Número - 54             |   |
|-------------------------|---|
| <b>Título</b>           | O uso do Team Based Learning no Ensino De Cálculo III             |
| <b>Autor(es)</b>        | Gisele Americo Soares e Marília Rios de Paula                     |
| <b>Conteúdo</b>         | Metodologia do Team Based Learning no Ensino de Cálculo           |
| <b>Área</b>             | Engenharia de Produção  |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, estudo de caso, qualitativa, quantitativa |
| <b>Ano</b>              | 2016  |

| Número - 55             |   |
|-------------------------|---|
| <b>Título</b>           | Percepções dos alunos da Engenharia Florestal acerca do Ensino de Cálculo realizado na UTFPR-DV                             |
| <b>Autor(es)</b>        | Renata da Silva Dessbesel e Mauro Sérgio Teixeira de Araújo   |
| <b>Conteúdo</b>         | Análise sobre o processo de ensino de Cálculo Diferencial e Integral realizado no curso de Engenharia Florestal da UTFPR-DV |
| <b>Área</b>             | Engenharia Florestal  |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, de campo, estudo de caso  |
| <b>Ano</b>              | 2016  |

| Número - 56             |   |
|-------------------------|---|
| <b>Título</b>           | Redução da não aprovação em Cálculo: Intervenções realizadas por Universidades Públicas e Privadas  |
| <b>Autor(es)</b>        | Rosane Cordeiro Rafael e Marco Antônio Escher   |
| <b>Conteúdo</b>         | Pesquisa e análise sobre índices de reprovação da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, e sobre as intervenções realizadas nestas Instituições de Ensino Superior |
| <b>Área</b>             | Não especificada  |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, de campo, qualitativa, estudo de caso   |
| <b>Ano</b>              | 2016  |

| Número - 57             |   |
|-------------------------|---|
| <b>Título</b>           | Reflexões a partir do erro nas avaliações de Cálculo Diferencial e Integral |
| <b>Autor(es)</b>        | Pedro Paulo Souza Rios e André Ricardo Lucas Vieira                         |
| <b>Conteúdo</b>         | Análise de Erro como recurso no Ensino de Cálculo Diferencial e Integral    |
| <b>Área</b>             | Engenharia  |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, de campo  |
| <b>Ano</b>              | 2016  |

| Número - 58             |   |
|-------------------------|---|
| <b>Título</b>           | Tecnologia, Comunicação e Educação a Distância: Uma estética para materiais didáticos de Cálculo I                                    |
| <b>Autor(es)</b>        | Suely Scherer e Vanessa Rodrigues Lopes   |
| <b>Conteúdo</b>         | Análise da contribuição da estética de um material didático utilizado em um Ambiente Virtual de Aprendizagem para o Ensino de Cálculo |
| <b>Área</b>             | Não especificada  |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, e de campo, estudo de caso  |
| <b>Ano</b>              | 2016  |

| Número - 59             |   |
|-------------------------|---|
| <b>Título</b>           | A (não) existência do Limite de uma Função: Uma análise sobre as imagens conceituais de estudantes em um curso de Cálculo |
| <b>Autor(es)</b>        | Maria Alice de Vasconcelos Feio Messia e João Cláudio Brandemberg   |
| <b>Conteúdo</b>         | Apresentar discussões sobre as dificuldades de estudantes sobre os conteúdos de Limites e Continuidade                    |
| <b>Área</b>             | Não especificada  |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, investigação  |
| <b>Ano</b>              | 2016  |

| Número - 60             |   |
|-------------------------|---|
| <b>Título</b>           | Alunos, Professores e as Tecnologias Digitais no Cálculo I da Universidade Aberta Do Brasil |
| <b>Autor(es)</b>        | Helber Rangel Formiga Leite de Almeida  |
| <b>Conteúdo</b>         | Tecnologias Digitais no ensino do Cálculo I   |
| <b>Área</b>             | Licenciatura em Matemática  |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, qualitativa, estudo de caso   |
| <b>Ano</b>              | 2016  |

| Número - 61             |   |
|-------------------------|---|
| <b>Título</b>           | Aprender Cálculo I para os estudantes de Engenharia: Uma discussão em termos da teoria da relação com o saber |
| <b>Autor(es)</b>        | Juliana Pires da Silva  |
| <b>Conteúdo</b>         | Pesquisa de campo sobre Ensino de Cálculo   |
| <b>Área</b>             | Engenharia  |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, e de campo  |
| <b>Ano</b>              | 2016  |

| Número - 62             |   |
|-------------------------|---|
| <b>Título</b>           | A importância da oralidade no processo de aprendizagem da Integral Definida, sob a perspectiva da Semiótica Peirceana |
| <b>Autor(es)</b>        | Ana Karine Dias Caires Brandão e Eurivalda Ribeiro dos Santos Santana   |
| <b>Conteúdo</b>         | A importância da oralidade no processo de aprendizagem da Integral Definida   |
| <b>Área</b>             | Ciência da computação   |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, de campo, estudo de caso  |
| <b>Ano</b>              | 2016  |

| <b>Número - 63</b>      |  |
|-------------------------|--|
| <b>Título</b>           | Algumas contribuições de atividades exploratórias no conceito de Integral Definida   |
| <b>Autor(es)</b>        | José Cirqueira Martins Júnior e Frederico da Silva Reis  |
| <b>Conteúdo</b>         | Análise das contribuições de ensino e aprendizagem na aplicação de atividades sobre integrais definidas que utilizem o software Geogebra |
| <b>Área</b>             | Licenciatura em Matemática   |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, de campo, qualitativa  |
| <b>Ano</b>              | 2016   |

| <b>Número - 64</b>      |  |
|-------------------------|--|
| <b>Título</b>           | Obstáculos Epistemológicos relativos ao conceito de Limite de Função                       |
| <b>Autor(es)</b>        | Mônica Suelen Ferreira de Moraes e Maria José de Freitas Mendes                            |
| <b>Conteúdo</b>         | Estudo descritivo com foco na exploração epistemológica da história do conceito de Limites |
| <b>Área</b>             | Não especificada   |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica   |
| <b>Ano</b>              | 2016   |

| <b>Número - 65</b>      |  |
|-------------------------|--|
| <b>Título</b>           | Prática docente e o conceito de Limite em cursos de Engenharia – Coordenação de registros de representação                     |
| <b>Autor(es)</b>        | Raquel Taís Breunig e Cátia Maria Nehring  |
| <b>Conteúdo</b>         | Análise das mediações do professor quanto aos registros de representação, e suas influências no ensino de conceitos de Limites |
| <b>Área</b>             | Engenharia   |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, de campo, estudo de caso   |
| <b>Ano</b>              | 2016   |

| <b>Número - 66</b>      |   |
|-------------------------|---|
| <b>Título</b>           | Representações da Derivada e a aprendizagem   |
| <b>Autor(es)</b>        | Jayme do Carmo Macedo Leme e Sonia Barbosa Camargo Iglioni  |
| <b>Conteúdo</b>         | Estudo acerca do conceito de derivada com uso de elementos históricos, e aprendizagem sobre suas diferentes representações numéricas, simbólicas e gráficas |
| <b>Área</b>             | Não especificada  |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, exploratória  |
| <b>Ano</b>              | 2016  |

| <b>Número - 67</b>      |   |
|-------------------------|---|
| <b>Título</b>           | Resolução de Problemas aplicados a Derivadas: Proposta metodológica utilizando a análise de erros |
| <b>Autor(es)</b>        | Antonio Sergio Abrahão Monteiro Bastos e Érica Marlúcia Leite Pagani                              |
| <b>Conteúdo</b>         | Baseado na Resolução de Problemas, apresentar reflexões sobre análise de erros                    |
| <b>Área</b>             | Ensino Médio integrado ao técnico do curso de Mecânica  |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, qualitativa, de campo   |
| <b>Ano</b>              | 2016  |

| <b>Número - 68</b>      |  |
|-------------------------|--|
| <b>Título</b>           | Um caso (insubordinado) no Ensino de Cálculo em princípios do Século XX: O Calculus Made Easy                            |
| <b>Autor(es)</b>        | Gustavo Alexandre de Miranda   |
| <b>Conteúdo</b>         | Análise dos objetivos do livro O Calculus Made Easy, a partir da noção de insubordinação criativa de D' Ambrosio e Lopes |
| <b>Área</b>             | Não especificada   |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica   |
| <b>Ano</b>              | 2016   |

| <b>Número - 69</b>      |  |
|-------------------------|--|
| <b>Título</b>           | Uma experiência com o Cálculo Integral em um ambiente informatizado de aprendizagem  |
| <b>Autor(es)</b>        | José Milton Lopes Pinheiro e Luiz Carlos Leal Junior   |
| <b>Conteúdo</b>         | A compreensão da constituição do conceito de Soma de Riemann, com atividades exploratórias desenvolvidas em ambiente informatizado de aprendizagem |
| <b>Área</b>             | Pós-Graduação em Educação Matemática   |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, de campo, qualitativa  |
| <b>Ano</b>              | 2016   |

| Número - 70             |   |
|-------------------------|---|
| <b>Título</b>           | Uma nova técnica de fazer operações matemáticas por meio de máquinas: O que os professores de Cálculo Diferencial e Integral pensam sobre isso?             |
| <b>Autor(es)</b>        | Luiz Fernando Rodrigues Pires e Marco Antônio Escher  |
| <b>Conteúdo</b>         | Investigar e analisar as influências das Tecnologias da Informação e Comunicação nas Estratégias de Ensino e Aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral |
| <b>Área</b>             | Não especificada  |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, de campo, qualitativa   |
| <b>Ano</b>              | 2016  |

| Número - 71             |  |
|-------------------------|--|
| <b>Título</b>           | Utilização de um software para a verificação da Derivada de algumas Funções de relativa complexidade de demonstração                   |
| <b>Autor(es)</b>        | Rogéria Teixeira Urzêdo Queiroz e Rhelman Rossano Urzêdo Queiroz   |
| <b>Conteúdo</b>         | Proposta de atividade que verifica a Derivada de algumas Funções utilizando o software Graphmatica, com base na definição de Derivadas |
| <b>Área</b>             | Engenharia   |
| <b>Tipo de trabalho</b> | Pesquisa bibliográfica, exploratória   |
| <b>Ano</b>              | 2016   |

## **APÊNDICE B – COMUNICAÇÕES CIENTÍFICAS SELECIONADAS**

O tabelamento das comunicações científicas apresentadas no apêndice A foi estabelecido através da análise dos seguintes referenciais:

- Comunicação científica número 1 : Pedroso e Búrigo (2007)
- Comunicação científica número 2 : Júnior (2007)
- Comunicação científica número 3 : Souza e Silva (2007)
- Comunicação científica número 4 : Bianchini et al. (2007)
- Comunicação científica número 5 : Scucuglia (2007)
- Comunicação científica número 6 : Campos (2007)
- Comunicação científica número 7 : Escher et al. (2007)
- Comunicação científica número 8 : Ferraz e Gitirana (2007)
- Comunicação científica número 9 : Escarlata e Giraldo (2007)
- Comunicação científica número 10 : Barroso et al. (2007)
- Comunicação científica número 11 : Gouveia e Miskulin (2010)
- Comunicação científica número 12 : Camargo (2010)
- Comunicação científica número 13 : Lima e Silva (2010)
- Comunicação científica número 14 : Junior et al. (2010)
- Comunicação científica número 15 : Farias e Miskulin (2010)
- Comunicação científica número 16 : Reis e Sguerra (2010)
- Comunicação científica número 17 : Rocha e Alves (2010)
- Comunicação científica número 18 : Alves e Reis (2010)
- Comunicação científica número 19 : Kessler (2010)
- Comunicação científica número 20 : Vaz e Laudares (2010)
- Comunicação científica número 21 : Moretti e Luiz (2010)

- Comunicação científica número 22 : Ferreira et al. (2010)
- Comunicação científica número 23 : Schmitt e Bezerra (2010)
- Comunicação científica número 24 : Grande (2013)
- Comunicação científica número 25 : Breunig e Nehring (2013)
- Comunicação científica número 26 : Souza e Mesquita (2013)
- Comunicação científica número 27 : Almeida (2013)
- Comunicação científica número 28 : Miquelino e Resende (2013)
- Comunicação científica número 29 : Luz e Santos (2013)
- Comunicação científica número 30 : Zeferino et al. (2013)
- Comunicação científica número 31 : Jover (2013)
- Comunicação científica número 32 : Wrobel et al. (2013)
- Comunicação científica número 33 : Batista (2013)
- Comunicação científica número 34 : Viginheski et al. (2013)
- Comunicação científica número 35 : Silva et al. (2013)
- Comunicação científica número 36 : Lima (2013)
- Comunicação científica número 37 : Mateus e Dias (2013)
- Comunicação científica número 38 : Richit (2013)
- Comunicação científica número 39 : Almeida e Iglioni (2013)
- Comunicação científica número 40 : Nascimento et al. (2013)
- Comunicação científica número 41 : Rosa e Costa (2013)
- Comunicação científica número 42 : Vaz (2013)
- Comunicação científica número 43 : Mota et al. (2013)
- Comunicação científica número 44 : Mometti e Leandro (2016)
- Comunicação científica número 45 : Jesus e Testani (2016)
- Comunicação científica número 46 : Reis e Júnior (2016)
- Comunicação científica número 47 : Santos et al. (2016)

- Comunicação científica número 48 : Fonseca e Trevisan (2016)
- Comunicação científica número 49 : Moura (2016)
- Comunicação científica número 50 : Vieira e Alves (2016)
- Comunicação científica número 51 : Silva (2016a)
- Comunicação científica número 52 : Grande (2016)
- Comunicação científica número 53 : Ferreira et al. (2016)
- Comunicação científica número 54 : Soares e Paula (2016)
- Comunicação científica número 55 : Dessbesel e Araújo (2016)
- Comunicação científica número 56 : Rafael e Escher (2016)
- Comunicação científica número 57 : Rios e Vieira (2016)
- Comunicação científica número 58 : Scherer e Lopes (2016)
- Comunicação científica número 59 : Messia e Brandemberg (2016)
- Comunicação científica número 60 : Almeida (2016)
- Comunicação científica número 61 : Silva (2016b)
- Comunicação científica número 62 : Brandão e Santana (2016)
- Comunicação científica número 63 : Júnior e Reis (2016)
- Comunicação científica número 64 : Moraes e Mendes (2016)
- Comunicação científica número 65 : Breunig e Nehring (2016)
- Comunicação científica número 66 : Leme e Iglioni (2016)
- Comunicação científica número 67 : Bastos e Pagani (2016)
- Comunicação científica número 68 : Miranda (2016)
- Comunicação científica número 69 : Pinheiro e Junior (2016)
- Comunicação científica número 70 : Pires e Escher (2016)
- Comunicação científica número 71 : Queiroz e Queiroz (2016)