

Instituto Federal do Rio de Janeiro

Campus Volta Redonda

Licenciatura em Matemática

Ruana Ferreira Viana

Análise de conteúdos de estatística no
ensino de matemática propostos por
duas coleções de livros do PNLD
2018-2020 e proposta de uma atividade
para desenvolvimento das competências
estatísticas

Volta Redonda

2019

Ruana Ferreira Viana

**Análise de conteúdos de estatística no ensino de
matemática propostos por duas coleções de livros do
PNLD 2018-2020 e proposta de uma atividade para
desenvolvimento das competências estatísticas**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido
ao corpo docente do Instituto Federal do
Rio de Janeiro como requisito parcial para
a obtenção do grau de Licenciado em
Matemática.

Orientador: José Ricardo Ferreira de
Almeida
Instituto Federal do Rio de Janeiro - IFRJ

V614a Viana, Ruana Ferreira
Análise dos conteúdos de estatística no ensino de matemática proposto por duas coleções de livros do PNLD 2018-2020 e proposta de uma atividade para desenvolvimento das competências estatísticas/Ruana Ferreira Viana. - - RJ: Volta Redonda, 2019.
71 f.: il. :col.

Orientador: Prof^o M.e José Ricardo Ferreira de Almeida

Trabalho de conclusão de curso (Graduação) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro: Campus Volta Redonda, 2019.

1.Estatística - Matemática . 2. Ensino Médio - Brasil.3. Matemática - Ensino .I. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro, Volta Redonda II. Almeida, José Ricardo Ferreira de. III. Título

CDU 519.2

Ruana Ferreira Viana

Análise de conteúdos de estatística no ensino de matemática propostos por duas coleções de livros do PNLD 2018-2020 e proposta de uma atividade para desenvolvimento das competências estatísticas

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao corpo docente do Instituto Federal do Rio de Janeiro como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Aprovado em 4 de julho de 2019.

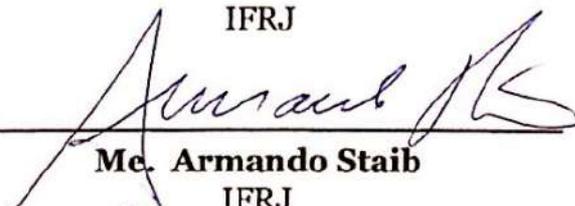
Banca Examinadora



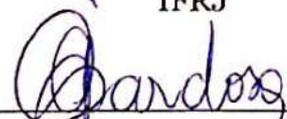
Me. José Ricardo Ferreira de Almeida
Orientador/IFRJ

Roberta Fonseca dos Prazeres.

Ma. Roberta Fonseca dos Prazeres
IFRJ



Me. Armando Staib
IFRJ



Ma. Gioyana da Silva Cardoso
IFRJ

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, pois foi Ele quem me sustentou até aqui, é o meu Alfa e Ômega, início e fim.

À minha família que é meu apoio, me incentivou e estimulou a nunca desistir dos meus sonhos.

À minha igreja e pastores Diandeiws Farias, Raquel Farias e Luciana dos Santos por terem investidos noites em oração pela minha vida.

À Letícia Campanhã e Mércya Borcard por estarem comigo nessa longa caminhada.

Ao professor orientador por ter aceito fazer parte deste trabalho e pelo incentivo ao longo do caminho.

E aos professores que compõe a banca por terem aceito gentilmente ao meu convite.

RESUMO

A estatística é um ramo da matemática muito utilizado por governos, meios de comunicação de massa e pesquisas, tal assunto é estudado no Ensino Médio, porém muitas vezes não de forma satisfatória, pois os alunos nem sempre alcançam o nível de pensamento estatístico, ou seja, não conseguem relacionar dados estatísticos com situações concretas, ponderar criticamente sobre dados e resultados obtidos, além de não utilizar a estatística como ferramenta para tomada de decisões, assim podem ser iludidos e enganados ao lerem dados estatísticos, sejam tabelas, gráficos ou afins. Por isso, o presente trabalho busca analisar como o ensino de estatística é tratado em duas coleções de livros didáticos que fazem parte do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2018-2020, são analisados também os níveis de conhecimento nos conteúdos apresentados, levando em consideração as competências: literacia, raciocínio e pensamento estatísticos, definidos por Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011). Além de analisar essas coleções é proposta, após o levantamento bibliográfico e análise dos livros, uma atividade que busca desenvolver a criticidade no conhecimento estatístico e levar o aluno a desenvolver-se nas competências estatísticas e alcançar o nível do pensamento estatístico.

Palavras-chave: Estatística. Ensino de Estatística. Competências Estatísticas.

ABSTRACT

Statistics is a branch of mathematics widely used by governments, mass media and research, this subject is studied in high school, but often not satisfactorily, because students do not always reach the level of statistical thinking, ie , can not relate statistical data to concrete situations, ponder critically on data and results obtained, and do not use statistics as a tool for decision making, so can be deceived and misled when reading statistical data, whether tables, graphs or the like. Therefore, the present work seeks to analyze how the teaching of statistics is treated in two textbook collections that are part of the National Textbook Program (PNLD) 2018-2020. The levels of knowledge in the presented contents are also analyzed, taking into consideration the competences: statistical literacy, reasoning and thinking, defined by Campos, Wodewotzki and Jacobini (2011). In addition to analyzing these collections, it is proposed, after bibliographic survey and analysis of books, an activity that seeks to develop criticality in statistical knowledge and lead the student to develop in statistical skills and reach the level of statistical thinking.

Keywords: Statistics. Statistics Teaching. Statistical Skills.

LISTA DE IMAGENS

| | |
|--|----|
| FIGURA 1 - MATÉRIA DE DESTAQUE DO JORNAL A FOLHA DE S. PAULO | 10 |
| FIGURA 2 - GRÁFICOS DA MATÉRIA DE DESTAQUE DO JORNAL A FOLHA DE S. PAULO | 10 |
| FIGURA 3 - GRÁFICO DE LINHAS VEICULADO NO JORNAL A FOLHA DE S. PAULO | 11 |
| FIGURA 4 – COLEÇÃO 1: MATEMÁTICA – INTERAÇÃO E TECNOLOGIA | 18 |
| FIGURA 5 – COLEÇÃO 2: MATEMÁTICA: CONTEXTO & APLICAÇÕES | 19 |
| FIGURA 6 - RECORTE DO TEXTO INICIAL DO CAPÍTULO 7 | 20 |
| FIGURA 7 - DADOS APRESENTADOS NA LÍNGUA MATERNA | 21 |
| FIGURA 8 - DADOS APRESENTADOS EM TABELA | 21 |
| FIGURA 9 - DADOS APRESENTADOS EM DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS | 22 |
| FIGURA 10 - DADOS APRESENTADOS EM HISTOGRAMA | 22 |
| FIGURA 11 - GRÁFICO DE BARRAS HORIZONTAIS | 23 |
| FIGURA 12 - SEÇÃO COMO FUNCIONA O SENSO DEMOGRÁFICO | 24 |
| FIGURA 13 - EXERCÍCIO RESOLVIDO | 25 |
| FIGURA 14 - EXEMPLO DE EXERCÍCIO | 26 |
| FIGURA 15 - RESUMO FINAL DA UNIDADE | 27 |
| FIGURA 16 - TEXTO INICIAL DO CAPÍTULO 6 | 29 |
| FIGURA 17 - EXEMPLO DE EXPERIMENTO ALEATÓRIO | 30 |
| FIGURA 18 - TEXTO INICIAL DO CAPÍTULO 7 | 31 |
| FIGURA 19 - TEXTO RELACIONANDO ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE | 32 |
| FIGURA 20 - EXERCÍCIO PROPOSTO NO CAPÍTULO 7 | 33 |
| FIGURA 21 - EXERCÍCIO COM INTERPRETAÇÃO DE GRÁFICO | 34 |
| FIGURA 22 - EXERCÍCIO PROPOSTO PARA CALCULAR ÁREA DE UM SETOR | 36 |
| FIGURA 23 - TEXTO INICIAL DO CAPÍTULO SOBRE ESTATÍSTICA | 37 |
| FIGURA 24 - GRÁFICOS DO TEXTO INICIAL | 38 |
| FIGURA 25 - TABELA | 38 |
| FIGURA 26 - GRÁFICO DE LINHAS DUPLAS | 39 |
| FIGURA 27 - HISTOGRAMA | 39 |
| FIGURA 28 - GRÁFICO DE SETORES | 40 |
| FIGURA 29 - PICTOGRAMA | 41 |
| FIGURA 30 - GRÁFICO DE RADAR | 41 |
| FIGURA 31 - GRÁFICO DE GANTT | 42 |
| FIGURA 32 - EXERCÍCIOS CAPÍTULO 4 | 43 |
| FIGURA 33 - EXERCÍCIO RESOLVIDO | 44 |
| FIGURA 34 - EXERCÍCIO RESOLVIDO 2 | 44 |
| FIGURA 35 - EXERCÍCIO RESOLVIDO “PENSANDO NO ENEM” | 46 |
| FIGURA 36 - EXERCÍCIO RESOLVIDO “PENSANDO NO ENEM” | 46 |
| FIGURA 37 - FRAGMENTO DO BLOCO: “OUTROS CONTEXTOS” | 47 |
| FIGURA 38 - EXERCÍCIO PROPOSTO PARA O BLOCO “OUTROS CONTEXTOS” | 48 |

| | |
|--|----|
| FIGURA 39 - EXERCÍCIO PROPOSTO NO BLOCO “OUTROS CONTEXTOS” | 49 |
| FIGURA 40 - EXERCÍCIOS PROPOSTOS NO BLOCO “CAIU NO ENEM” | 50 |
| FIGURA 41 - EXERCÍCIOS RESOLVIDOS..... | 52 |
| FIGURA 42 - EXPERIMENTO EM EXERCÍCIO RESOLVIDO..... | 53 |
| FIGURA 43 - EXERCÍCIO RESOLVIDO | 54 |
| FIGURA 44 - AMPLIANDO O PROBLEMA PROPOSTO..... | 55 |
| FIGURA 45 - EXERCÍCIO DO CAMPO MINADO | 56 |
| FIGURA 46 - RESOLUÇÃO DE EXERCÍCIOS..... | 57 |
| FIGURA 47 - EXERCÍCIO PROPOSTO | 60 |
| FIGURA 48 - EXERCÍCIO PROPOSTO | 61 |
| FIGURA 49 - EXERCÍCIO PROPOSTO: CAIXA COM BOLINHAS..... | 62 |
| FIGURA 50 - EXPERIMENTO COM MOEDA..... | 63 |
| FIGURA 51 - GRÁFICO COM ERRO..... | 64 |
| FIGURA 52 - GRÁFICO REAL..... | 65 |
| FIGURA 53 – GRÁFICO 1 DA ATIVIDADE PROPOSTA..... | 67 |
| FIGURA 54 - GRÁFICO 2 DA ATIVIDADE PROPOSTA..... | 67 |
| FIGURA 55 - GRÁFICO 3 DA ATIVIDADE PROPOSTA..... | 68 |
| FIGURA 56 - GRÁFICO 4 DA ATIVIDADE PROPOSTA..... | 68 |
| FIGURA 57 - GRÁFICOS A SEREM ANALISADOS EM AULA..... | 69 |

Sumário

| | |
|--|-----------|
| INTRODUÇÃO | 8 |
| 1. ESTATÍSTICA E SUAS COMPETÊNCIAS | 13 |
| 2. LIVROS DIDÁTICOS E ESTATÍSTICA | 18 |
| 2.1. ANÁLISE DA COLEÇÃO "MATEMÁTICA – INTERAÇÃO E TECNOLOGIA".. | 19 |
| 2.1.1. <i>Apresentação do Volume 1</i> | 19 |
| 2.1.2. <i>Análise do Volume 1</i> | 27 |
| 2.1.3. <i>Apresentação do Volume 2</i> | 28 |
| 2.1.4. <i>Análise do Volume 2</i> | 35 |
| 2.1.5. <i>Apresentação do Volume 3</i> | 35 |
| 2.1.6. <i>Análise do Volume 3</i> | 44 |
| 2.2. ANÁLISE DA COLEÇÃO "MATEMÁTICA: CONTEXTO & APLICAÇÕES: ENSINO MÉDIO" | 45 |
| 2.2.1. <i>Apresentação do Volume 1</i> | 45 |
| 2.2.2. <i>Análise do Volume 1</i> | 50 |
| 2.2.3. <i>Apresentação do Volume 2</i> | 51 |
| 2.2.4. <i>Análise do Volume 2</i> | 58 |
| 2.2.5. <i>Apresentação do Volume 3</i> | 58 |
| 2.2.6. <i>Análise do Volume 3</i> | 65 |
| 3. PROPOSTA DE ATIVIDADE | 66 |
| 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS | 71 |
| 5. BIBLIOGRAFIA | 72 |

INTRODUÇÃO

O dicionário Michaelis define estatística como um ramo da matemática que utiliza uma gama de métodos para coletar, analisar e interpretar dados numéricos e, de acordo com Salsburg (2009) a estatística revolucionou a ciência, sofisticando a produção e coleta de dados de pesquisas investigativas.

Apresenta-se a seguir um levantamento bibliográfico a cerca do ensino de estatística e suas competências no ensino de matemática no nível médio. Ainda nesta etapa da pesquisa, analisa-se informações estatísticas veiculadas em meios de comunicação de massa. Esse levantamento e análise servirão como base para a análise de livros didáticos e elaboração de proposta didática.

Segundo Ignácio (2010) o grau de importância da estatística é tão grande que todos os governos possuem organismos oficiais destinados à pesquisas estatísticas. No Brasil temos o IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística).

Na EE (Educação Estatística), pautado no PCN, os alunos devem ser incentivados a interpretar informações e dados estatísticos, assim como criticá-los e argumentar sobre eles, os alunos precisam aprender a pensar estatística, mas isso não é fácil e não está relacionado apenas a matemática (SCHNEIDER; ANDREIS; 2014). Smith (2008) vem auxiliando ao dizer que ao ensinar assuntos como gráficos, tabelas, cálculos de médias, e outros conteúdos estatísticos, esse trabalho deve ser feito em conjunto com o aluno, convidando-o a participar de todo o processo, a saber: coleta de dados, organização de dados, construção de tabelas e gráficos e interpretação.

Como vem sendo observado ao longo deste trabalho, o foco, ao ensinar estatística, deve estar no processo de construção e não no processo operacional, para tanto, as aulas não devem estar centradas prioritariamente nas contas e sim no modo de pensar estatística. Para Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011):

Temos defendido uma abordagem pedagógica relacionada com o aprender Estatística fazendo Estatística (*learning by doing*). Nessa abordagem o ambiente pedagógico é construído com base em problemáticas que tenham a ver com o cotidiano do estudante, estando elas relacionadas com a sua comunidade, com o seu convívio social ou até mesmo com o seu mundo do trabalho. Nela, procuramos valorizar não apenas os conteúdos programáticos, mas também interpretações de resultados e suas relações com o contexto no qual os problemas estão inseridos. (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI; 2011)

De acordo com Campos, Jacobini, Wodewotzki e Ferreira (2011), no ensino da estatística é importante que o aluno não desenvolva um pensamento enrijecido acerca dos resultados estatísticos, mas que construa um pensamento crítico e reflexivo acerca das contingências e das “verdades absolutas” produzidas estatisticamente, todavia, sem invalidar e desestimar a riqueza do conhecimento que os dados estatísticos podem proporcionar.

A partir de “fatos” abaixo apresentados pode-se perceber que a estatística é usada, muitas vezes, para convencer os leitores sobre determinado assunto, já que ao apresentar dados estatísticos, acredita-se que foram feitas séries de pesquisa e entrevistas para chegar a determinada conclusão. O problema é quando se acredita acriticamente no que lhe é informado, deixando de observar e ler atentamente os gráficos e tabelas apresentados.

Pode-se perceber o mau uso da estatística em jornais e meios de comunicação de massa, como no exemplo a seguir, no jornal A Folha de S. Paulo no domingo, 7 de dezembro de 2014, onde expõe-se, na primeira folha, como matéria de destaque a seguinte manchete: “Brasileiro responsabiliza Dilma por caso Petrobrás”.

O gráfico, com pesquisa feita pela DataFolha, mostra que 68% da população acredita que a Dilma é a responsável pelo escândalo da Petrobrás. Porém, ao ler a matéria e estudar o gráfico, pode-se observar que realmente 68% acreditam que Dilma tem responsabilidade sobre o caso, mas o jornal omitiu, na primeira página, que 43% acha que Dilma tem muita responsabilidade e 25% acredita que tem um pouco de responsabilidade.

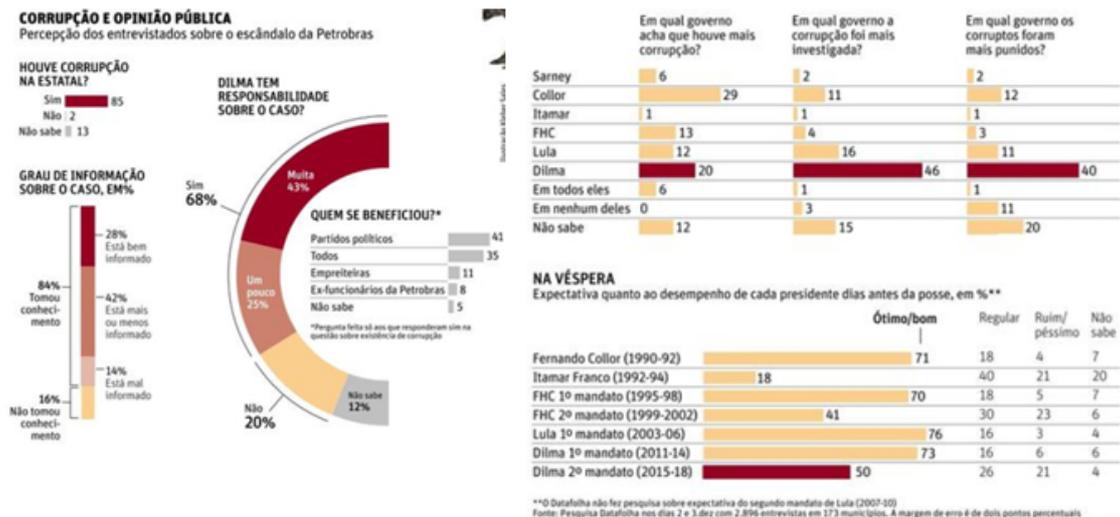
Outra informação que foi omitida na primeira página que diz que 46% acredita que foi no governo Dilma onde houve mais investigação sobre a corrupção e 40% acredita que é no governo de Dilma onde a corrupção foi mais punida. Esse tipo de pesquisa busca chamar atenção da população com títulos sensacionalistas sobre política, levando muitos a terem conclusões equivocadas.

Figura 1 - Matéria de destaque do jornal A Folha de S. Paulo



Fonte: Acervo Folha de São Paulo (2014)

Figura 2 - Gráficos da matéria de destaque do jornal A Folha de S. Paulo

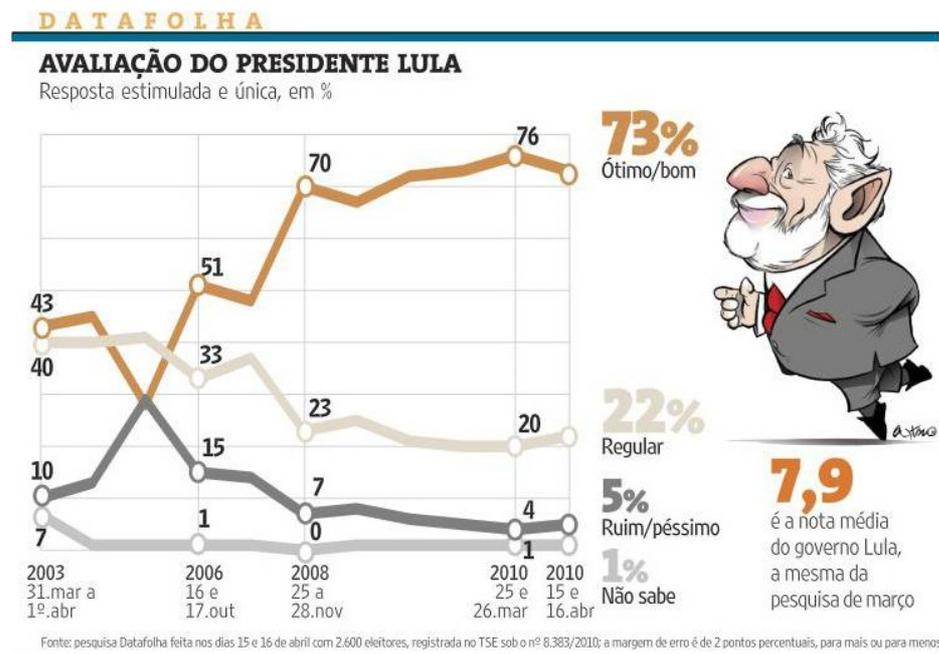


Fonte: Acervo Folha de São Paulo (2014)

Como é possível notar, caso não se leia atentamente os gráficos, o indivíduo pode ser facilmente induzido a acreditar em meias verdades.

A seguir mais um gráfico que pode levar o leitor a interpretar de forma equivocada o que é apresentado.

Figura 3 - Gráfico de linhas veiculado no jornal A Folha de S. Paulo



Fonte: Acervo Folha de São Paulo (2010).

Como pode-se observar na Figura 3, é um gráfico sobre uma avaliação do governo do presidente Lula e está embasado em uma pesquisa feita pela DataFolha. Esta pesquisa foi veiculada através de uma reportagem do jornal Folha de São Paulo do dia 17 de abril de 2010.

Ainda na *Figura 3*, gráfico é do tipo gráfico de linhas, que liga dois ou mais pontos por uma reta. Nesse tipo de gráfico temos dois eixos que o norteia: eixo x (ou eixo horizontal) e eixo y (ou eixo vertical), no caso do gráfico acima, temos o eixo x que demarca os dias nos quais foram realizadas as pesquisas e no eixo y relaciona a opinião da população entrevistada. Em um gráfico desse tipo, as informações que se quer apresentar devem ser marcadas como pontos e esses serão ligados uns aos outros.

Nota-se que no gráfico da *Figura 3* marcaram algumas informações e ao ligar um ponto a outro a reta sofreu alguns desvios antes de ligar ao próximo ponto. Por exemplo, nos dias 16 e 17 de outubro de 2006 as pesquisas mostram que a opinião do público era de que 51% acha o governo ótimo/bom, e em 25 a 28 de novembro de 2008, 70% do público acha o governo ótimo bom, mas ao ligar esses dois pontos, a reta cai alguns pontos para depois subir novamente, e o mesmo ocorre por todo o gráfico, o que nos permite entender que o governo sofreu grandes variações. Para

marcar essas variações, deveriam ter sido marcados novos pontos relacionando a opinião do público em datas/anos diferentes, o que não foi feito nesse caso.

Para tanto pretende-se com esta pesquisa apresentar uma análise de duas coleções de livros de matemática do PNLD 2018 a 2020, possíveis coleções a serem usadas por colégios da rede pública do município de Volta Redonda. Nesta análise apresenta-se a metodologia para o ensino de estatística, bem como níveis de conhecimento nos conteúdos apresentados, levando em consideração as competências: literacia, raciocínio e pensamento estatísticos. Após esta análise, propõe-se uma atividade de ensino que permita o aluno a aprimorar suas competências estatísticas de forma a desenvolver a criticidade.

O presente trabalho começa com o capítulo 1, onde é apresentado o embasamento teórico, evolução da estatística e as competências estatísticas que deve-se buscar desenvolver nos alunos. No capítulo 2 é feita a análise de duas coleções de livros didáticos que fizeram parte do PNLD 2018-2020 e que poderiam ter sido escolhidos pelo município de Volta Redonda. No capítulo 3 é proposta uma atividade para desenvolver as três competências estatísticas. No quarto capítulo são feitas as considerações finais do presente trabalho, onde são feitas conclusões acerca de tudo o que foi analisado e proposto.

1. ESTATÍSTICA E SUAS COMPETÊNCIAS

No Parâmetro Curricular Nacional (PCN, 1998) estabelece-se a importância e obrigatoriedade do letramento estatístico na formação escolar básica, que compreende o ensino fundamental e médio. Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011) discutem a importância de três competências: literacia, raciocínio estatístico e pensamento estatístico.

Paralelamente ao desenvolvimento dessas metas e estratégias, autores como Rumsey (2002), Garfield (1998), Chance (2002) e delMas (2002) publicaram estudos baseados em pesquisas sobre os objetivos dos cursos de Estatística, nos quais eles defendem que o planejamento da instrução deve pender para o desenvolvimento de três importantes competências: a literacia estatística, o raciocínio estatístico e o pensamento estatístico, sem os quais não seria possível aprender (ou apreender) os conceitos fundamentais dessa disciplina. (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI; 2011).

De modo geral, são três competências interdependentes que se fazem necessárias para apreender estatística: a literacia estatística, o raciocínio estatístico e o pensamento estatístico. De acordo com Assis (2015) literacia estatística “é a capacidade de ler e interpretar a linguagem estatística, ou seja, analisar e entender as informações de gráficos, tabelas e o uso correto dos símbolos e representações da Estatística. Mas é uma definição com várias interpretações” (ASSIS, 2015, p. 31).

Ignácio (2010) constata que, com o aprimoramento dos softwares tecnológicos, difundiu-se o uso de métodos estatísticos aos mais distintos campos de atuação. Costa (2008) apontando para a interdisciplinaridade, afirma que a estatística está associada a diversas áreas do conhecimento, aparece, principalmente, em pesquisas acadêmicas que lançam mão do método quantitativo e recorrem à recursos estatísticos para construção e representação de dados e atualmente, é usada para legitimar e fundamentar verdades através de gráficos, tabelas e números.

Walichinski (2012) apresenta em seu artigo o relato de aulas que promovem contextualização no ensino de estatística numa turma de 22 alunos. A pesquisa demonstra que os alunos aprendem melhor quando participam do processo de construção de dados e quando as informações apresentadas se relacionam com seu cotidiano, fornecendo, além disso, estímulos e reforço do conteúdo ensinado.

Watson (1997, apud CAMPOS et al, 2011, p 23) divide a literacia em três estágios: 1. O do entendimento básico da terminologia estatística; 2. O do entendimento da linguagem estatística e dos conceitos inseridos num contexto de

discussão social; 3. O do desenvolvimento de atitudes de questionamento nas quais se aplicam conceitos mais sofisticados para contradizer alegações que são feitas sem fundamentação estatística apropriada.

Já o raciocínio, vem da palavra latim “raciocinium”, que significa cálculo, avaliação. No dicionário há quatro definições para essa palavra: “1. ato ou efeito de raciocinar. 2. exercício da razão pelo qual se procura alcançar o entendimento de atos e fatos, se formulam ideias, se elaboram juízos, se deduz algo a partir de uma ou mais premissas. 3. capacidade de raciocinar. 4. atividade mental que, por meio de instrumentos indutivos ou dedutivos, fundamenta o encadeamento lógico e necessário de um processo argumentativo.” (DICIONÁRIO ONLINE, Acesso em: 28 de julho de 2017). Raciocínio estatístico, no entanto, é um tipo específico de raciocínio. Segundo Assis (2015):

O raciocínio estatístico é o processo interno que permite que uma pessoa explique uma situação, estatisticamente falando, e faz sentido com as informações estatísticas existentes. E, além disso, o raciocínio estatístico envolve ideias como aleatoriedade, amostragem, chance, incerteza, probabilidade, testes de hipóteses e estimação, o que leva a uma boa interpretação e inferências a respeito dos dados. O raciocínio estatístico envolve também o entendimento da conexão entre os assuntos tratados pela Estatística. (ASSIS, 2015, p.32)

Raciocínio estatístico envolve fazer conexões entre assuntos e conceitos estatísticos, entendendo como é feito o processo estatístico, sendo capaz ainda de explicar como ele é feito.

Gal e Garfield (1997, apud CAMPOS et al, 2011) diferem Matemática de Estatística em alguns pontos: 1) Os números são dados dentro de um contexto, portanto, eles servem para interpretação de dados e resultados. 2) A Matemática não é o centro da busca para a resolução de problemas estatísticos, na verdade ela e seus conceitos são ferramentas, porém vem sendo usada tecnologia e softwares para cálculos (a parte operacional); 3) Os problemas de estatística, geralmente não tem apenas um resultado, pois “[...] geralmente começam com um questionamento e terminam com uma opinião, que se espera que seja fundamentada em certos conceitos teóricos e resultados práticos.” (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI; 2011)

Gal e Garfield (1997, apud CAMPOS et al, 2011) estabelecem, ainda, alguns tipos de raciocínio que os estudantes deveriam desenvolver, são eles: Raciocínio sobre dados; raciocínio sobre representação de dados; raciocínio sobre medidas;

raciocínio sobre incerteza; raciocínio sobre amostras; raciocínio sobre associações (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI; 2011).

Desenvolver o raciocínio estatístico nos estudantes não é uma tarefa simples. Muitos autores afirmam que não é possível fazê-lo por instrução direta e notam pouco ou nenhum progresso, mesmo quando as recomendações dos pesquisadores são seguidas. Nessa linha, Sedlmeier (1999) afirma que o raciocínio estatístico raramente é ensinado, e quando o é, raramente é bem-sucedido. Já Nisbett (1993) defende que o raciocínio estatístico das pessoas pode ser aprimorado se elas aprenderem as regras estatísticas, e estas podem ser ensinadas por meio de instrução direta. (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI; 2011).

Desenvolver o raciocínio estatístico nos alunos não é uma tarefa fácil. É mais um desafio que o professor tem de enfrentar para auxiliar os alunos na busca pelo conhecimento. Garfield (2002) identifica cinco níveis de raciocínio estatístico, são eles:

Quadro 1 - Níveis de raciocínio estatístico

| Nível | Designação | Característica |
|-------|----------------------|--|
| 1 | Idiossincrático | Usa palavras e símbolos sem entendê-los completamente, misturando informações não relacionadas. |
| 2 | Verbal | Verbaliza conceitos corretamente, mas não aplica isso em seu comportamento. |
| 3 | Transicional | Identifica uma ou duas dimensões de um processo estatístico, mas não integra completamente essas dimensões. |
| 4 | Processivo | Identifica as dimensões de um conceito ou processo estatístico, mas não entende o processo por completo. |
| 5 | Processual Integrado | Completo entendimento sobre um processo estatístico, coordenando as regras e o comportamento da variável e explicando o processo com suas próprias palavras. |

Fonte: GARFIELD (2002)

Sabendo em qual tipo de raciocínio o aluno se encontra e qual precisa desenvolver nos alunos, o professor pode aplicar atividades mais focadas nas necessidades individuais de cada aluno. Podemos observar que o professor tem grandes desafios para promover o raciocínio estatístico e um caminho a se seguir é o trabalho em grupo, como podemos ver com Garfield e Bem-Zvi (1997 apud Campos Wodewotzki e Jacobini, 2011):

De acordo com Garfield e Ben-Zvi, o papel do professor num AARE (Ambiente de Aprendizagem do Raciocínio Estatístico) é apresentar o problema, guiar a discussão, antecipar concepções distorcidas ou

erradas, assim como dificuldades de raciocínio, e certificar-se de que os estudantes estão engajados nas tarefas e que estão superando suas dificuldades. [...] Segundo esses autores, o caminho para o desenvolvimento do raciocínio estatístico é o trabalho em grupo, colaborativo, pois assim a aprendizagem fica mais centrada no aluno, na medida em que ele aprende pela experiência e com os outros, ao invés de receber o conhecimento do professor (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI; 2011).

Semelhante ao método que John Dewey idealizou: “*learning by doing*” (aprender fazendo), onde os alunos eram levados aprender na prática e aprender com os próprios erros. (BECK, 2017).

Segundo Campos (2007) os exemplos usados em sala devem fazer sentido para os alunos, sendo contextualizados e não aqueles problemas inventados ou sem vínculo com a realidade ou vivência dos alunos, como podemos observar:

Os hábitos de questionar, analisar, escrever justificativas com suas próprias palavras e ideias não são comuns nos estudantes e só serão desenvolvidos se eles forem incentivados com problemas que contribuam tanto para a criatividade e a criticidade em situações novas quanto para a reflexão e o debate. (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI; 2011).

Podemos sintetizar dessa forma: Literacia envolve ler, compreender e interpretar dados estatísticos, sejam eles dispostos em tabelas, gráficos ou outros meios. Além de pensar criticamente sobre eles. Raciocínio significa compreender o processo estatístico e explicá-lo. Envolve a conexão de ideias e conceitos estatísticos. Pensamento Estatístico é a capacidade de relacionar dados estatísticos com situações concretas, ponderar criticamente sobre dados e resultados obtidos, além de saber escolher quais ferramentas e/ou métodos de estatística se deve usar. (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI; 2011)

Como podemos perceber o professor, ao ensinar estatística, precisa ir muito além dos conteúdos de Matemática, deve desenvolver no aluno a literacia estatística, o raciocínio estatístico e o pensamento estatístico, que são interdependentes. Além dessas habilidades é preciso auxiliar os alunos na construção do conhecimento e da criticidade, envolvendo-o em assuntos pertinentes a respeito da sociedade, política, saúde, como podemos ver na afirmação de Schneider e Andreis (2013):

[...] é necessário que professores e alunos aceitem seu papel de participantes no processo de aprendizagem, através da criação de possibilidades múltiplas que auxiliam na construção do conhecimento. Dessa forma é possível que se crie um espaço de múltipla possibilidade para a construção do conhecimento onde podem ser realizadas atividades intelectuais relacionadas à investigação crítica, a interpretação dos resultados que nos são apresentados bem como análises políticas, sociais e

econômicas, contribuindo para a formação do sujeito responsável e conhecedor dos seus direitos que possa realmente exercer a sua cidadania. (SCHNEIDER; ANDREIS; 2013; p.4)

Como discorre Santos em seu artigo “A Evolução Histórica da Educação Estatística e da sua Pesquisa no Brasil”, a partir da implantação do PCN muitos institutos de pesquisa têm buscado compreender e aperfeiçoar o processo didático de ensino e aprendizagem estatística, além de haver um aumento significativo nas pesquisas sobre Educação Estatística (EE) em programas de pós-graduação.

Denota-se, no entanto, a importância de distinguir os preceitos matemáticos dos preceitos da estatística. Para Schneider e Andreis (2016) a matemática lida com certeza, com exatidão, com absolutismos. A estatística é um campo que lida com exatidão, mas que são contingentes e temporais.

Todavia, muitas pesquisas estatísticas de ampla relevância social têm sido empregadas acriticamente, legitimando paradigmas que afetam as relações humanas. Segundo Vidal (2010), o pensamento acadêmico com relação à validade dos dados estatísticos é dividido em dois polos distintos e opostos: os quantitativistas, que apostam na certeza e confiabilidade dos dados numéricos e os qualitativistas que recusam sistematicamente toda produção matemática e estatística para construção de dados. Ambos os polos representam a matriz absolutista do conhecimento. Com isso, o ensino da estatística ora é apresentado com descrédito e pessimismo crítico, ora acrítico, com total confiabilidade e certeza.

2. LIVROS DIDÁTICOS E ESTATÍSTICA

Duas coleções de livros didáticos foram escolhidas para serem analisadas com o objetivo de observar como é proposto o ensino do tema estatística. A presente análise tem como foco o ensino de estatística e observar se as coleções tem propostas para a construção crítica do conhecimento e de forma a preparar os alunos para criticar as informações que lhe são apresentadas.

A escolha das duas coleções de livros abaixo apresentadas, deu-se por serem livros que os alunos de escolas públicas poderão utilizar nos anos de 2018 a 2020, livros estes que fazem parte do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD).

Coleção 1:

BALESTRI, Rodrigo. Matemática – Interação e Tecnologia, volume 1. – 2ª ed.
– São Paulo: Leya, 2016.

BALESTRI, Rodrigo. Matemática – Interação e Tecnologia, volume 2. – 2ª ed.
– São Paulo: Leya, 2016.

BALESTRI, Rodrigo. Matemática – Interação e Tecnologia, volume 3. – 2ª ed.
– São Paulo: Leya, 2016.

Figura 4 – Coleção 1: Matemática – Interação e Tecnologia



Fonte: PNLD (2018).

Coleção 2

DANTE, Luiz Roberto. Matemática: contexto & aplicações: ensino médio, Volume 1 – 3ª ed – São Paulo: Ática, 2016.

DANTE, Luiz Roberto. Matemática: contexto & aplicações: ensino médio, Volume 2 – 3ª ed – São Paulo: Ática, 2016.

DANTE, Luiz Roberto. Matemática: contexto & aplicações: ensino médio, Volume 3 – 3ª ed – São Paulo: Ática, 2016.

Figura 5 – Coleção 2: Matemática: contexto & aplicações



Fonte: PNLD (2018).

2.1. ANÁLISE DA COLEÇÃO “MATEMÁTICA – INTERAÇÃO E TECNOLOGIA”

2.1.1. Apresentação do Volume 1

No primeiro volume dessa coleção o tema “estatística” é apresentado dentro do bloco de “Tratamento da informação”, que é proposto pelo PCN de matemática.

Dentro desse bloco são propostos alguns exercícios que usam gráficos, leitura e interpretação dos mesmos. Os exercícios propostos buscam usar temas e exemplos reais, apresentam gráficos contendo todas as informações necessárias, inclusive a fonte de onde foram retirados, como observamos a seguir na Figura 6.

O capítulo 7 do volume 1 desta coleção aborda especificamente o tema “Tratamento da Informação” e são introduzidos conteúdos de estatística como: moda, mediana e média aritmética e média ponderada.

O início desse capítulo é apresentado um texto contextualizando o tema com o cotidiano e no manual do professor sugere-se que o docente discuta sobre a pequena matéria apresentada de forma que o aluno pense e critique as informações

apresentadas, a Figura 6 apresenta o texto extraído do livro. Destaca-se que criticar não significa apontar defeitos, mas analisar as informações e interpretá-las, de forma a não apenas aceitá-las.

Figura 6 - Recorte do texto inicial do capítulo 7

É por meio dos alimentos que obtemos os nutrientes essenciais ao nosso organismo. Uma alimentação saudável é aquela que fornece os nutrientes necessários em quantidades adequadas. É importante lembrar que as necessidades de cada pessoa podem variar de acordo com, por exemplo, sua idade e seu estado de saúde, e que comer frutas e verduras é um hábito alimentar saudável. Dê preferência aos produtos de época e plantados em sua região, pois em geral são mais frescos e custam menos.

A nova pirâmide alimentar

Você tem uma alimentação saudável? Quais hábitos alimentares você acredita que deva mudar?

Em 1992, o Departamento de Agricultura dos Estados Unidos (em inglês: United States Department of Agriculture, USDA) apresentou o Guia da Pirâmide Alimentar, com o objetivo de orientar o público a ter uma alimentação saudável. Os alimentos foram agrupados segundo os nutrientes que fornecem e, para cada grupo, foi estabelecida a quantidade diária de alimento a ser ingerida.

Eram prescritos uma redução do consumo de gorduras e óleos e um grande consumo de carboidratos, como os presentes em pães, cereais em flocos, arroz, massas, entre outros. Era recomendado também um consumo abundante de verduras, legumes, frutas e laticínios, além de, pelo menos, duas porções diárias de alimentos do grupo das carnes (como carne vermelha, aves, peixes e ovos) e dos feijões (como nozes e castanhas).

Com o passar dos anos, essa "antiga" pirâmide alimentar foi se demonstrando equivocada. Um fato já conhecido pelos nutricionistas em 1992 era que algumas gorduras são essenciais para a saúde e podem diminuir o risco de doenças cardiovasculares. Outro equívoco foi quanto aos carboidratos, pois aqueles como os presentes em pão e arroz branco aumentam o teor de glicose no sangue, o que também é prejudicial.

Na tentativa de consertar esses equívocos, alguns especialistas, como os professores Walter C. Willet e Meir J. Stampfer, ambos da Harvard School of Public Health, estão propondo uma "nova" pirâmide alimentar. Essa nova pirâmide incentiva o consumo de gorduras saudáveis e cereais integrais e recomenda o consumo esporádico de carne vermelha, alguns tipos de carboidratos e manteiga.

215

Professora! Explique aos alunos que estes são os principais objetivos a serem atingidos por eles nesta unidade. Retorne esses objetivos no decorrer dos debates da unidade e, se julgar necessário, estabeleça também novos objetivos. Na Assessoria Pedagógica encontram-se os objetivos gerais deste nível de ensino, assim como os objetivos específicos desta unidade.

Comparações internacionais entre o consumo de gordura e a incidência de doenças cardíacas

| País | Porcentagem de calorias derivadas de gorduras em dietas tradicionais | Incidência de doenças coronarianas em 10 mil homens durante períodos de 10 anos |
|--------------------|--|---|
| Japão | 10% | 500 |
| Leste da Finlândia | 38% | 3000 |
| Creta | 40% | 200 |

Fonte: WILLET, Walter C., STAMPFER, Meir J. As novas bases da pirâmide alimentar. *Scientific American Brasil*, São Paulo: Dueto, ano 1, n. 9, fev. 2003, p. 68-75.

Nesta unidade você vai...

- analisar, interpretar, organizar e construir tabelas e diferentes tipos de gráficos.
- compreender e aplicar o conceito de moda, média aritmética, média aritmética ponderada e mediana.
- organizar e interpretar dados em rol, tabela de frequência e intervalos de classe.

Fonte: BALESTRI (2016)

Ao longo do capítulo 7 são abordadas informações que se deve conter ao construir um gráfico, como coletar dados e organizá-los em tabelas e depois transformá-los em gráficos. Dentro de um mesmo assunto é apresentado diversas informações e de maneiras variadas, ora em gráficos (Figura 10), ora em tabelas (Figura 8), em distribuição de frequência (Figura 9) e também na língua portuguesa (Figura 7). São apresentados diversos tipos de gráficos ao longo do capítulo: de linhas, de barras, de setores, de barras duplas e de colunas.

Figura 7 - Dados apresentados na língua materna

Para identificar algumas características relacionadas à altura dos alunos do 1º ano, um educador físico realizou, em 2015, a medição da altura de cada um deles. No quadro estão indicadas as alturas, em centímetros, dos 40 alunos do 1º ano do Ensino Médio.

| | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 144 | 152 | 153 | 162 | 152 | 152 | 157 | 159 | 156 | 153 |
| 154 | 146 | 153 | 155 | 148 | 167 | 154 | 147 | 156 | 159 |
| 147 | 144 | 145 | 162 | 147 | 138 | 163 | 143 | 162 | 156 |
| 146 | 153 | 147 | 163 | 145 | 149 | 148 | 150 | 150 | 153 |

Fonte: BALESTRI (2016)

Figura 8 - Dados apresentados em tabela

| Frequência das alturas dos alunos de uma turma do 1º ano do Ensino Médio, em 2015 | |
|---|------------|
| Altura (em cm) | Frequência |
| 138 | 1 |
| 143 | 1 |
| 144 | 2 |
| 145 | 2 |
| 146 | 2 |
| 147 | 4 |
| 148 | 2 |
| 149 | 1 |
| 150 | 2 |
| 152 | 3 |
| 153 | 5 |
| 154 | 2 |
| 155 | 1 |
| 156 | 3 |
| 157 | 1 |
| 159 | 2 |
| 162 | 3 |
| 163 | 2 |
| 167 | 1 |

Fonte: Alunos do 1º ano.

Fonte: BALESTRI (2016)

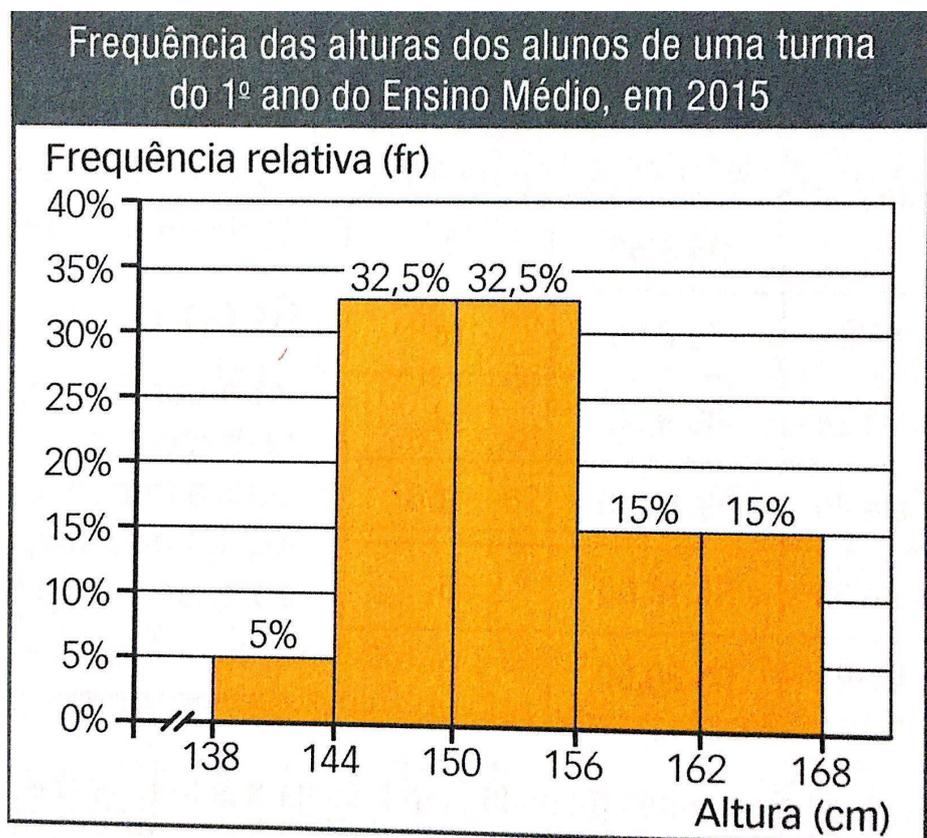
Figura 9 - Dados apresentados em distribuição de frequências

| Frequência das alturas dos alunos de uma turma do 1º ano do Ensino Médio, em 2015 | | | | |
|---|----------------|---------------------------|------------------------------------|---------------------------------------|
| Altura (em cm) | Frequência (f) | Frequência acumulada (fa) | Frequência relativa (fr) | Frequência acumulada relativa (far) |
| 138 — 144 | 2 | 2 | $\frac{2}{40} \cdot 100 = 5\%$ | 5% |
| 144 — 150 | 13 | $2+13 = 15$ | $\frac{13}{40} \cdot 100 = 32,5\%$ | $5\%+32,5\% = 37,5\%$ |
| 150 — 156 | 13 | $2+13+13 = 28$ | $\frac{13}{40} \cdot 100 = 32,5\%$ | $5\%+32,5\%+32,5\% = 70\%$ |
| 156 — 162 | 6 | $2+13+13+6 = 34$ | $\frac{6}{40} \cdot 100 = 15\%$ | $5\%+32,5\%+32,5\%+15\% = 85\%$ |
| 162 — 168 | 6 | $2+13+13+6+6 = 40$ | $\frac{6}{40} \cdot 100 = 15\%$ | $5\%+32,5\%+32,5\%+15\%+15\% = 100\%$ |
| Total | 40 | — | 100% | — |

Fonte: Alunos do 1º ano.

Fonte: BALESTRI (2016)

Figura 10 - Dados apresentados em histograma



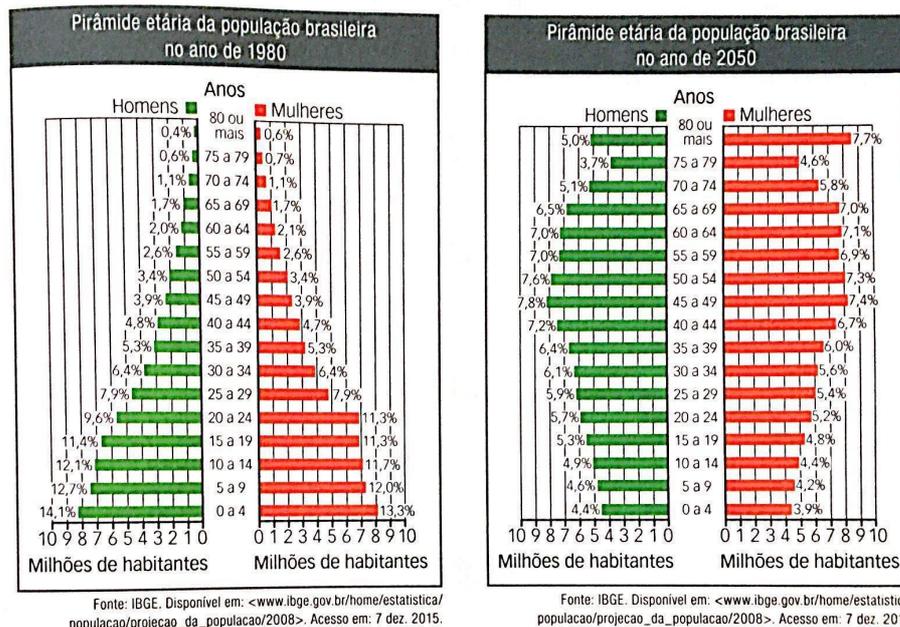
Acervo da Editora

Fonte: BALESTRI (2016)

Ao construir e ler um gráfico, o autor interpreta alguns gráficos apresentados e faz alguns comentários sobre o mesmo, como é possível perceber no recorte em anexo (Figura 11).

Figura 11 - Gráfico de barras horizontais

Resumidamente, observa-se nas pirâmides etárias a seguir que o efeito combinado do aumento da população brasileira, da redução da taxa de fecundidade total e da elevação da esperança de vida muda o perfil demográfico do país no decorrer dos anos.



Note que a pirâmide etária de 1980, cujo formato lembra um triângulo, caracteriza uma população de maioria jovem: a base é bastante larga e o topo estreito.

A pirâmide de 2050, tem um formato diferente, caracterizada por uma população de maioria idosa: a base é mais estreita e o topo da pirâmide é mais largo.

Essas tendências não acontecem apenas no Brasil, são características demográficas comuns a países desenvolvidos, principalmente graças a avanços na medicina e melhorias nas condições gerais de vida da população, que contribuem no sentido de elevar a esperança de vida do ser humano.

► A pirâmide etária de 2050 caracteriza uma população que apresenta queda na taxa de fecundidade (como vimos no primeiro gráfico de linhas) e aumento na taxa bruta de mortalidade por causa do crescimento da população

Fonte: BALESTRI (2016)

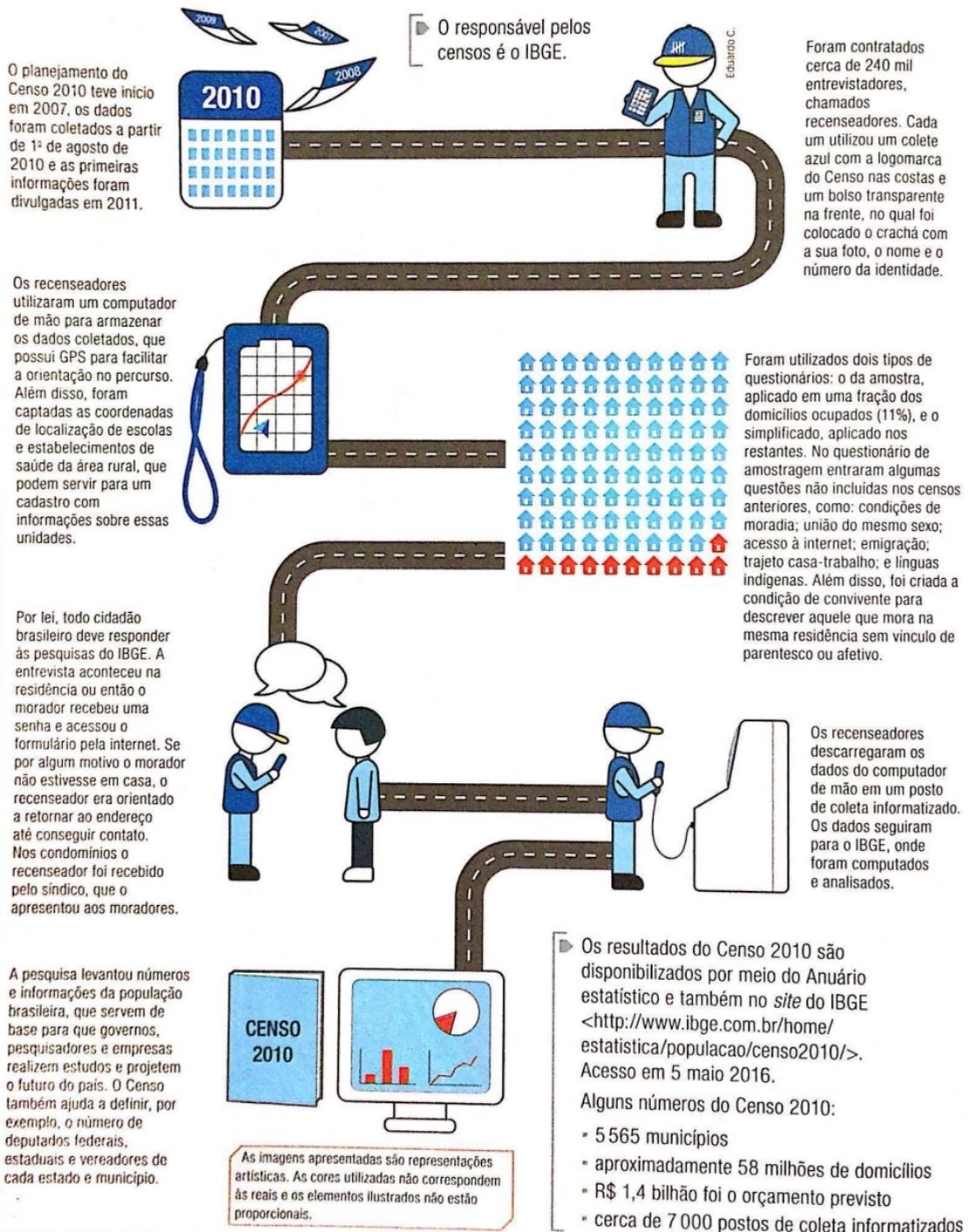
Como já foi dito, o autor da coleção busca contextualizar a estatística e apresentar exemplos reais de onde é usado. Há um bloco “Como funciona” dentro do livro que apresenta algumas informações sobre temas relevantes, e um deles é o censo demográfico que é explicado, de forma acessível, como é feito o censo até chegar às informações a qual temos acesso. Pode-se apreciar tal texto na Figura 12, e observar como é abordado o assunto.

Figura 12 - Seção Como Funciona o Senso Demográfico

COMO FUNCIONA

O Censo Demográfico

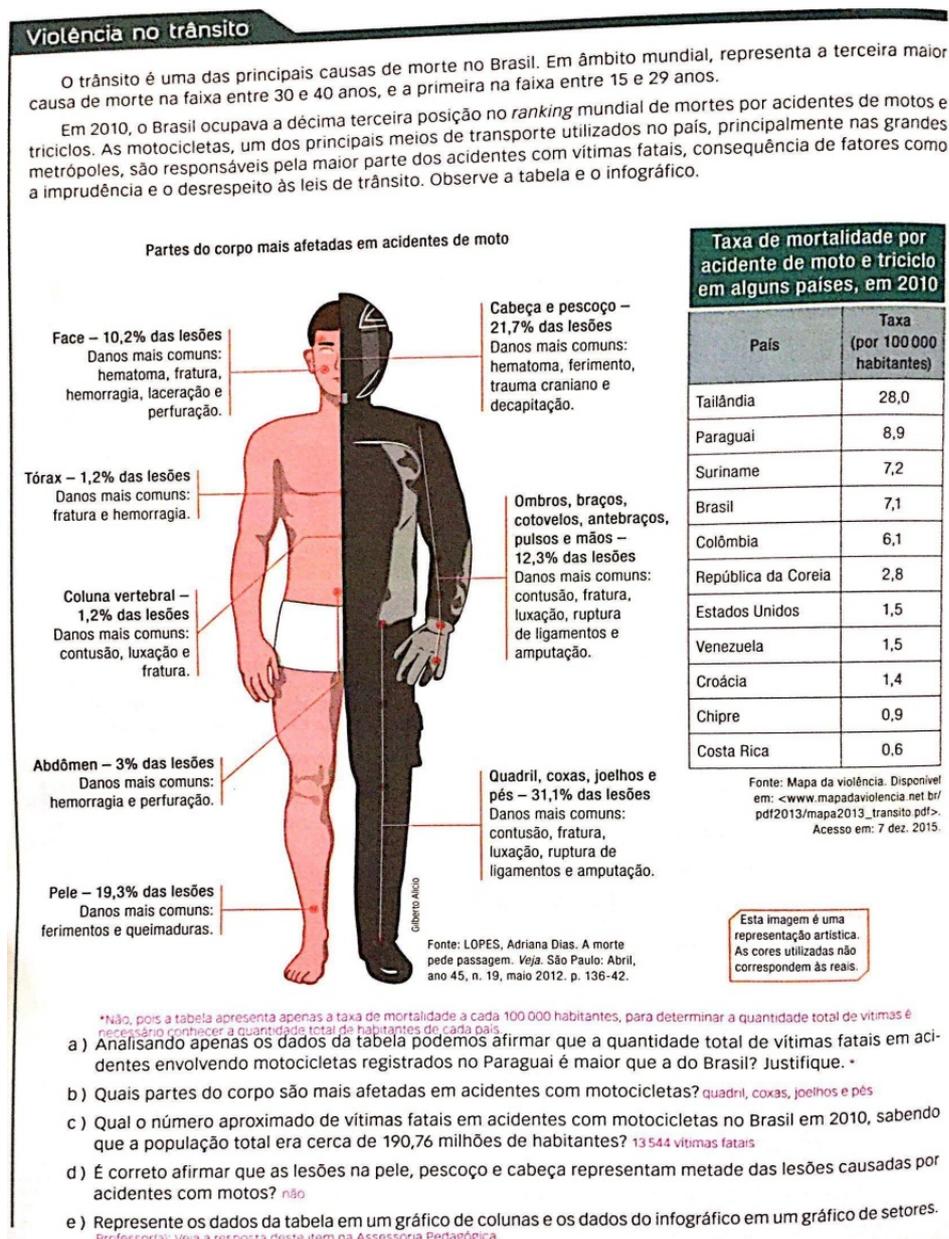
O Censo Demográfico é um estudo estatístico realizado de 10 em 10 anos no Brasil, cujo objetivo é obter informações das características da população brasileira, tais como quantos somos, como somos, onde vivemos e, principalmente, como vivemos. No Censo 2010, entraram no questionário perguntas sobre assuntos ausentes nos Censos anteriores. Além disso, ele utilizou pela primeira vez um sistema digital e *on-line*.



Fonte: BALESTRI (2016)

Depois de indicar ou apontar informações contextualizadas constando gráficos e interpretações, o autor da coleção propõe uma lista de exercícios resolvidos e discussões sobre a resolução, é interessante destacar que tanto os exercícios resolvidos quanto os propostos são contextualizados e com informações reais. Logo em seguida apresenta-se lista de exercício a ser resolvida pelos alunos. Podemos observar um exemplo de exercício resolvido a seguir na Figura 13:

Figura 13 - Exercício resolvido



Fonte: BALESTRI (2016)

Nesses exercícios propostos, é interessante que é pedido aos alunos que observem diversos gráficos e os analisem a fim de encontrar qual gráfico que

melhor representa as informações dadas, levando em conta os valores, fonte e porcentagem de cada informação. Esse tipo de exercício é interessante pois leva o aluno a observar que se não for analisado o que lhe é apresentado, poderá ser levado ao engano facilmente.

É possível apreciar um exemplo de exercício como o citado acima na Figura 14 logo abaixo.

Figura 14 - Exemplo de exercício

Atividades Anote as respostas no caderno.

1. (UFSM-RS) A concorrência mais acirrada em vestibulares tem levado algumas escolas de Ensino Médio a contrariar a legislação e não oferecer a disciplina de Educação Física aos alunos do 3º ano do Ensino Médio. No entanto, estudos revelam que os alunos dessa série consideram que a Educação Física contribui para melhorar o rendimento escolar em alguns aspectos, conforme mostra a tabela ao lado. O gráfico que melhor representa a tabela é o seguinte:

| Aspectos | Porcentagem |
|------------------------|-------------|
| Ânimo | 3% |
| Descontração | 17% |
| Relaxamento | 29% |
| Qualidade de vida | 23% |
| Interação social | 7% |
| Desenvolvimento físico | 21% |

Fonte: Edeportes. Revista Digital, maio 2010. Disponível em: <www.edeportes.com> (adaptado).

a) **Contribuição da disciplina de Educação Física em alunos do 3º ano do Ensino Médio**

Fonte: Edeportes. Revista Digital, maio 2010. Disponível em: <www.edeportes.com> (adaptado).

b) **Contribuição da disciplina de Educação Física em alunos do 3º ano do Ensino Médio**

Fonte: Edeportes. Revista Digital, maio 2010. Disponível em: <www.edeportes.com> (adaptado).

c) **Contribuição da disciplina de Educação Física em alunos do 3º ano do Ensino Médio**

Fonte: Edeportes. Revista Digital, maio 2010. Disponível em: <www.edeportes.com> (adaptado).

d) **Contribuição da disciplina de Educação Física em alunos do 3º ano do Ensino Médio**

Fonte: Edeportes. Revista Digital, maio 2010. Disponível em: <www.edeportes.com> (adaptado).

e) **Contribuição da disciplina de Educação Física em alunos do 3º ano do Ensino Médio**

Fonte: Edeportes. Revista Digital, maio 2010. Disponível em: <www.edeportes.com> (adaptado).

223

Ilustrações: Acervo de Editora

Ao final de cada unidade, o autor traz um resumo com questionamentos sobre o que acabou de ser estudado e um esboço esquemático do assunto aprendido, como podemos perceber a seguir, veja a figura 15.

Figura 15 - Resumo final da unidade

Sobre a unidade | Anote as respostas no caderno.

1. O que você estudou nesta unidade? Você considera que atingiu os objetivos propostos no início da unidade? Se não, o que fará para atingir os objetivos?
2. Qual dos conteúdos estudados nesta unidade você considera que deve estudar um pouco mais?
3. Se um amigo pedisse a você que explicasse a utilidade das medidas de tendência central, que explicação você daria?
4. Nem sempre a média aritmética é a medida de tendência central que melhor representa um conjunto de dados. Cite um exemplo que evidencie isso.
5. Converse com seus colegas a respeito de situações em que os conteúdos estudados nesta unidade estão presentes. Se necessário, realizem uma pesquisa.

Ideias matemáticas

O esquema a seguir relaciona algumas das ideias matemáticas estudadas nesta unidade. Converse com seus colegas e professor(a) a respeito de como essas e outras ideias abordadas na unidade estão relacionadas. Em seguida, faça um texto descrevendo as relações existentes entre elas e dê sugestões para complementar e melhorar a organização desse esquema.

```

graph TD
    A[Gráfico e tabelas] --- B[Coleta e organização de dados]
    A --- C[Distribuição de frequências]
    B --- D[Intervalo de classes]
    B --- E[Medidas de tendência central]
    C --- E
    E --- F[Medidas de tendência central para dados agrupados em classes]
  
```

Fonte: BALESTRI (2016)

2.1.2. Análise do Volume 1

Este volume não possui um capítulo tratando a estatística mais profundamente, mas têm-se exercícios interessantes, como os apresentados. Apesar de alguns bons exercícios que permite o aluno a sair do nível da literacia, a maior parte dos exercícios propostos utilizam os gráficos e conteúdos estatísticos apenas para extrair informações. De uma forma geral, pode-se dizer que este livro leva o aluno a chegar no nível de literacia estatística, que, como explicado, envolver ler, interpretar e fazer uso correto dos símbolos e representações da Estatística.

Este volume busca explicar em detalhes o processo para cálculo e possíveis interpretações, porém seus exercícios, em sua maioria, são repetitivos e não leva o aluno a pensar além de cálculos e fórmulas.

2.1.3. Apresentação do Volume 2

O segundo volume da coleção, destinado ao 2º ano do ensino médio, reserva um capítulo para o tema "Probabilidade", que é o Capítulo 6. Ele começa, semelhante aos outros, com um texto informando de forma contextualizada uma aplicação do conhecimento estatístico sobre probabilidade. O recorte do livro contido na Figura 16 apresenta o texto sobre transplante de medula óssea que contém dados/informações da probabilidade para a compatibilidade para o transplante.

Figura 16 - Texto inicial do capítulo 6

Transplante de medula óssea

A medula óssea é um tecido gelatinoso encontrado no interior dos ossos. Sua função, basicamente, é produzir três tipos de células sanguíneas: as hemácias, os leucócitos e as plaquetas.

Em pessoas saudáveis, a medula óssea é renovada pelo próprio organismo. Porém, há doenças que afetam a medula e, em alguns casos, o transplante é o tratamento mais adequado. Uma das situações em que o transplante de medula pode ser necessário é no tratamento da leucemia, um tipo de câncer que altera a produção de células pela medula. Com a utilização de quimioterapia e radioterapia, a medula óssea é propositalmente “destruída”, preparando o organismo do paciente para receber a medula saudável.

O transplante de medula óssea é um procedimento considerado simples pelos médicos. É retirada uma pequena quantidade de células da medula óssea do doador e injetada na corrente sanguínea do receptor. Em pouco tempo essas células são transportadas pelo sangue até o interior dos ossos, onde começam a se multiplicar e a retomar sua atividade de produção de células sanguíneas. Quanto ao doador, sua recuperação é bastante rápida. Em quinze dias, aproximadamente, seu organismo repõe a medula óssea retirada.

Apesar de simples, o transplante sempre esbarra em um inimigo quase onipresente: a incompatibilidade. É necessário que doador e receptor sejam totalmente compatíveis. Em geral, pai e mãe não são compatíveis, pois cada um possui apenas metade do material genético do filho. Primeiramente são consultados os irmãos, nos quais a probabilidade de compatibilidade é de 1 para 4. Caso não haja compatibilidade na família, são realizadas pesquisas nos bancos de medula, onde se estima que a probabilidade de se encontrar um doador é de 1 para 300000.

Fonte: (Fonte): Diga aos alunos que a medula óssea é também conhecida popularmente como “matão”.

Nesta unidade você vai...

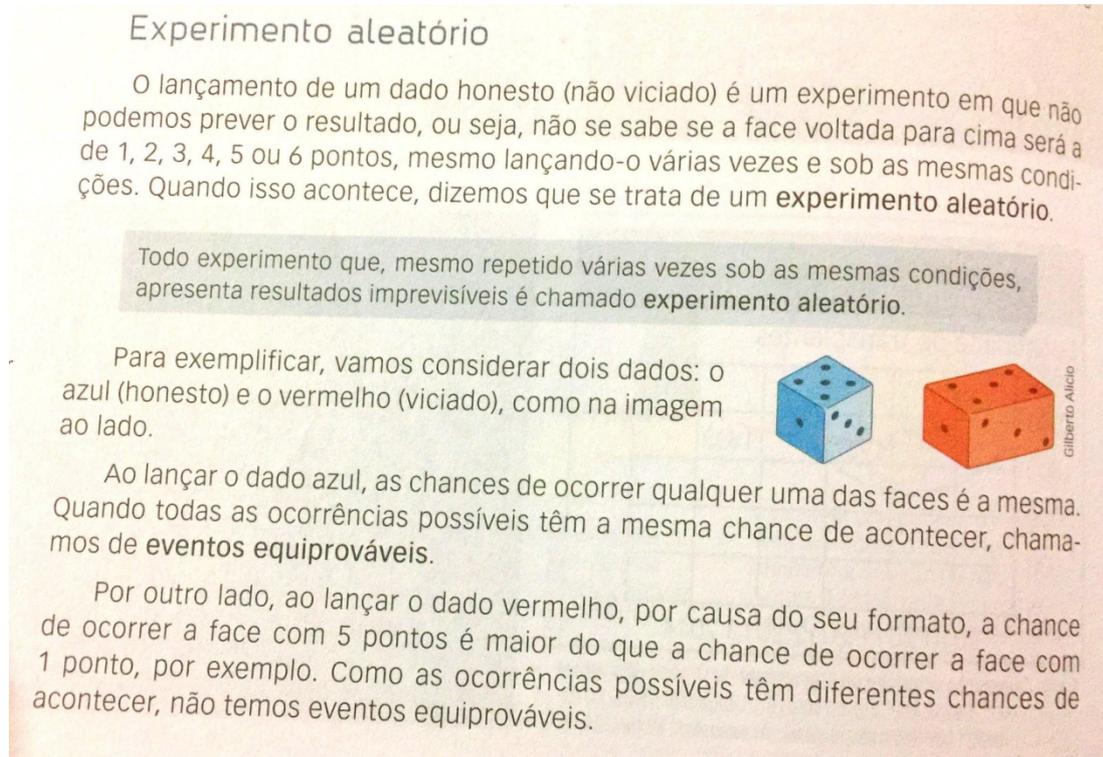
- › determinar o espaço amostral de um experimento aleatório e os seus eventos.
- › calcular a probabilidade da ocorrência ou não ocorrência de um evento.
- › identificar eventos independentes.
- › calcular a probabilidade da união de dois eventos e a probabilidade condicional.
- › empregar a Lei binomial das probabilidades.

Objetivos a serem atingidos por eles nesta unidade. Retorne esses objetivos no decorrer dos capítulos.

Fonte: BALESTRI (2016)

Este capítulo começa de fato apresentando ao leitor exemplos de probabilidade e logo definindo conceitos chave, como: experimento aleatório, espaço amostral e evento. Ao definir tais conceitos, o autor busca usar exemplos para melhor compreensão do estudante, como pode-se perceber com a figura extraída do livro (Figura 17).

Figura 17 - Exemplo de experimento aleatório



Fonte: BALESTRI (2016)

Neste volume há alguns blocos de curiosidades contextualizadas sobre o tema apresentado. Há o bloco “Como funciona” que apresenta como é feito e analisado o teste de DNA. É interessante ressaltar que o texto é de fácil compreensão e acaba por relacionar a matemática com outras áreas do conhecimento, mostrando, dessa forma, que os conhecimentos matemático são utilizados não apenas para resolver contas desassociadas do cotidiano. Além do tema DNA, é apresentado também o “Como Funciona o seguro de automóveis”, apresentando informações sobre como são analisados os valores para o seguro, vistoria do automóvel que deseja segurar, além de como é o procedimento no caso de sinistro, franquia para o mesmo e como tudo está diretamente relacionado a estatística a partir de questionário aplicado ao futuro cliente.

Ao longo do capítulo são definidos e apresentados outros conceitos importantes para a probabilidade e que serão necessários para o estudo de estatística.

O Capítulo 7 é destinado exclusivamente para o estudo de Estatística. Como pode-se observar na figura abaixo retirada do livro, o capítulo começa com um texto contendo informações contextualizadas e apresentando dados estatísticos.

Figura 18 - Texto inicial do capítulo 7

7 bilhões de pessoas

Em estatística, o termo **população** corresponde ao conjunto formado por todos os elementos sob investigação. Mas, caso investigássemos a população mundial, quantos seriam os elementos desse conjunto e quais seriam as suas principais características?

Em 1800, a população mundial atingiu a marca de 1 bilhão de habitantes. Hoje somos mais de 7 bilhões. Após a Segunda Guerra Mundial, a **taxa de fecundidade total** estava entre 5 e 6 filhos por mulher, o que justifica o rápido aumento da população nesse período. Apesar de essa taxa ter diminuído nas décadas seguintes, estando hoje em 2,5 filhos por mulher, em média nascem 5 bebês por segundo. A taxa de crescimento da população mundial ainda é positiva, ou seja, tudo indica que a população mundial está aumentando.

A China, que possui cerca de 18,72% da população mundial, é o país mais populoso do mundo. Se fosse possível calcular a média aritmética das características de toda a população mundial, obteríamos como resultado uma pessoa com as características de um típico cidadão chinês do sexo masculino. Esse indivíduo teria 28 anos de idade, seria casado, teria um(a) filho(a), não teria completado o Ensino Fundamental, possuiria celular, não possuiria automóvel ou conta bancária e viveria na zona urbana.

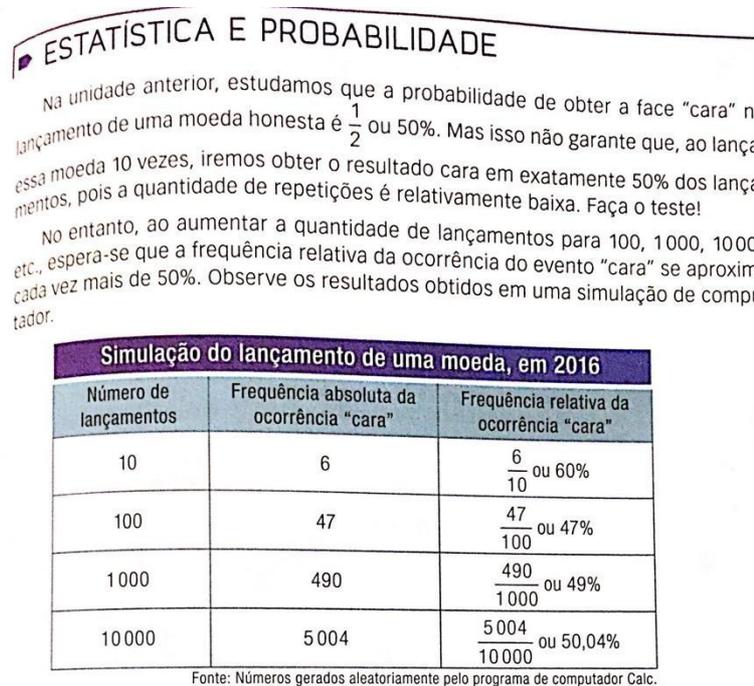
Apesar de a população mundial ser numerosa e continuar crescendo, não é a falta de espaço o nosso maior problema, mas a falta de planejamento. Portanto, um dos desafios para as próximas gerações será alcançar o consumo consciente dos recursos naturais, buscando condições para o crescimento sustentável da população mundial.

Fonte: BALESTRI (2016)

O autor apresenta o conteúdo, ao longo do capítulo com diversos exemplos de estatística, discutindo e definindo conceitos usados em estatística, como população, amostra e variáveis estatísticas.

É interessante destacar que dentro do capítulo há uma parte que relaciona estatística e probabilidade usando gráficos, tabelas e língua materna, como é possível observar na Figura 19.

Figura 19 - Texto relacionando estatística e probabilidade



Nesse caso, se não soubéssemos como calcular essa probabilidade, poderíamos estimar que é $\frac{1}{2}$ ou 50% com base na análise dos 10 000 lançamentos.

Dessa forma, em situações em que não é possível calcular teoricamente a probabilidade, podemos estimá-la por meio da frequência relativa da ocorrência do evento, considerando várias repetições do experimento. Quanto maior o número de repetições, mais precisa será essa probabilidade estimada, pois haverá uma estabilidade da frequência relativa da ocorrência do evento.

Em algumas situações, em vez de realizarmos várias repetições do experimento, podemos estimar a probabilidade de um evento ocorrer com base em um conjunto de dados amostrais obtidos por meio de registros históricos, por exemplo.

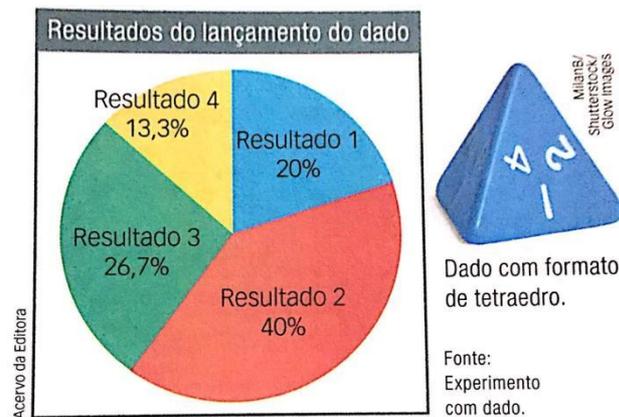
Fonte: BALESTRI (2016)

Ainda neste capítulo constata-se que há diversos exemplos e exercícios resolvidos, analisando junto com o leitor as informações e resolvendo os problemas apresentados, que, em sua maioria, são contextualizados e com informações reais.

Um exercício merece destaque dentre os propostos, observar na Figura 20, visa despertar no aluno a atenção e criticidade, de forma a não aceitar qualquer informação apresentada, pois ela pode ser tendenciosa, equivocada ou incompleta.

Figura 20 - Exercício proposto no capítulo 7

10. Um dado com formato de tetraedro foi lançado algumas vezes, e os resultados obtidos foram organizados no gráfico.



- Um dado com formato de tetraedro possui quatro possíveis resultados, cada um deles indicado pelo número que se repete nas três faces visíveis.

Você suspeitaria da honestidade desse dado se ele tivesse sido lançado:

- a) 15 vezes? Justifique. Não, pois foram feitos poucos lançamentos.
- b) 100 000 vezes? Justifique. Sim, pois, em virtude da grande quantidade de lançamentos, a frequência relativa da ocorrência de cada evento deveria estar próxima de 25%.

Fonte: BALESTRI (2016)

Após exemplos e exercícios, o livro retoma o conteúdo de medida de tendência central, assunto apresentado no volume anterior, porém aprofundando o conteúdo, nesse momento os dados são agrupados em classes, que é uma forma sintética de organizar os dados numa tabela evitando que essa tabela seja grande e com muitas linhas.

Além do bloco “Como funciona”, que aborda a matemática em outras áreas do saber, o autor traz para os alunos outra forma de calcular as medidas de tendência central: através do programa Calc, planilha de dados do Libre Office. O autor apresenta também como calcular dados estatísticos com a calculadora científica, apresentando passo a passo de como utilizá-la para fazer os cálculos necessários.

Neste capítulo, além do exercício que foi destacado, os outros propostos são para extração de informações e cálculos e são repetitivos, por isso não foram destacados: não auxiliou o estudante a criticidade. Apesar de conter informações e contextualização, os exercícios visavam mais os cálculos.

2.1.4. Análise do Volume 2

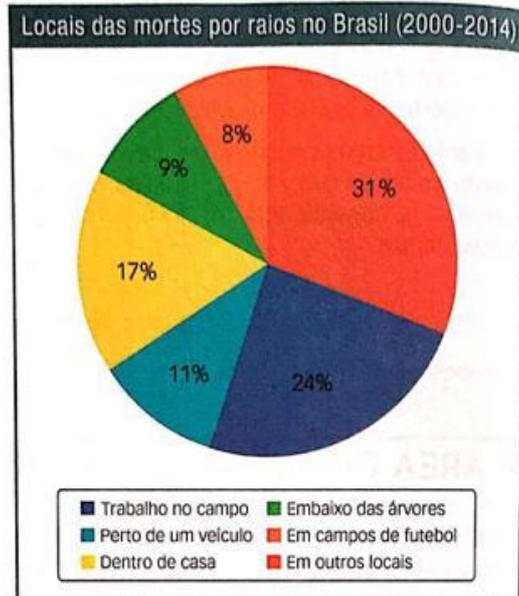
Como falado sobre o volume 1 da coleção de BALESTRI (2016), este livro auxilia o aluno a chegar no primeiro nível da educação estatística: a literacia. Ainda não é possível, apenas com os exercícios e discussões feitas ao longo do livro, se chegar ao segundo nível (pensamento estatístico) com propriedade, pois o aluno não é muito estimulado a entender o processo, nomear, explicar, criticar, discutir o processo e informações dadas.

2.1.5. Apresentação do Volume 3

O terceiro volume da coleção de BALESTRI (2016) tem maior foco na geometria, cálculo de áreas, poliedros, geometria espacial e analítica. O livro apresenta diversos exercícios para melhor compreensão dos conteúdos apresentados, no capítulo 3: Corpos redondos, são apresentados alguns sólidos geométricos como cone, esfera, cilindros e como calcular a área do círculo setor, entre outras. Como exercício proposto e resolvidos pode-se observar um em especial que usa um gráfico de setor, porém ele é apenas um pretexto para se calcular área de setor, como pode-se observar na Figura 22, o gráfico é apresentado, mas não discutido ou interpretado.

Figura 22 - Exercício proposto para calcular área de um setor

R3. Um levantamento realizado pelo Grupo de Eletricidade Atmosférica (Elat) do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (Inpe) aponta que o Brasil é o país no qual ocorrem mais mortes por raios no mundo. De 2000 a 2014, foram registradas 1792 mortes no país. O gráfico de setores a seguir apresenta onde essas 1792 pessoas estavam no momento em que foram atingidas:



Dado que nesse gráfico o raio da circunferência é igual a 3 cm, determine a área do setor circular referente às mortes que ocorreram embaixo de árvores.

*Professor(a): Para acessar o conteúdo da fonte indicada, digite na barra de endereços do navegador o endereço eletrônico exatamente como informado entre os símbolos "<" e ">".

Resolução

De acordo com o gráfico, as mortes embaixo de árvores representam 9% do total, logo podemos determinar a área do setor circular por regra de três.

| Porcentagem (%) | Área (cm ²) |
|-----------------|-------------------------|
| 100 | πr^2 |
| 9 | A_s |

$$\frac{100}{9} = \frac{\pi r^2}{A_s} \Rightarrow 9 \cdot \pi r^2 = 100 \cdot A_s \Rightarrow A_s = \frac{9 \cdot \pi r^2}{100} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_s = \frac{9 \cdot 3^2 \pi}{100} = 0,81\pi \rightarrow 0,81\pi \text{ cm}^2$$

Outro modo de resolver a atividade é determinar a área total do círculo e então calcular 9% dessa área.

$$A_{\text{circulo}} = \pi r^2 \Rightarrow A_{\text{circulo}} = 3^2 \pi = 9\pi$$

$$9\% \text{ de } 9\pi: \frac{9}{100} \cdot 9\pi = 0,81\pi \rightarrow 0,81\pi \text{ cm}^2$$

Fonte: BALESTRI (2016)

Neste volume temos um capítulo dedicado exclusivamente à estatística, semelhante ao Volume 2, que também tem um capítulo apenas para apresentar conteúdos estatísticos, é iniciado com um texto contextualizando e situações reais em que podemos utilizar a estatística, além de utilizar gráficos para reforçar e apresentar os dados discutidos no texto, como podemos observar nas imagens a seguir.

Figura 23 - Texto inicial do capítulo sobre estatística

Índice de Desenvolvimento Humano (IDH)

Segundo o Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento (PNUD), o desenvolvimento humano está ligado ao conceito de ampliação de escolhas do ser humano. Ampliação que possibilita às pessoas o livre-arbítrio e as oportunidades de serem quem quiser.

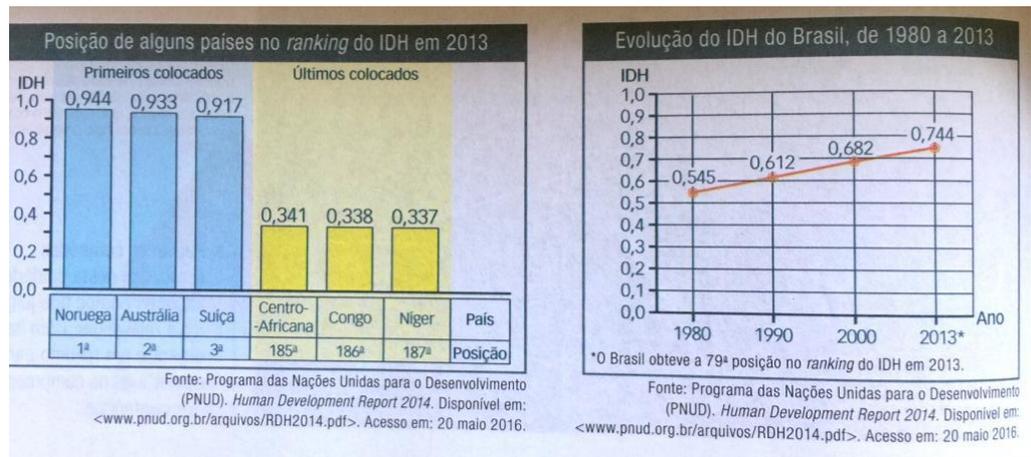
Poderíamos supor que, para avaliar o desenvolvimento humano de uma sociedade, basta observar sua economia. Quanto mais sólida e rentável a economia de um país é de se esperar que as pessoas se sintam mais satisfeitas, o que, conseqüentemente, elevaria o desenvolvimento humano e a qualidade de vida. Entretanto, o desenvolvimento econômico não é um bom indicador para a satisfação e o bem-estar da sociedade. Ao observar apenas os aspectos econômicos, são deixados de lado outros também muito importantes, como saúde e educação.

Na tentativa de quantificar o desenvolvimento humano de uma sociedade, o PNUD calcula anualmente o Índice de Desenvolvimento Humano (IDH). Esse índice difere de indicadores puramente econômicos, porque avalia também aspectos sociais, culturais e políticos que influenciam diretamente a qualidade de vida de determinada população. Esse e outros indicadores constam no Relatório de Desenvolvimento Humano (RDH) publicado anualmente pelo PNUD desde 1990.

O RDH pode ser baixado gratuitamente no *site* <www.pnud.org.br> (Acesso em: 20 maio 2016) e está disponível em vários idiomas.

Fonte: BALESTRI (2016)

Figura 24 - Gráficos do texto inicial



Fonte: BALESTRI (2016)

Logo no início do capítulo 4 intitulado Estatística, o autor Balestri (2016) apresenta os tipos comuns de gráficos existentes (barra, linha, setores) e discute rapidamente qual tipo de informação é melhor apresentada por cada gráfico, como podemos ver alguns exemplos retirados do livro:

Figura 25 - Tabela

Quantidade de carboidratos, proteínas, lipídeos e colesterol em 100 gramas de alguns alimentos, 2011

| | Abacate (100 g) | Carne (100 g) | Pão francês (100 g) | Pipoca (100 g) | Banana (100 g) |
|-----------------|-----------------|---------------|---------------------|----------------|----------------|
| Carboidrato (g) | 6,0 | 0,0 | 58,6 | 70,3 | 23,8 |
| Proteína (g) | 1,2 | 19,4 | 8,0 | 9,9 | 1,4 |
| Lipídeos (g) | 8,4 | 5,9 | 3,1 | 15,9 | 0,1 |
| Colesterol (mg) | NA* | 58 | NA | NA | NA |

Fotos: Eyewave/ Dreamstime.com, Alexstar/ Dreamstime.com, Mm88/ Dreamstime.com, Lisovskaya/ Dreamstime.com, OlegSam/ Shutterstock.com

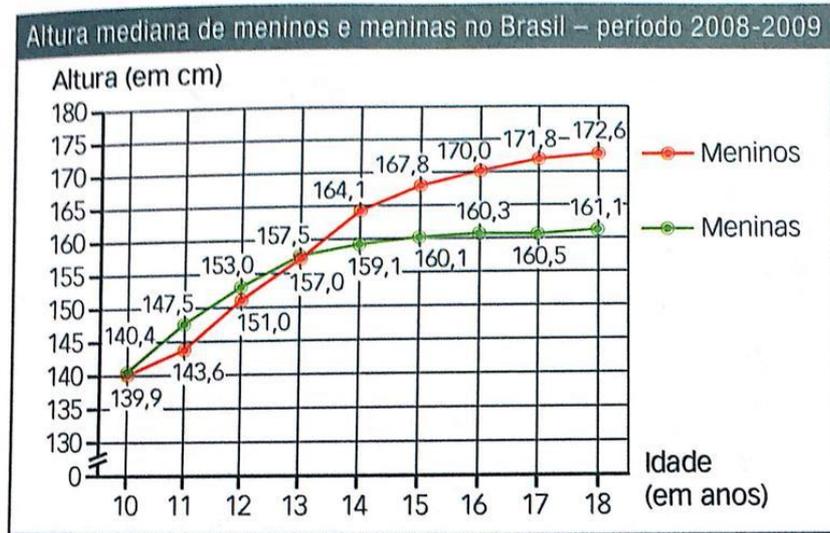
*não aplicável

Fonte: NUCLEO DE ESTUDOS E PESQUISAS EM ALIMENTAÇÃO. *Tabela brasileira de composição de alimentos*. São Paulo: Unicamp, 2011.

Fonte: BALESTRI (2016)

Figura 26 - Gráfico de linhas duplas

Em um gráfico de linhas, é possível perceber a evolução dos valores no decorrer do tempo, em intervalos uniformes. No gráfico de linhas duplas abaixo, ainda é possível comparar, a cada idade, a altura mediana de meninos e meninas. Nota-se que, em geral, a partir dos 13 anos, os meninos são mais altos.

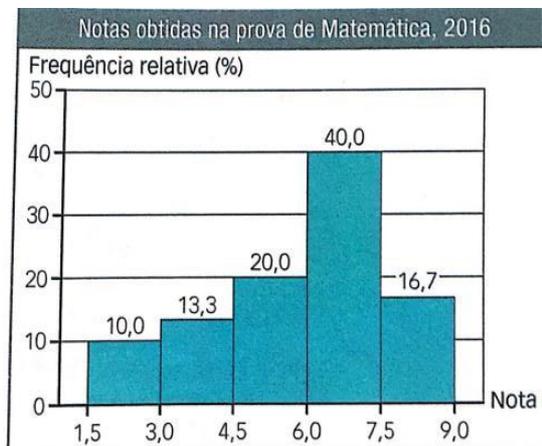


Fonte: BALESTRI (2016)

Figura 27 - Histograma

O histograma é utilizado para representar a frequência absoluta ou relativa de um conjunto de dados quantitativos, organizados por intervalos de classes. Esse gráfico é construído com barras justapostas apoiadas sobre o eixo horizontal. Observe o histograma das notas obtidas por 30 alunos do 3º ano do Ensino Médio em uma prova de Matemática. Note que 56,7% dos alunos obtiveram nota maior ou igual a 6,0 e menor que 9,0.

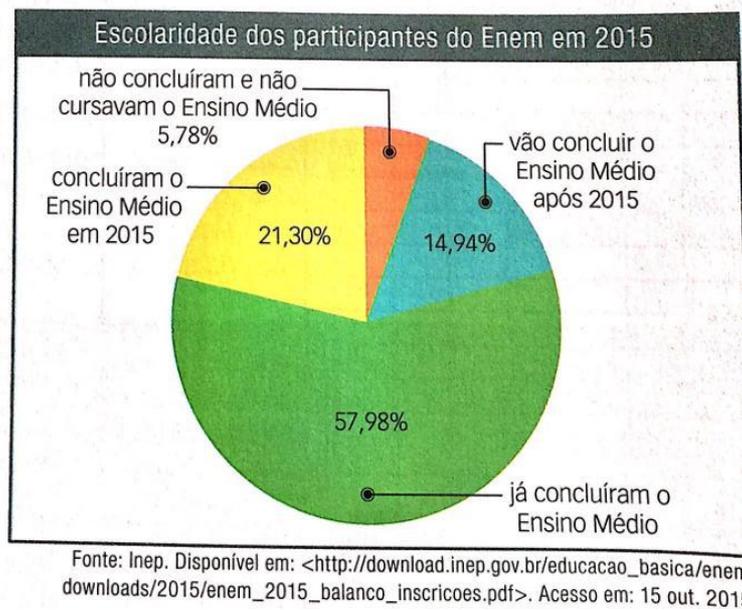
► No histograma, a largura representa a amplitude do intervalo, e a altura de cada barra é proporcional à frequência do intervalo.



Fonte: BALESTRI (2016)

Figura 28 - Gráfico de setores

No gráfico de setores, ou gráfico de *pizza*, podemos visualizar as partes de um todo. No gráfico a seguir, o círculo representa o total de alunos (100%) que participou do Enem (Exame Nacional do Ensino Médio) em 2015, e cada setor representa uma porcentagem desse círculo. Nesse tipo de gráfico, podemos identificar facilmente que, em relação ao total de alunos inscritos, mais da metade já havia concluído o Ensino Médio, e mais de um quinto deles iria concluir em 2015.



Fonte: BALESTRI (2016)

Além desses gráficos mais utilizados e vistos em jornais e revistas, o autor apresentou outros gráficos, que é possível visualizar na Figura 29, Figura 30, Figura 31, eles são menos conhecidos, como o gráfico de radar, pictograma, climograma, e o gráfico de Gantt. O autor da coleção discorre rapidamente sobre cada um deles utilizando exemplos para melhor compreensão.

Figura 29 - Pictograma

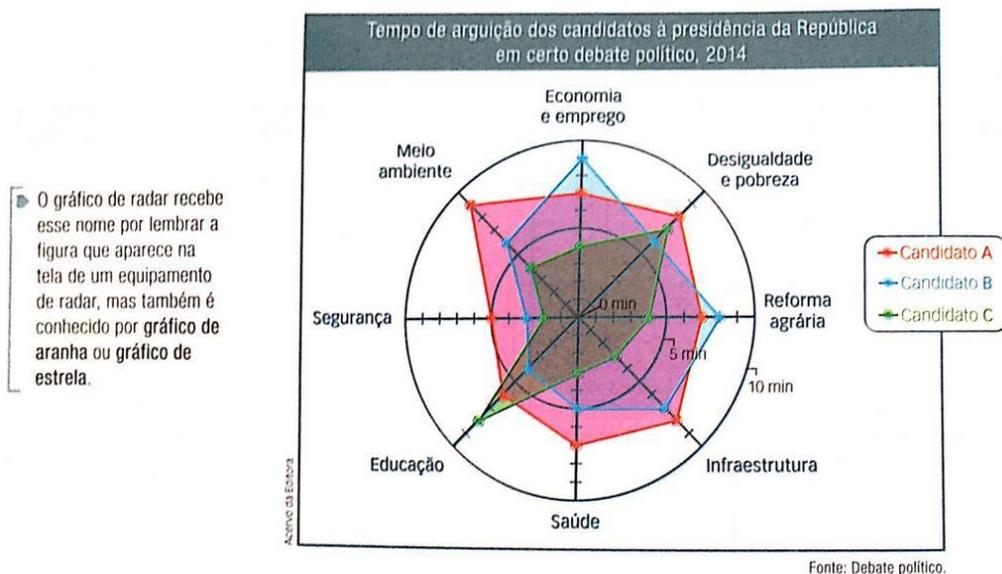
Assim como nos gráficos tridimensionais, em um **pictograma** ou gráfico pictórico, as informações são apresentadas de modo mais atraente, nesse caso, com o auxílio de imagens relacionadas ao tema abordado. Por isso, é um tipo de gráfico muito utilizado em jornais e revistas.



Fonte: BALESTRI (2016)

Figura 30 - Gráfico de radar

O **gráfico de radar** é muito útil para fazer múltiplas comparações. Ele é construído com base em semieixos, que partem do centro do gráfico e terminam na circunferência mais externa. Desse modo, cada semieixo representa uma característica que se deseja representar, cujos valores são maiores quanto mais afastados do centro. O polígono traçado ligando os pontos pode revelar assimetrias que indicam uma grande variação nos valores.



O gráfico de radar recebe esse nome por lembrar a figura que aparece na tela de um equipamento de radar, mas também é conhecido por **gráfico de aranha** ou **gráfico de estrela**.

Analisando o gráfico, percebe-se que o candidato A foi quem mais falou durante o debate, pois o polígono delimitado pelo contorno em vermelho possui a maior área.

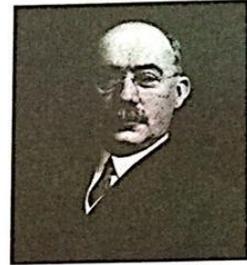
Já o **climograma** é um tipo de gráfico que facilita a visualização de uma grande quantidade de dados numéricos, possibilitando a interpretação simultânea da quantidade média de chuvas (em mm) que ocorre em cada mês, representada pelas barras azuis, e da temperatura média (em °C) registrada em cada mês, representada pela linha vermelha.

Fonte: BALESTRI (2016)

Figura 31 - Gráfico de Gantt

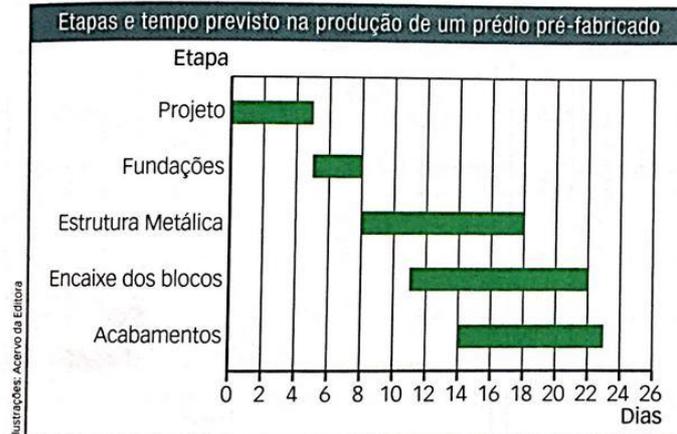
Note que há uma relação entre a variação da quantidade média de chuvas e a variação na temperatura média no decorrer do ano, tal que, nos meses em que a quantidade de precipitação é maior, a temperatura média é mais alta, e nos meses em que a quantidade de precipitação é menor, a temperatura média é mais baixa.

O gráfico de Gantt pode ser utilizado para apresentar as diferentes etapas de um projeto. Com esse gráfico é possível monitorar cada etapa, contribuindo com a execução do projeto e cumprimento dos prazos. As barras do gráfico indicam o começo e o fim de cada etapa do projeto.



Autor desconhecido. Sec. XX. Coleção particular

O gráfico de Gantt foi descrito pelo engenheiro mecânico e cientista social norte-americano Henry Laurence Gantt (1861-1919).

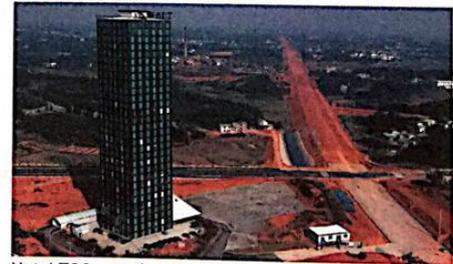


Fonte: Companhia de Engenharia e Estrutura.

► 30 andares em 15 dias

A empresa Broad Sustainable Building inaugurou na virada de 2011 o T30, um prédio de 30 andares com 110 metros de altura, construído em apenas 15 dias, na província de Hunan, na China. O prazo tão curto se deve ao modelo de construção, em que todas as partes do prédio são pré-fabricadas, restando ao fim, apenas unir as partes e fazer as conexões. Nesta etapa foram gastos 15 dias, o que não diminui a grandeza do feito.

Professor(a): Diga aos alunos que, além da velocidade na construção, o prédio é cerca de 80% mais barato que um prédio convencional, produz 0,5% do entulho normalmente produzido e consome cerca de 20% da energia consumida pela construção de um edifício convencional do mesmo tamanho.



imaginechina/ Corbis/ Latinstock

Hotel T30, província de Hunan, China, 2012.

Fonte: BALESTRI (2016)

Apresenta-se, ainda nesse capítulo, diversos exercícios que podem levar os alunos a raciocinar estatisticamente, faz perguntas para melhor interpretar os gráficos apresentados, porém algumas perguntas ainda utilizam o gráfico como pretexto para fazer os cálculos que foram ensinados. Segue alguns exemplos de exercícios que podem ajudar o aluno a interpretar e compreender bem os gráficos, levando o aluno, se bem estudado/ensinado, a ir para o segundo nível de competência estatística: o raciocínio estatístico.

Figura 32 - Exercícios capítulo 4

4. De acordo com o gráfico de barras duplas é possível verificar que, de maneira geral, a vida do brasileiro melhorou no ano 2011 em relação ao ano 2001.

- a) O que representa o percentual 10% no gráfico? A porcentagem de analfabetismo em 2011.
- b) Quais índices aumentaram com o decorrer dos anos? E quais diminuíram?
- c) Qual das categorias teve a maior variação nesse período? Domicílios com máquina de lavar roupa.

*Empregados com carteira assinada, domicílios com geladeira e domicílios com máquina de lavar roupa; Analfabetismo

Fonte: IBGE. Disponível em: <http://seriesestatisticas.ibge.gov.br>. Acesso em: 4 nov. 2015.



5. Os gráficos de barras ou colunas 100% empilhadas exibem a contribuição de cada valor para o total dentro da categoria, ou seja, cada barra ou coluna corresponde a 100%. Observe, por exemplo, o gráfico que apresenta as modalidades de pagamento das vendas de motocicletas no mercado interno brasileiro.

- a) No decorrer do período apresentado, a maior parte dos pagamentos foi realizada sob qual modalidade de pagamento? Financiados.
- b) Podemos afirmar que 33% das vendas de motocicletas em 2015 foram realizadas à vista? Justifique.
- c) Qual é a média de vendas da categoria consórcio no período apresentado? aproximadamente 32,2%

Leasing: arrendamento mercantil, como se fosse um tipo de locação com direito de compra no fim do contrato.

**Não, pois os dados apresentados no gráfico se referem até o 1º trimestre de 2015.

6. O diagnóstico de diabetes pode ser obtido com um exame de sangue realizado com jejum de oito horas.

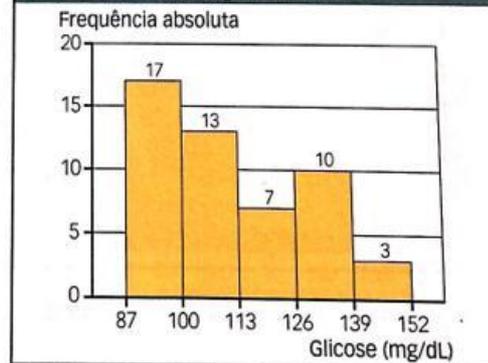
| Teste de glicose no diagnóstico de diabetes, 2015 | | |
|---|--------------------------|----------------------------|
| Glicose no sangue | De 100 mg/dL a 125 mg/dL | Maior ou igual a 126 mg/dL |
| Diagnóstico | Pré-diabéticos | Diabéticos |

Fonte: Sociedade Brasileira de Diabetes. Disponível em: <www.diabetes.org.br/images/2015/pdf/posicionamentos-acesso-livre/posicionamento-2.pdf>. Acesso em: 4 nov. 2015.

Certa clínica registrou os resultados dos exames de sangue de um dia, para diagnóstico de diabetes, conforme o histograma ao lado.

- a) Dos pacientes que realizaram exames de sangue nesse dia, quantos:
 - estão com a taxa de glicose no sangue abaixo dos considerados pré-diabéticos? 17 pacientes
 - são diabéticos? 13 pacientes
- b) Estudos indicam que cerca de 70% dos pacientes pré-diabéticos que poderiam desenvolver a doença podem evitá-la com uma alimentação saudável aliada à prática regular de exercícios físicos. Que porcentagem dos pacientes são pré-diabéticos e podem evitar a doença com alimentação saudável e prática de exercícios físicos? 28%

Resultados dos exames de sangue de certa clínica, 10 de agosto de 2015



Fonte: Clínica.

Fonte: BALESTRI (2016)

Um exercício que merece destaque, é um do bloco de exercícios resolvidos sobre média, moda e mediana, que discute quais medidas de tendência central

melhor representa os dados informados, como pode-se observar na Figura 33 e na Figura 34.

Figura 33 - Exercício resolvido

R5. Foi realizada em certa empresa uma pesquisa a respeito do salário dos funcionários. Quais das medidas de tendência central estudadas (média aritmética, moda e mediana) melhor representam o conjunto de dados apresentados? Justifique.

Resolução

Inicialmente, calculamos a média aritmética, a moda e a mediana.

- média aritmética:

$$\bar{x} = \frac{1700 \cdot 40 + 2200 \cdot 3 + 2500 \cdot 2 + 4500 \cdot 3 + 16000 \cdot 2}{40 + 3 + 2 + 3 + 2} = 2502 \rightarrow \text{R\$ } 2502,00$$

- moda:

A moda é igual a **R\$ 1700,00**, pois é o valor que possui maior frequência.

| Salário dos funcionários de certa empresa, agosto de 2016 | | |
|---|---------------|------------|
| Departamento | Salário (R\$) | Frequência |
| Produção | 1700 | 40 |
| Administração | 2200 | 3 |
| Recursos Humanos | 2500 | 2 |
| Finanças | 4500 | 3 |
| Presidência | 16000 | 2 |

Fonte: Departamento de Recursos Humanos.

Fonte: BALESTRI (2016)

Figura 34 - Exercício resolvido 2

- mediana:

Organizando os valores em um rol

| | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|
| 1700 | 1700 | 1700 | 1700 | 1700 | 1700 | 1700 | 1700 | 1700 | 1700 |
| 1700 | 1700 | 1700 | 1700 | 1700 | 1700 | 1700 | 1700 | 1700 | 1700 |
| 1700 | 1700 | 1700 | 1700 | 1700 | 1700 | 1700 | 1700 | 1700 | 1700 |
| 1700 | 1700 | 1700 | 1700 | 1700 | 1700 | 1700 | 1700 | 1700 | 1700 |
| 2200 | 2200 | 2200 | 2500 | 2500 | 4500 | 4500 | 4500 | 16000 | 16000 |

Como existe uma quantidade par de dados, a mediana é obtida pela média aritmética dos valores centrais.

$$Md = \frac{1700 + 1700}{2} = 1700 \rightarrow \text{R\$ } 1700,00$$

Obtidos os valores da média aritmética (R\$ 2502,00), da moda (R\$ 1700,00) e da mediana (R\$ 1700,00), segue que para essa situação a média aritmética não é uma boa escolha de medida de tendência central para representar o conjunto de dados, pois R\$ 2502,00 representa mais que o dobro do salário da maioria dos funcionários. Isso ocorre porque o salário da presidência é bem maior que o dos demais funcionários.

Já as medidas de tendência central moda e mediana são representativas desse conjunto de dados, pois indicam o valor com maior concentração.

Portanto, as medidas de tendência central que melhor representam esse conjunto de dados são a moda e a mediana.

Fonte: BALESTRI (2016)

2.1.6. Análise do Volume 3

Acredita-se que um exercício interessante seria apresentar as mesmas informações em tipos diferentes de gráficos e deixar que o aluno observe qual melhor representa as informações dadas. Ao longo do capítulo são explorados diversos tipos de gráficos, mas nunca mais de um tipo no mesmo exercício.

Pode-se destacar como interessantes as sugestões que podem melhorar o ensino-aprendizagem apresentada no espaço dedicado aos professores. Por exemplo, o autor sugere o trabalho com dados para ensinar estatística, destacando o que é possível utilizar para ensinar a coletar dados, a calcular medidas de tendência central, construir tabelas e gráficos. Percebe-se que essa estratégia é simples, mas de grande valia para o professor e aluno, auxiliando o aluno a deixar sair da literacia e chegar ao raciocínio estatístico.

2.2. ANÁLISE DA COLEÇÃO "MATEMÁTICA: CONTEXTO & APLICAÇÕES: ENSINO MÉDIO"

2.2.1. Apresentação do Volume 1

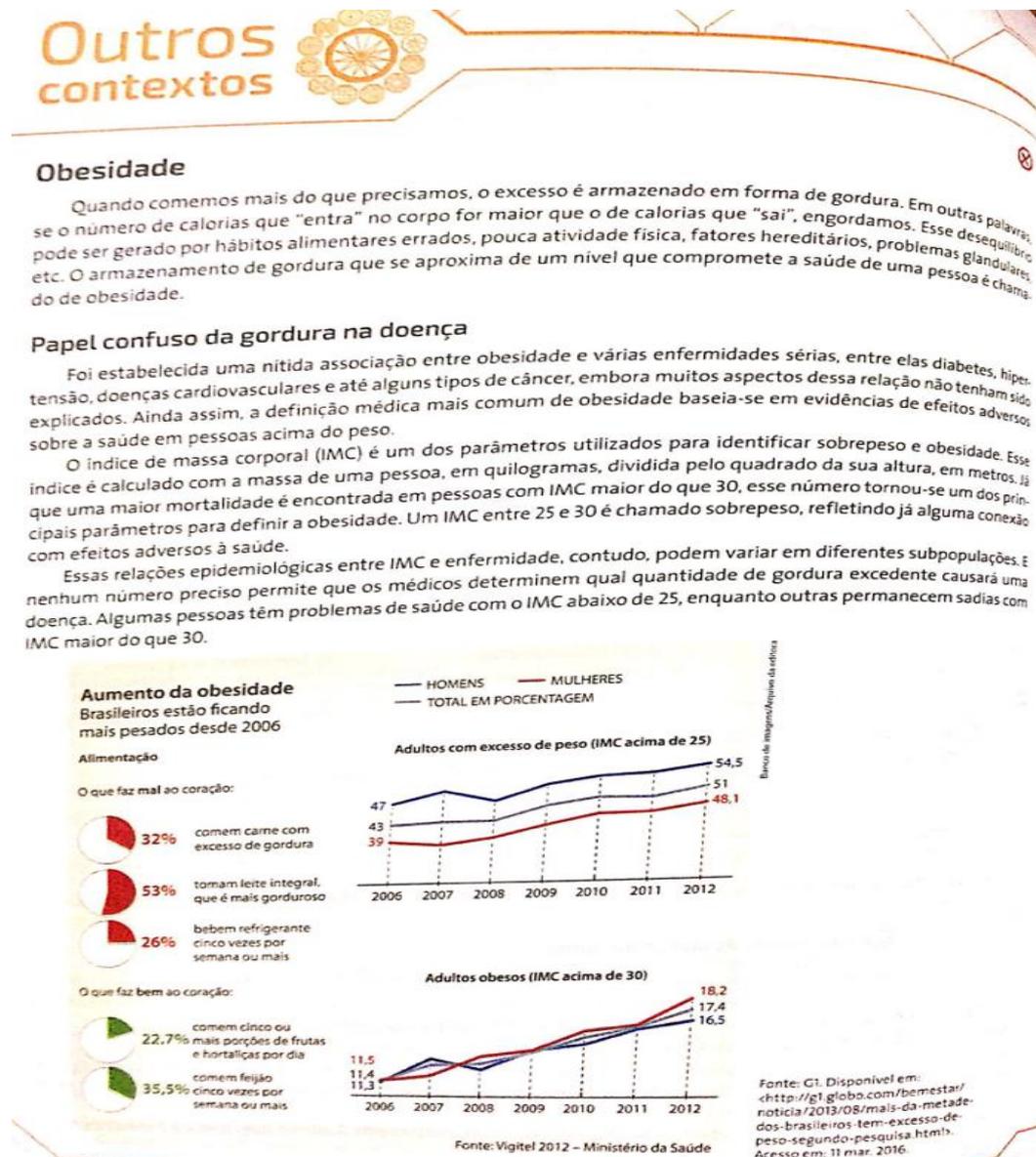
Neste primeiro volume da coleção é abordado funções e trigonometria, a estatística quase não entra em discussão. Há poucas abordagens desse tema, como veremos a seguir.

Há nos capítulos, um bloco de estudo chamado "Pensando no Enem", onde há diversas questões a serem resolvidas. No livro do professor encontramos também os objetivos a serem alcançados através das questões apresentadas, como veremos na Figura 35 e na Figura 36. Porém em nenhum momento anterior a esse bloco é discutido ou ensinado como ler gráficos, tabelas ou avaliar a razoabilidade das informações e resultados encontrados.

Apesar de não haver discussões nem apresentação do conteúdo antes desses exercícios, considera-se importante tê-los, pois é possível criar discussões em sala de aula a partir desses exercícios.

Logo em seguida a este bloco, encontra-se outro com o título “Outros contextos”, onde pode-se ler um texto que trata o assunto obesidade, onde são apresentados gráficos e tabelas, em seguida há exercícios que levam a mais discussões e pesquisas para melhor compreender o tema e explorar os gráficos e tabelas, segue um fragmento extraído do livro:

Figura 37 - Fragmento do bloco: “Outros Contextos”.



Fonte: DANTE (2017)

Figura 38 - Exercício proposto para o bloco “Outros Contextos”.

Trabalhando com o texto

1. Com base nas informações apresentadas, podemos dizer que o número de pessoas obesas no Brasil está aumentando ou diminuindo? Justifique sua resposta. *Está aumentando (de acordo com o gráfico Adultos obesos (IMC acima de 30)).*

2. O índice de massa corporal (IMC) é dado pela fórmula $IMC = \frac{p}{h^2}$, em que p é a massa, em quilogramas, e h é a altura, em metros, do indivíduo. A avaliação de um peso, se está normal, abaixo ou acima do peso ideal, é feita de acordo com a seguinte tabela:

- Determine o IMC de Amanda, que tem 1,60 m de altura e 51,2 kg de massa. *IMC = 20*
- Classifique o IMC de Amanda segundo a tabela ao lado.
- Qual é a altura mínima para que uma pessoa de massa ^{Peso ideal.} 108,3 kg seja considerada com sobrepeso? *1,90 m*

Classificação de peso pelo IMC

| Classificação | IMC |
|----------------------|-------------------|
| Abaixo do peso | Abaixo de 18,5 |
| Peso ideal | Entre 18,5 – 24,9 |
| Sobrepeso | Entre 25,0 – 29,9 |
| Obesidade moderada | Entre 30,0 – 34,9 |
| Obesidade alta | Entre 35,0 – 39,9 |
| Obesidade muito alta | Acima de 40,0 |

Fonte: <<http://scsaude.sea.sc.gov.br/web/prevencao/como-calculer-o-seu-imc>>. Acesso em: 11 mar. 2016.

Pesquisando e discutindo

3. Muitas pessoas acreditam que um bebê ou uma criança “gordinha” é sinônimo de boa saúde. Você concorda com isso? *Espera-se que o aluno não concorde com essa afirmação, pois na verdade essa “crença” é equivocada. A obesidade tem se apresentado como um fator prejudicial à saúde.*

4. Quais medidas podem ser tomadas para evitar a obesidade?

5. Uma dieta equilibrada não significa eliminar o consumo total de gordura. Pesquise quais são os benefícios da ingestão de alguns tipos de gordura para o nosso organismo.

As gorduras, ou lipídeos, estão relacionadas ao crescimento, ajudam a dissolver vitaminas, agem na produção de espermatozoides e atuam como reserva de energia.

4. Alimentação balanceada e prática de atividades físicas. Pode ser necessário eventualmente o tratamento de possíveis distúrbios metabólicos, como o hipotireoidismo.

Veja mais sobre o assunto

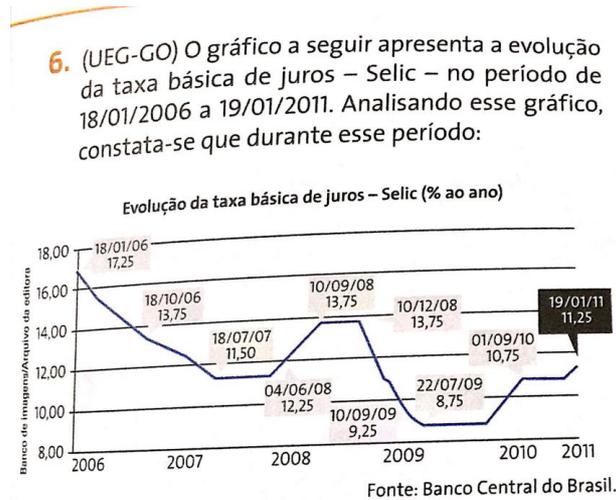
Procure mais informações sobre a obesidade em jornais, revistas, livros e na internet. Sugestões: (acessos em: 15 jan. 2015)

- Artigo *Cinturas vantajadas* do Dr. Drauzio Varella: <<http://drauziovarella.com.br/obesidade/cinturas-avantajadas/>>;
- Associação Brasileira para o Estudo da Obesidade e da Síndrome Metabólica: <www.abeso.org.br>.

Fonte: DANTE (2017)

Há ainda neste primeiro volume um bloco com o nome “Vestibulares de Norte a Sul”, onde são propostas diversas questões de vestibulares das diversas regiões do Brasil. Há questões que contêm gráficos para extração de informações, como podemos observar no exemplo a seguir (Figura 39).

Figura 39 - Exercício proposto no bloco “Outros Contextos”



- x a) a menor Selic foi de 8,75% ao ano.
- b) a maior Selic foi de 11,25% ao ano.
- c) a menor Selic foi de 9,25% ao ano.
- d) a maior Selic foi de 13,75% ao ano.
- e) a maior Selic foi de 14,75% ao ano.

Fonte: DANTE (2017)

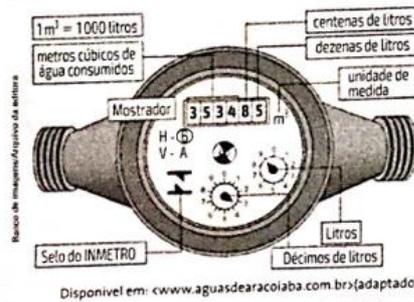
Novamente no bloco “Pensando no Enem”, encontra-se exercícios que envolvem estatística, porém dessa vez apenas para extração de informações do gráfico.

No bloco “Caiu no Enem”, onde tem questões de provas antigas do Exame Nacional do Ensino Médio, encontra-se um exercício que considera-se muito interessante para compreender e avaliar os gráficos e informações apresentadas. Nesse exercício é apresentada uma informação e pede que o aluno aponte o gráfico que melhor representa o que foi informado, como podemos ver na *Figura 40*.

Figura 40 - Exercícios propostos no bloco "Caiu no Enem"

5. (Enem) Nos Estados Unidos a unidade de medida de volume mais utilizada em latas de refrigerante é a onça fluida (fl oz), que equivale a aproximadamente 2,95 centilitros (cL). Sabe-se que o centilitro é a centésima parte do litro e que a lata de refrigerante usualmente comercializada no Brasil tem capacidade de 355 mL. Assim, a medida do volume da lata de refrigerante de 355 mL, em onça fluida (fl oz), é mais próxima de
- a) 0,83.
b) 1,20.
c) 12,03.
d) 104,73.
e) 120,34.

6. (Enem) Os hidrômetros são marcadores de consumo de água em residências e estabelecimentos comerciais. Existem vários modelos de mostradores de hidrômetros, sendo que alguns deles possuem uma combinação de um mostrador e dois relógios de ponteiro. O número formado pelos quatro primeiros algarismos do mostrador fornece o consumo em m^3 , e os dois últimos algarismos representam, respectivamente, as centenas e dezenas de litros de água consumidos. Um dos relógios de ponteiros indica a quantidade em litros, e o outro em décimos de litros, conforme ilustrados na figura a seguir.



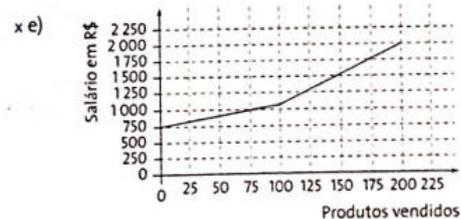
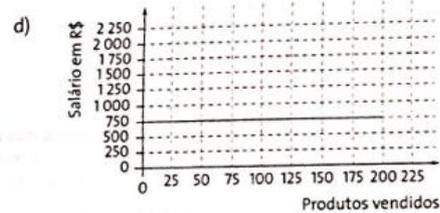
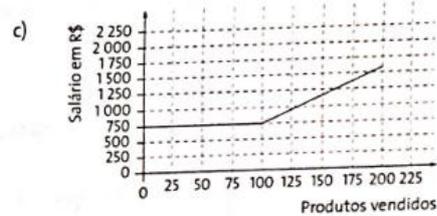
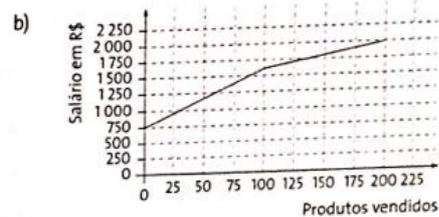
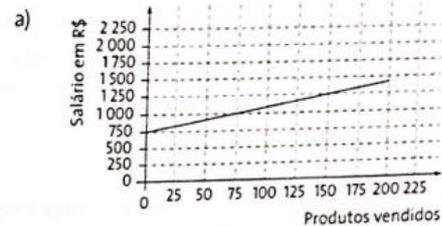
Disponível em: <www.aguasdearacoiaba.com.br> (adaptado)
Considerando as informações indicadas na figura, o consumo total de água registrado nesse hidrômetro, em litros, é igual a

- a) 3 534,85.
b) 3 544,20.
c) 3 534 850,00.
d) 3 534 859,35.
e) 3 534 850,39.

Unidade 2

7. (Enem) Certo vendedor tem seu salário mensal calculado da seguinte maneira: ele ganha um valor fixo de R\$ 750,00, mais uma comissão de R\$ 3,00 para cada produto vendido. Caso ele venda mais de 100 produtos, sua comissão passa a ser de R\$ 9,00 para cada produto vendido, a partir do 101º produto vendido.

Com essas informações, o gráfico que melhor representa a relação entre salário e o número de produtos vendidos é



Fonte: DANTE (2017)

2.2.2. Análise do Volume 1

Na edição do professor dessa coleção é discutido como resolver cada questão proposta no livro, o que é interessante, pois é mais um auxílio e praticidade para o professor.

Como pode-se observar, neste volume quase não é abordado o tema estatística, o que não é o ideal, pois é um tema que pode e deve, de acordo com PCN's e BNCC, ser abordado em todos os anos do ensino médio, para que o aluno compreenda e passe a utilizar estatística em seu cotidiano, além de ser capaz de avaliar e validar informações apresentadas em jornais e revistas, por exemplo. Logo, este livro não ajuda muito o aluno a chegar ao menos no nível da literacia estatística, não contribui muito para compreender, ler, pensar e tomar decisões através de informações estatísticas.

2.2.3. Apresentação do Volume 2

No segundo volume da coleção observa-se que se têm um capítulo dedicado à Análise combinatória e outro para probabilidade, além deles não há relação dos conteúdos do restante do livro com probabilidade e estatística, não há gráficos, tabelas ou assuntos relacionados com tratamento de informações.

O capítulo sobre probabilidade começa abordando o tema “jogos de azar”, a partir de exemplos sobre o tema, é definido fenômenos aleatórios, levantando algumas discussões, inclusive sobre a justiça nesses jogos. Continuando a apresentar o conteúdo, é definido espaço amostral e evento sempre apresentando exemplos e levantando discussões.

Figura 41 - Exercícios resolvidos

Exercícios resolvidos

1. No lançamento simultâneo de dois dados, um verde e um vermelho, determine o espaço amostral e os eventos A: "sair o mesmo número em ambos os dados"; B: "sair soma 7"; C: "sair soma maior do que 10"; D: "sair soma menor do que 5"; E: "sair soma maior do que 12" e F: "sair soma maior do que 1 e menor do que 13".

Resolução:
Nesse caso, podemos representar o espaço amostral por um diagrama:

Fique atento!
O espaço amostral depende do experimento. Veja a diferença quando se tem o lançamento de um dado e de dois dados.

| | |
|---------------|---|
| dado vermelho | (1, 6) (2, 6) (3, 6) (4, 6) (5, 6) (6, 6) |
| | (1, 5) (2, 5) (3, 5) (4, 5) (5, 5) (6, 5) |
| | (1, 4) (2, 4) (3, 4) (4, 4) (5, 4) (6, 4) |
| | (1, 3) (2, 3) (3, 3) (4, 3) (5, 3) (6, 3) |
| | (1, 2) (2, 2) (3, 2) (4, 2) (5, 2) (6, 2) |
| | (1, 1) (2, 1) (3, 1) (4, 1) (5, 1) (6, 1) |
| | dado verde |

O espaço amostral é formado por 36 elementos. São eles:
 $\Omega = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$
 evento A: "sair o mesmo número em ambos os dados" $\rightarrow A = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$
 evento B: "sair soma 7" $\rightarrow B = \{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)\}$
 evento C: "sair soma maior do que 10" $\rightarrow C = \{(5, 6), (6, 5), (6, 6)\}$
 evento D: "sair soma menor do que 5" $\rightarrow D = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (3, 1)\}$
 evento E: "sair soma maior do que 12" $\rightarrow E = \emptyset$
 evento F: "sair soma maior do que 1 e menor do que 13" $\rightarrow F = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), \dots, (6, 5), (6, 6)\} = \Omega$

2. No lançamento de uma moeda, determine o espaço amostral e o evento "sair cara".

Resolução:
Denotamos "cara" por C e "coroa" por \bar{C} . Logo:
 espaço amostral: $\Omega = \{C, \bar{C}\}$
 evento A: "sair cara" $\rightarrow A = \{C\}$

Fonte: DANTE (2017)

Neste volume é possível encontrar a demonstração do por quê a probabilidade sempre estará entre zero e um, o que é interessante, pois dá ao aluno informações e novas ferramentas para construir o conhecimento e poder criticar informações apresentadas, entender melhor o processo de construção de dados estatísticos e assim chegar ao nível de raciocínio estatístico.

Ainda nos exercícios resolvidos, é proposto um exercício onde é feito um experimento para se construir o conceito de probabilidade. É possível nesse exercício levantar discussões que quebre a concepção que a matemática está sempre certa, pode-se discutir e fazer o experimento, demonstrando que a matemática (probabilidade e estatística) trabalha com incertezas, então não estará certa 100% dos casos. Pode-se observar o exercício proposto na figura 42 e os balões com discussões a serem feitas.

Figura 42 - Experimento em exercício resolvido

3. Consideremos o experimento aleatório do lançamento de uma moeda perfeita. Qual é a probabilidade de sair cara?

Resolução:

Tanto “sair cara” como “sair coroa” (que são os eventos elementares) têm a mesma chance de ocorrer. Assim, temos:

espaço amostral: $\Omega = \{C, \bar{C}\} \rightarrow n(\Omega) = 2$

evento A: ocorrência de cara $\rightarrow A = \{C\} \rightarrow n(A) = 1$

$$\text{Portanto, } p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{2}.$$

Como $\frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 50\%$, temos que, no lançamento de uma moeda, a probabilidade de sair cara é $\frac{1}{2}$ ou 50%. Isso não significa que, se jogarmos duas vezes a moeda, em uma das jogadas sairá cara e, na outra, coroa. Significa, **sim**, que, **após um grande número de jogadas**, em aproximadamente 50% (metade) delas sairá cara.

Para refletir

- Faça esse experimento e comprove o que foi dito.

Fonte: DANTE (2017)

É interessante que nesse capítulo de probabilidade, o autor propõe exercícios que busca relacionar com o que foi ensinado no capítulo anterior, apresentando ainda formas diferentes de se revolver um mesmo exercício/problema.

No início do capítulo sobre probabilidade são propostos vários exercícios mais diretos, com o objetivo de fixar os conceitos recém aprendidos, logo a resolução se resume a fazer contas. Considera-se ainda esses exercícios necessários, desde que não estejam em excesso.

Ao longo do capítulo são apresentadas novas definições e as consequências das mesmas, essas propriedades são demonstradas, o que auxilia o aluno a compreender mais profundamente do por quê pode-se acreditar e utilizar essas propriedades.

No bloco “Exercícios resolvidos” pode-se observar que as respostas estão bem detalhadas, de forma com que o aluno consiga acompanhar o passo a passo da resolução daquele problema. Em um dos exercícios resolvidos, o autor utiliza tabela para auxiliar na resolução, como pode-se observar na figura 43.

Figura 43 - Exercício resolvido

8. No lançamento simultâneo de dois dados perfeitos distinguíveis, qual é a probabilidade de se obter soma par ou soma múltipla de 3?

Fique atento!

A soma de dois números naturais é par nos seguintes casos: par + par; ímpar + ímpar.

Resolução:

No quadro abaixo representamos o espaço amostral de 36 elementos: $n(\Omega) = 36$.

Marcamos com **X** o evento A “sair soma par” e com **O** o evento B “sair soma múltipla de 3”.

Assim, foram marcados 18 **X** e 12 **O**, ou seja, $n(A) = 18$ e $n(B) = 12$.

É também possível observar $n(A \cap B) = 6$.

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | X | O | X | | X | |
| 2 | O | X | | X | | X |
| 3 | X | | X | | X | O |
| 4 | | X | | X | O | X |
| 5 | X | | X | O | X | |
| 6 | | X | O | X | | X |

Logo:

$$p(A) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

$$p(B) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

$$p(A \cap B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

Assim, a probabilidade de se obter “soma par ou soma múltipla de 3” é dada por:

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} =$$

probabilidade de se obter soma par probabilidade de se obter soma múltipla de 3 probabilidade de se obter soma par e múltipla de 3

$$= \frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

9. Ao retirar aleatoriamente uma carta de um baralho de 52 cartas, qual é a probabilidade de que essa carta seja vermelha ou um ás?

Resolução:

A retirada aleatória de uma carta de um baralho é considerada um evento equiprovável.

evento V: “a carta é vermelha”;

evento A: “a carta é ás”;

evento $(V \cup A)$: “a carta é vermelha ou ás”

$$p(V \cup A) = p(V) + p(A) - p(V \cap A)$$

Fonte: DANTE (2017)

Dentro do bloco “Exercícios resolvidos” encontra-se os exercícios “resolvidos passo a passo”, onde o autor ensina detalhadamente a forma como ele resolveu o exercício, mostra cada detalhe que ele pensou, como fez para solucionar o problema. Acredita-se que esse tipo de exercício no livro auxilia o professor e o aluno durante o processo ensino-aprendizagem. Após resolver o exercício, propõe ainda pesquisar mais e ampliar o problema. Segue fragmentos do exercício citado na Figura 44.

Figura 44 - Ampliando o problema proposto

5. Ampliando o problema

a) Por critério de desempenho das máquinas, a gerência decidiu estabelecer preços diferenciados para os parafusos: para os da máquina 1, o valor de R\$ 0,10; e para os da máquina 2, o valor de R\$ 0,05. Sabe-se que a empresa produz 10 milhões de parafusos mensalmente e vende toda a sua produção, com exceção dos parafusos defeituosos. Sendo assim, qual é a receita dessa fábrica, mensalmente?

R\$ 747760,00

b) *Discussão em equipe*

Troque ideias com seus colegas sobre o auxílio da matemática para uma melhor eficiência econômica de uma fábrica. Discutam também sobre o papel da estatística no processo de sucesso de mercado de uma fábrica/empresa, por exemplo, a avaliação do público sobre os produtos de tal fábrica/empresa.

c) *Pesquisa*

Pesquise as profissões que lidam com esse tipo de serviço e a procura desse tipo de profissional no mercado de trabalho.

2. Uma máquina produziu 50 parafusos, dos quais 5 eram defeituosos. Ao pegar ao acaso 3 parafusos, responda:

a) Qual é a probabilidade de que os 3 sejam perfeitos?

b) Qual é a probabilidade de que pelo menos um seja defeituoso?

Fonte: DANTE (2017)

Nos exercícios propostos, vale destacar um deles, onde o aluno é estimulado a raciocinar para resolver. É apresentado o jogo “Campo minado” e suas regras, em seguida pede que o aluno pense sobre como jogar para ganhar, para isso deve levar em consideração as informações e regras apresentadas, então tomar uma decisão. Esse tipo de

é exercício interessante para se propor aos alunos, pois são estimulados a ponderar sobre suas opções e por em prática o que já lhe foi ensinado sobre estatística, então tomar uma decisão. Segue na *Figura 45* o exercício citado.

Figura 45 - Exercício do campo minado

22.  Um famoso jogo de computador é o Campo minado, em que o jogador precisa descobrir em que posições (delimitadas pelos quadrados) estão colocadas 10 minas (bombas).



As regras do jogo são as seguintes:

- A área do jogo contém o campo de jogo, um contador de minas no lado esquerdo (são 10 ao todo) e um cronômetro do lado direito.
- Você pode revelar um quadrado clicando nele com o *mouse*. Se você revelar uma mina, perderá o jogo.

- O número que aparece no quadrado indica quantas minas existem nos oito quadrados que o cercam. No exemplo ao lado, o número 2 indica que existem 2 minas espalhadas nos 8 quadrados que cercam o número 2.
- Para marcar um quadrado que você acha que contém uma mina, clique nele com o botão direito do *mouse*. Ele ficará marcado com uma bandeirinha.



Com base nessas informações, verifiquem qual das opções a seguir é a mais indicada para dar o próximo clique, considerando que o objetivo é não revelar acidentalmente nenhuma mina. Justifiquem sua escolha.

- Opção 1: Escolhendo aleatoriamente qualquer um dos 8 quadrados que cercam o número 2 já revelado.
- x Opção 2: Escolhendo aleatoriamente qualquer um dos 8 quadrados que cercam o número 1 já revelado.
- Opção 3: Escolhendo aleatoriamente qualquer um dos quadrados restantes não incluídos nas opções anteriores.

Fonte: DANTE (2017)

É interessante ressaltar que ao longo do capítulo temos muitos exercícios resolvidos pelo autor, o que auxilia tanto professor quanto aluno na hora de resolver exercícios. Vale destacar ainda que em alguns exercícios o autor apresenta mais de uma maneira de resolver, como pode-se ver no exercício da *Figura 46*

Figura 46 - Resolução de exercícios

15. *Biologia*

Uma família planejou ter 3 crianças. Qual é a probabilidade de que a família tenha 3 homens, já que a primeira criança que nasceu é homem?

Resolução:

O nascimento de filhos é considerado um evento equiprovável. Assim, “nascer homem” e “nascer mulher” têm a mesma probabilidade de ocorrer.

1ª maneira:

Nesse caso, chamando M: mulher e H: homem, temos:

$$\Omega = \{HHH, HHM, HMM, MMM, MMH, MHH, HMH, MHM\} \Rightarrow n(\Omega) = 8$$

evento A: a família tem 3 homens $\Rightarrow A = \{HHH\}$

evento B: a primeira criança é homem $\Rightarrow B = \{HHH, HHM, HMH, HMM\}$

$$A \cap B = \{HHH\}; p(A \cap B) = \frac{1}{8}; p(B) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$p(A/B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{4}$$

2ª maneira:

Se a primeira criança já é um homem, então o espaço amostral para os próximos 2 filhos é $\{HH, HM, MH, MM\}$.

Nesse espaço amostral, o evento desejado é $\{HH\}$.

Assim, a probabilidade de nascerem 3 filhos homens, sabendo que o primeiro que nasceu é homem, é de

$$p(A/B) = \frac{1}{4}$$

Fonte: DANTE (2017)

É apresentado ainda um conteúdo opcional: o método binomial, uma outra forma de se resolver alguns dos exercícios propostos. Interessante que o autor apresenta alguns casos onde este método resolve mais rapidamente o problema,

porém, como não é um conteúdo obrigatório, é apresentado outras formas de se chegar ao mesmo resultado.

O autor da coleção apresenta ainda, ao longo do capítulo, onde pode-se aplicar, em nosso cotidiano, a probabilidade. DANTE (2017) relaciona, por exemplo, a probabilidade à genética, apresenta alguns explicações e propõe exercícios para que os alunos possam interagir com o assunto genética. Pode-se propor aqui novas discussões sobre a história do aluno e sua genética, podendo aplicar o que foi aprendido em seu cotidiano e a sua família.

2.2.4. Análise do Volume 2

Ao longo do livro, o autor apresenta algumas sugestões de leitura, onde procura expandir o que se está sendo estudado. Neste capítulo ele propõe a leitura: “Matemática da sorte”, onde o texto aborda como Galileu Galilei explicou o acontecimento de um evento que uma pessoa percebeu. Há também leituras que auxiliam a compreender um pouco mais sobre a história e evolução da estatística.

É interessante destacar que o autor apresenta algumas curiosidades e informações que auxiliam o aluno a raciocinar estatisticamente, de forma que mesmo que as informações apresentadas nos levem a acreditar em determinada opinião, a matemática não é exata, pode haver variações e incertezas.

No livro do professor desta coleção, são apresentadas dicas e ideias para que o professor possa aproveitar em sala de aula e como pode trabalhar para que consiga alcançar os objetivos para cada unidade e matrizes propostas para o ENEM.

Neste volume também são apresentadas de forma direta e rápida a resolução de todos os exercícios propostos ao longo do mesmo.

Este livro proporciona ao aluno se aproximar do nível de raciocínio estatístico, ainda que não completamente. Mas os exercícios citados acima e as discussões feitas são necessárias e auxiliam o aluno a compreender melhor estatística.

2.2.5. Apresentação do Volume 3

O Volume 3 tem um capítulo específico para o estudo de estatística, no restante do livro há poucas relações com estatística, sejam gráficos, tabelas ou afins, com o conteúdo.

Logo no início do capítulo 2, que é o destinado a estatística, apresenta-se uma imagem com legenda falando sobre o censo demográfico, porém não diz qual associação o mesmo tem com o conteúdo estudado.

No início do conteúdo, na edição do professor, o autor sugere que assistam ou dê sugestão para que os alunos assistam o filme: “O homem que mudou o jogo”, que conta a história de um homem que usou a estatística para escolher atletas para formar um time. É interessante destacar essa sugestão, pois sai um pouco do comum de sala de aula e mostra aos alunos que estatística pode e é usada no cotidiano e para tomadas de decisões, é pensar estatística, o terceiro nível de competência estatística.

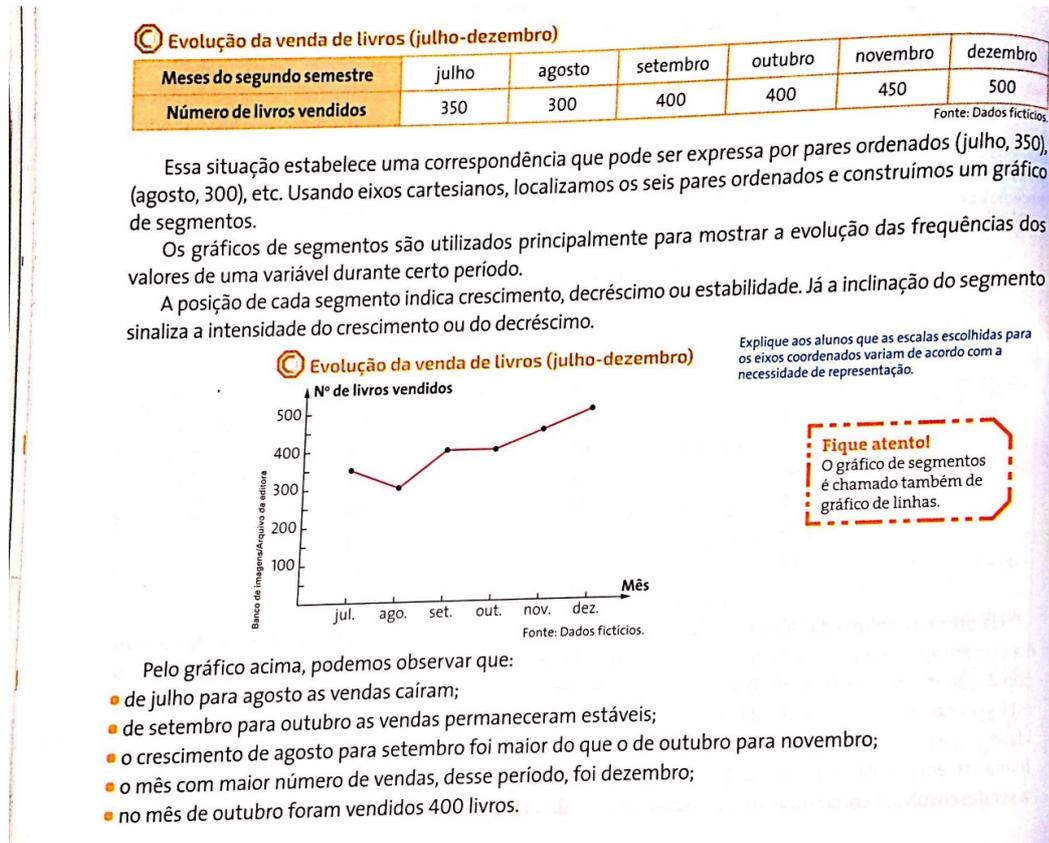
Ao longo do livro são definidas e discutidas diversas nomenclaturas e conteúdos de estatística como: população e amostra, indivíduo ou objeto, variável qualitativa e quantitativa, entre outros.

O autor investe uma pequena parte do capítulo para apresentar aos alunos um pouco sobre a história da estatística e importância sobre uso de gráficos, além de dizer ainda onde pode-se encontrar estatística no dia a dia. O autor apresenta a tabela da vida, que diz ser o marco inicial da Estatística Moderna.

A tabela da vida foi feita pela primeira vez em 1662 por John Graunt (1620-1674), estudioso que estudou e escreveu livros sobre estatística. Graunt observou que os dados registrados sobre nascimentos e mortes no meado do século XVII, não era tratadas de forma adequada, então resolveu observar, estudar e construir a tabela citada para que fosse possível observar o que estava acontecendo com a população em relação a sua idade.

O autor, ao apresentar gráficos e discutir sobre representação gráfica, lê e interpreta um gráfico junto com o leitor, relata as informações contidas e algumas conclusões que se pode tirar a partir dele, como pode-se observar na *Figura 47*

Figura 47 - Exercício proposto



Fonte: DANTE (2017)

O autor apresenta ao leitor diversos tipos de gráfico, como: de segmentos (ou de linhas), de setores, de barras, histograma, pictogramas. Depois ensina como se construir esses tipos de gráficos, além de propor diversos exercícios, geralmente para construção apenas.

Um exercício que merece destaque é o que pode-se ler na *Figura 48* a seguir, onde o autor apresenta algumas informações e pede que o aluno faça dois tipos de gráficos diferentes contendo as mesmas informações. DANTE poderia ter explorado mais o exercício fazendo alguns questionamentos sobre qual gráfico apresenta melhor as informações.

Figura 48 - Exercício proposto

18. Em uma eleição concorreram os candidatos A, B e C e, apurada a primeira urna, os votos foram os seguintes: A: 50 votos; B: 80 votos; C: 60 votos; brancos e nulos (BN): 10 votos.

A partir desses dados construa no caderno:

- a) a tabela de frequências dessa variável;
- b) o gráfico de barras, relacionando os valores da variável com as respectivas frequências absolutas;
- c) o gráfico de setores, relacionando os valores da variável com suas porcentagens.

Fique atento!

Neste exercício a variável é quantitativa discreta.

Fonte: DANTE (2017)

Após apresentar uma série de tipos de gráficos, o autor faz um comentário importante: “É importante que se escolha sempre qual deles é o mais adequado à situação analisada. (DANTE, 2016)”, porém não fala sobre como escolher o tipo de gráfico e o que deve-se levar em consideração, ainda assim é importante destacar esta fala. Há uma parte do capítulo direcionada ao estudo de Medidas de tendência central, que são três: média, moda e mediana. O autor ensina como calcular cada uma delas e resolve um exercício passo a passo, porém não discute sobre como elas podem ser enganosas e não representar de fato a verdade sobre uma informação.

Vale destacar um exercício proposto para o leitor, é o que pode-se observar na *Figura 49*, onde o autor propõe uma questão que necessita de um caminho com diversos cálculos e inferências. Esse exercício faz parte do bloco de exercícios resolvidos.

Figura 49 - Exercício proposto: caixa com bolinhas

- 6.** Em uma garrafa opaca fechada existem 20 bolinhas, distribuídas entre três cores: preta, vermelha e amarela. Não é possível ver as bolinhas dentro da garrafa, exceto se virarmos a garrafa de ponta-cabeça, quando uma das bolinhas vai para o gargalo e é possível ver sua cor. Ao longo de vários dias, repetiu-se 2 000 vezes a seguinte operação: chacoalhava-se e tombava-se a garrafa para então anotar a cor da bolinha que aparecia no gargalo. Os resultados obtidos foram os seguintes:

| Cor da bolinha | Número de vezes |
|----------------|-----------------|
| Preta | 396 |
| Vermelha | 910 |
| Amarela | 694 |

Qual deve ser a quantidade de cada bolinha dentro da garrafa?

Resolução:

Como a quantidade de experimentos é grande, podemos esperar que a frequência relativa seja aproximadamente igual à probabilidade teórica. A tabela de frequências relativas é:

Fonte: DANTE (2017)

Outro exercício que merece grande destaque, pois, caso o professor decida usá-lo para discussão e construção do conhecimento, o aluno tem a ganhar muito, que é o experimento com moeda honesta. O aluno deve pensar antes de fazer o experimento e dizer qual resultado ele pensa que obterá. O autor faz ainda alguns questionamentos sobre a questão e experiência que farão. Veja tal exercício na *Figura 50* a seguir.

Figura 50 - Experimento com moeda

37.  Verifiquem na prática que a probabilidade de ocorrência da face cara no lançamento de uma moeda é $\frac{1}{2}$ e a probabilidade da ocorrência da face coroa também é $\frac{1}{2}$. [Respostas pessoais.](#)



- a) Qual resultado vocês esperam para 20 lançamentos dessa moeda?
- b) Lancem a moeda 20 vezes e registrem os resultados em uma tabela; em seguida calculem o total de cada face. Vocês acertaram o resultado?
- c) Repitam a experiência jogando a mesma moeda no mesmo local e com a mesma intensidade de força. Vocês obtiveram o mesmo resultado? Na opinião de vocês, por que isso ocorreu?
- d) Se uma moeda for lançada 1 000 vezes e todos os resultados forem cara, o que vocês podem supor a respeito dessa moeda?

Fonte: DANTE (2017)

Essa coleção de livros é interessante, pois faz algumas referências e uso de tecnologia em sala, por exemplo, neste volume o autor ensina a construir gráficos no computador utilizando o software LibreOffice, que é gratuito para todos.

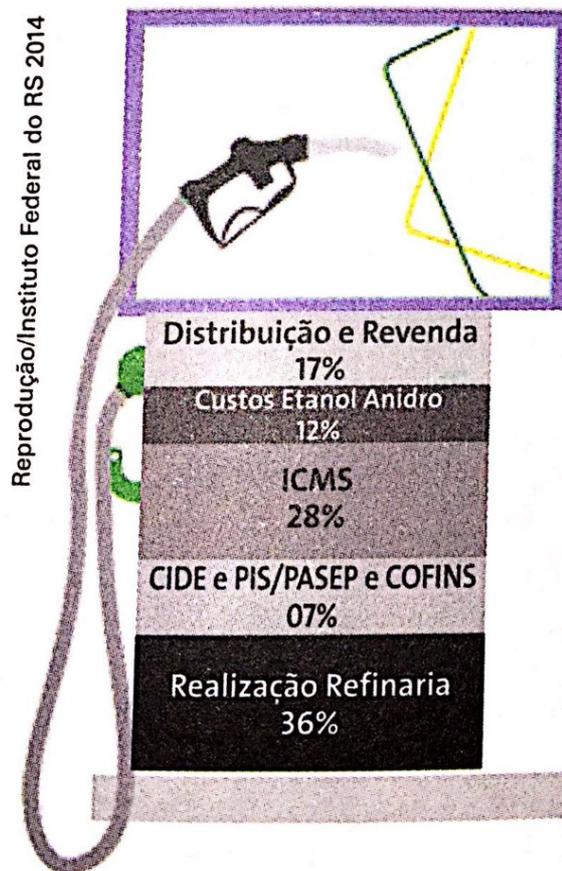
O autor apresenta aos alunos ainda como elaborar uma pesquisa escolar, fala de todas as etapas que devem ser seguidas para que a pesquisa seja real e honesta. Apenas em um quesito o autor poderia ter explorado e falado mais: como interpretar, quais conclusões pode-se obter, como discutir dados obtidos.

Um problema grave no presente volume encontra-se na página 67, no bloco “Vestibulares de Norte a Sul”, que são propostos exercícios de vestibulares e provas já aplicadas no Brasil. questão 9 tem um erro grave no gráfico, que caso não seja lido e observado nos detalhes, pode-se tirar conclusões errôneas. Observe a Figura

51, nela temos um pictograma, gráfico em forma de uma bomba de gasolina, onde ela está dividida segundo porcentagem de imposto pago a diferentes órgãos, o problema está que os 12% do gráfico está menor que a parte de 7%, assim como a 17% também está menor que a referente aos 7%. O exercício pede apenas por extração de informações, porém se fosse perguntado algo sobre para onde vai a menor parte dos impostos, visualmente poderiam responder “Custos Ethanol Anidro” (12%), enquanto a resposta correta seria “CIDE (Contribuição de Intervenção no Domínio Econômico) E PIS/PASEP (Programas de Integração Social e de Formação do Patrimônio do Servidor Público) E COFINS (Contribuição para o Financiamento da Seguridade Social)” (7%).

Figura 51 - Gráfico com erro

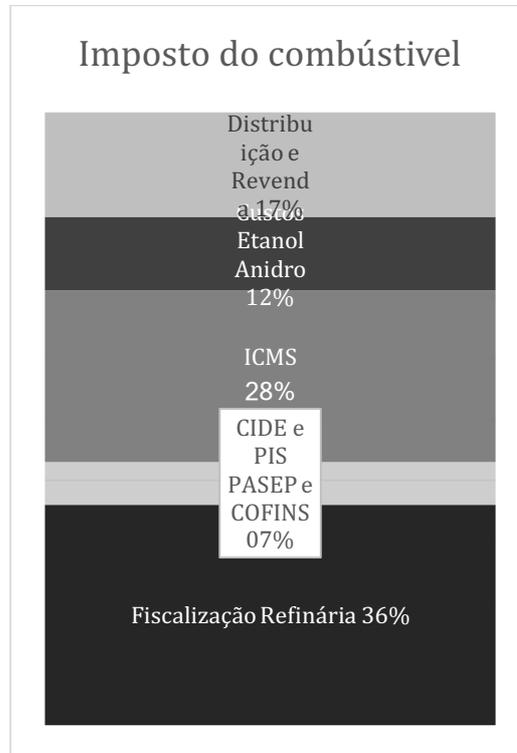
9. Responda à questão 9 com base no infográfico e na notícia a seguir.



Adaptado de: Petrobras. Disponível em: <<http://www.petrobras.com.br/pt/ produtos-e-servicos/composicao-de-precos/gasolina/>>. Acesso em: 3 set. 2014.

O gráfico real dos dados apresentados é o que está representado na *Figura 52*.

Figura 52 - Gráfico real



Fonte: adaptado de DANTE (2017)

2.2.6. Análise do Volume 3

Um erro como o apresentado na *Figura 51* em um livro didático é bem grave caso não seja observado e discutido e avaliado, pois geralmente passa-se despercebido e o leitor, mais uma vez, não observa que pode-se estar sendo iludido e enganado. Muitas vezes isso acontece em veículos de informações que utiliza e constrói gráficos com esses erros para afirmar e levar o leitor a acreditar no que desejam. É preciso estar atento ao que é levado para os alunos avaliar e utilizar em aulas.

Ao final do livro na edição do professor, o autor apresenta algumas discussões que podem e devem ser feitas em sala de aula com a turma, pois pode auxiliar os alunos a pensar e interagir com a estatística, sugere ainda como pode ser trabalhado com alguns exercícios sugeridos, vale a pena o professor ler e estudar o que lhe é proposto.

Este volume, assim como os outros busca levar o aluno além da literacia, porém o erro que é encontrado no livro o compromete, já que pode ser utilizado e

lido equivocadamente, caso o professor não tenha um olhar atento sobre os exercícios.

3. PROPOSTA DE ATIVIDADE

Após a apresentação e análise das coleções nos capítulos anteriores, pretende-se nesta seção propor uma atividade que busca a aplicação crítica do conhecimento estatístico e alcance das três competências estatísticas.

Nome da atividade: Corrupção e a estatística

Público-alvo: Alunos do 3º ano do ensino médio que já possuem noções básicas de estatística como: média, mediana, moda, construção de gráficos, nomenclatura de gráficos e leitura dos mesmos.

Objetivo (s): Desenvolver as competências estatísticas; Analisar criticamente gráficos e informações apresentadas.

Conteúdo: Gráficos, média, moda, mediana, medidas de tendência central.

Recursos: Impressão do exercício proposto, lápis, borracha, quadro branco, caneta para quadro branco, apagador.

Procedimentos:

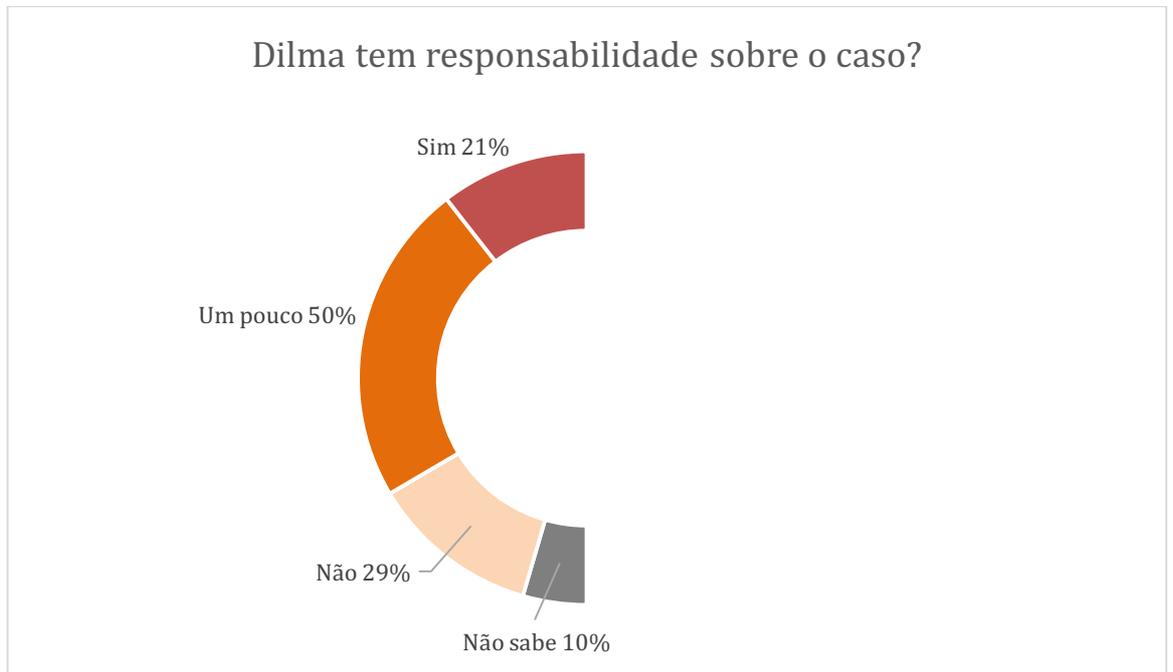
Sugere-se utilizar os gráficos que foram apresentados neste trabalho na Figura 2 na página 7 do primeiro capítulo e também a Figura 3, página 8 do mesmo capítulo. Ambos os gráficos podem levar o indivíduo ao erro, então sugere-se que o professor invista tempo lendo os dados e extraindo os mesmos do gráfico todas as vezes que apresentar novos gráficos.

Para começar a aula, apresenta-se o seguinte questionamento:

1) Qual dos gráficos abaixo melhor representa o título da matéria do jornal A Folha de S. Paulo no domingo, 7 de dezembro de 2014: “Brasileiro responsabiliza Dilma por caso Petrobrás”.

a)

Figura 53 – Gráfico 1 da atividade proposta



Elaborado pela autora

b)

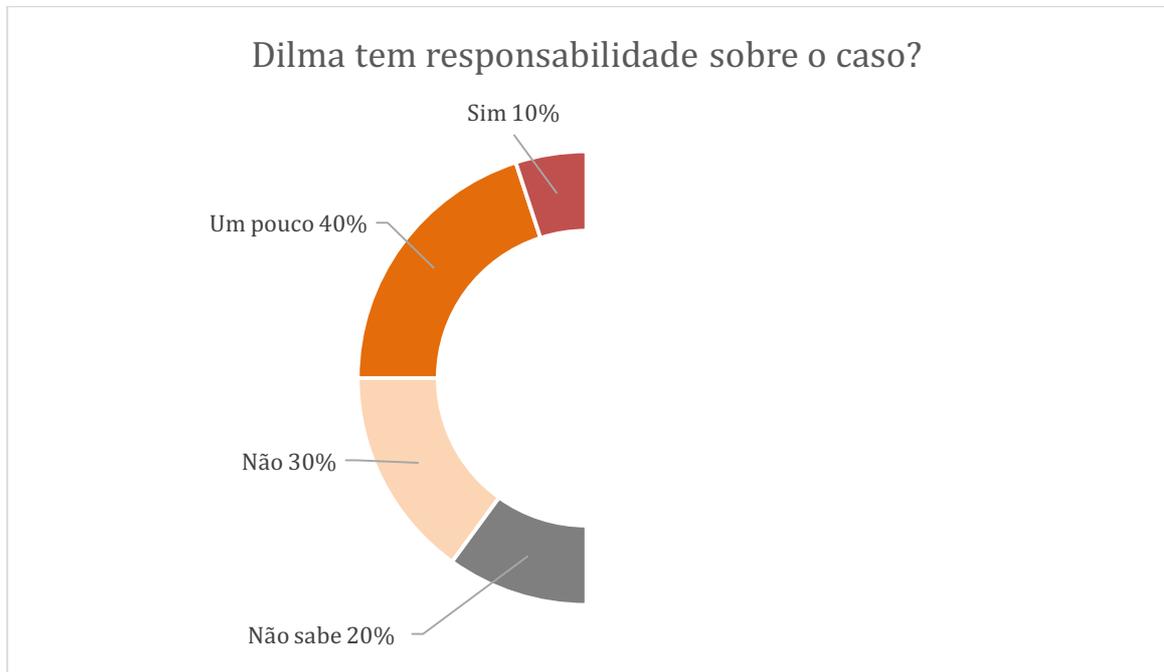
Figura 54 - Gráfico 2 da atividade proposta



Elaborado pela autora

c)

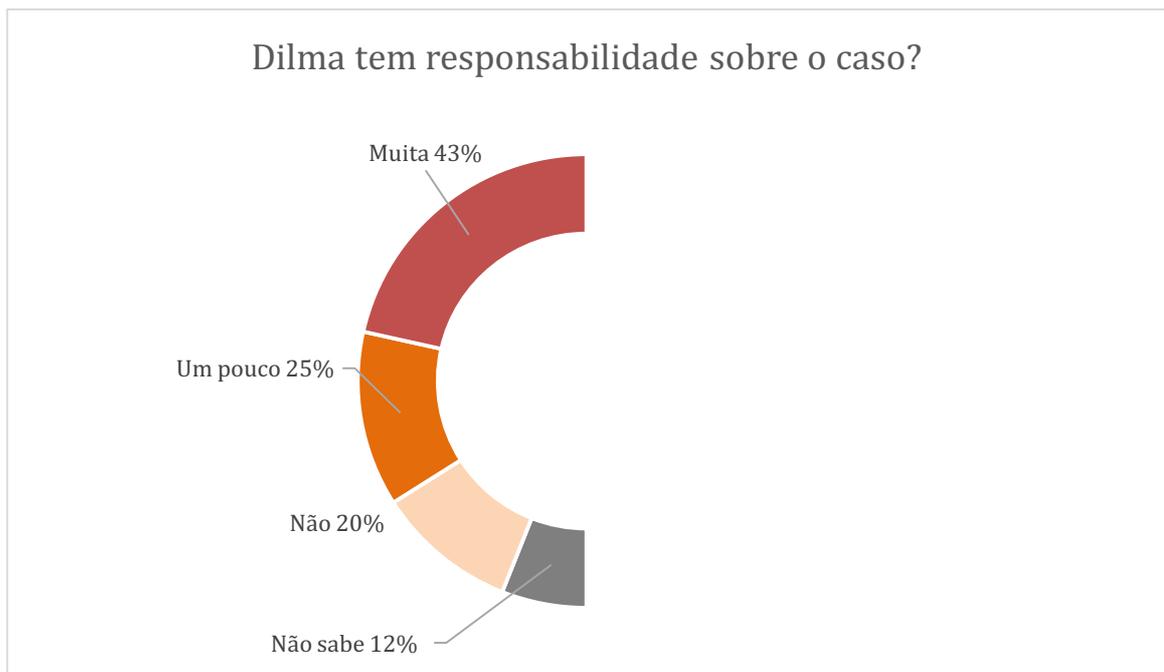
Figura 55 - Gráfico 3 da atividade proposta



Elaborado pela autora

d)

Figura 56 - Gráfico 4 da atividade proposta

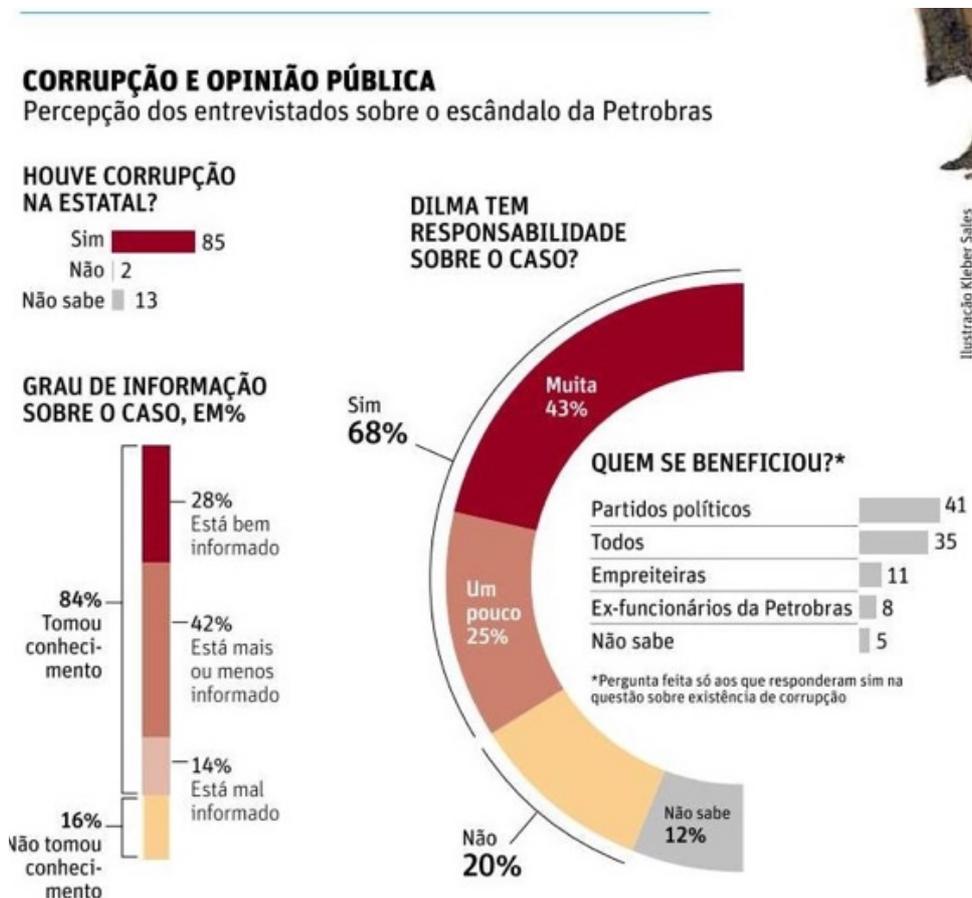


Fonte: Adaptação do gráfico do acervo Folha de São Paulo (2014)

O professor deve aqui levantar a discussão durante a aula sobre a interpretação dos gráficos e das informações contidas, conversar e ouvir as interpretações dos gráficos e informações lidas em cada um deles. Em seguida apresentar a matéria de onde foi retirado o gráfico acima e ler os outros gráficos também e interpretá-los juntos.

Pode pedir aos alunos que vejam as informações contidas nos gráficos, observem sobre qual porcentagem dos entrevistados realmente conheciam o caso, quantos votaram sem ter certeza sobre o que estavam sendo entrevistados. Os gráficos que devem ser analisados estão a seguir.

Figura 57 - Gráficos a serem analisados em aula



Fonte: Acervo Folha de São Paulo (2014)

Considerações sobre a atividade proposta:

Espera-se que, com orientação do professor, os alunos observem e analisem o gráfico que apresenta o grau de informação que os entrevistados têm sobre o caso, pode-se observar que apenas 28% dos entrevistados estão bem informados, mas na matéria isso é posto de lado, apenas é enfatizado a responsabilidade da Dilma no caso. Os outros 72% que participaram da pesquisa não tinham total

conhecimento sobre o que estava dando sua opinião, mas o fizeram a partir de informações que ouviram, já que não conheciam o caso por completo, podem ter sido influenciados por meio de comunicação de massa, como a matéria apresentada, ou opinião de conhecidos e parentes.

Essa é uma atividade simples, sozinha não fará mudança nenhuma no ensino, mas se o professor, alunos e escola passarem a pensar mais e investir mais tempo em interpretações, observação e leitura de gráficos, relacionar o estudo de estatística com o cotidiano, conversar sobre os caminhos que podem ser traçados para calcular e entender a estatística e também utilizá-la para tomadas de decisão, mesmo em coisas corriqueiras em sala de aula, o aluno terá mais chances de alcançar o pensamento estatístico.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após analisar a coleção "Matemática – Interação E Tecnologia" e a coleção "Matemática: Contexto & Aplicações: Ensino Médio" de livros didáticos, pôde-se notar que nelas não há atividades/conteúdos/exercícios que promovam o desenvolvimento do raciocínio estatístico bem como do pensamento estatístico. Destaca-se ainda que na coleção "Matemática: contexto & aplicações" é possível detectar erros em exercícios propostos. Dessa forma, percebe-se que não há por parte dessas coleções uma preocupação de formar um cidadão crítico com conhecimentos estatísticos.

Por meio do desenvolvimento deste trabalho observa-se que há possibilidade de elaboração de atividades que promovam, além da literacia e raciocínio estatístico, o pensamento estatístico em sala de aula. Desta maneira propõe-se uma atividade que possa viabilizar o aprimoramento das competências estatísticas.

Porém é de grande importância que essa atividade seja aplicada a fim de analisar, testar sua eficácia e também para fazer as modificações necessárias para levar o aluno a compreender de fato a estatística, tendo senso crítico e fazendo análises do que lhe é apresentado.

5. BIBLIOGRAFIA

ANDRADE, M. M. *Ensino e aprendizagem de Estatística por meio da modelagem matemática: uma investigação com o ensino médio*. 2008. 193 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2008.

ARAUJO, J. L. *Cálculo, tecnologias e modelagem matemática: as discussões dos alunos*. 2002. 173 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.

ASSIS, L. B. *A formação do usuário de Estatística pelo desenvolvimento da literacia estatística, do raciocínio estatístico e do pensamento estatístico através de atividades exploratórias*. 2015. 87f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Minas Gerais.

BALESTRI, Rodrigo. *Matemática – Interação e Tecnologia, volume 1. – 2ª ed. – São Paulo: Leya, 2016.*

BALESTRI, Rodrigo. *Matemática – Interação e Tecnologia, volume 2. – 2ª ed. – São Paulo: Leya, 2016.*

BALESTRI, Rodrigo. *Matemática – Interação e Tecnologia, volume 3. – 2ª ed. – São Paulo: Leya, 2016.*

BEN-ZVI, D. *Research on Developing statistical reasoning: Reflections, lessons learned, and challenges*. In: ICME 11 ANNALS. Monterrey, México, 2008. Disponível em: < <http://icme11.org/node/1530> >. Acesso em: 24 abr. 2019.

BIFI, C. R. *Análise Exploratória De Dados E A Alfabetização Estatística*. In: *Encontro Nacional de Educação Matemática*, 9. 2017.

BORBA, M. C.; MALHEIROS, A. P. S.; AMARAL, R. B. *Educação a Distância on-line*. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. (Coleção Tendências em Educação Matemática)

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. *Informática e Educação Matemática*. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007. (Coleção Tendências em Educação Matemática)

BRANCO, J.; MARTINS, M. E. G. *Literacia estatística*. *Educação e Matemática*, Rio de Janeiro, v. 17, n. 69, p. 9-13, 2002.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental*. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2017.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio*. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

BUSSAB, W. O.; MORETTIN, P. A. *Estatística básica*. 5. ed. São Paulo: Saraiva, 2005.

CAMPOS, C. R. *A Educação Estatística: Uma Investigação Acerca Dos Aspectos Relevantes À Didática Da Estatística Em Cursos De Graduação*. 2007. Tese

(Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências exatas, Universidade Estadual Paulista, São Paulo.

CAMPOS, C. R. *Educação Estatística: uma investigação acerca dos aspectos relevantes à didática da Estatística em cursos de graduação*. 2007. 242 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007.

CAMPOS, C. R.; JACOBINI, O. R.; WODEWOTZKI, M. L. L.; O Meio Ambiente E O Ensino De Estatística. In: *CIBEM*, VII, Montevideo, Uruguai, 2013.

CAMPOS, C. R.; JACOBINI, O. R.; WODEWOTZKI, M. L. L.; FERREIRA, D. H. L. Educação Estatística no Contexto da Educação Crítica. *Bolema*, Rio Claro (SP), v. 24, n. 39, p. 473-494, 2011.

CAMPOS, C.; WODEWOTZKI, M. L. L.; JACOBINI, O. R.; FERREIRA, D. H. L. *Educação Estatística no contexto da Educação Crítica*. *BOLEMA – Boletim de Educação Matemática*, v. 24, n. 39, ago. 2011.

CARVALHO, A. A importância do ensino de estatística na formação inicial do professor de Matemática. In: *EBRAPEM*, 10, 2015.

CAZORLA, I. M. Estatística Ao Alcance De Todos. In: *Encontro Nacional de Educação Matemática*, 8, 2004, Anais do VIII ENEM – Minicurso GT12 – Ensino de Probabilidade e Estatística.

CAZORLA, I. M.; KATAOKA, V. Y.; SILVA, C. B. *Trajetória e perspectiva da Educação Estatística no Brasil: um olhar a partir do GT12*. In: LOPES, C. E.; COSTA, O. L. V.; ASSUNÇÃO, H. G. V. *Análise de risco e retorno em investimentos financeiros*. Barueri: Manole, 2005.

CHANCE, B. L. *Components of statistical thinking and implications for instruction and assessment*. Journal of uma proposta global. *Temas & Debates – Revista da SBEM*, Rio Claro, ano IV, n. 3, p. 1-16, 1991.

CORRÊA, A. A. Saberes docentes e educação estatística: composições analíticas no ensino médio. *Educ. Matem. Pesq*, São Paulo, v.14, n1, p. 67-83, 2012.

CORRÊA, M. V. B. *Ensino De Estatística: Concepções E Análises*. 2015. Trabalho De Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul.

COSTA, S. F. *Pesquisador E A Estatística*. *Estudos em Avaliação Educacional*, São Paulo, n. 16, p. 37-42, 1997.

D'AMBROSIO, U. *Etnomatemática – elo entre as tradições e a modernidade*. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. (Coleção Tendências em Educação Matemática)

DANTE, Luiz Roberto. *Matemática: contexto & aplicações: ensino médio, Volume 1 – 3ª ed – São Paulo: Ática, 2016*.

DANTE, Luiz Roberto. *Matemática: contexto & aplicações: ensino médio, Volume 2 – 3ª ed – São Paulo: Ática, 2016.*

DANTE, Luiz Roberto. *Matemática: contexto & aplicações: ensino médio, Volume 3 – 3ª ed – São Paulo: Ática, 2016.*

DELMAS, R. C. *Statistical literacy, reasoning and thinking: a commentary*. Journal of Statistics Education, v. 10, n. 3, 2002. Disponível em: <<http://www.amstat.org/publications/jse/>>. Acesso em: 24 abr. 2019.

ESTEVAM, E. J. G.; CYRINO, M. C. C. T. *Educação estatística e a formação professores de matemática: cenário de pesquisas brasileiras*. Zetetiké, São Paulo, 22, n. 42, p. 123-149, 2014.

FEIJOO, Ana Maria Lopez Calvo de. *A pesquisa e a estatística na psicologia e na educação [online]*. Rio de Janeiro: Centro Edelstein de Pesquisas Sociais, 2010, 109 p.

FERNANDES, J. A.; SOUZA, M. V.; RIBEIRO, S. A. *O ensino estatístico no ensino básico e secundário: um estudo exploratório*. Bolema, Rio Claro, São Paulo, 2011.

FERNANDES, R. J. G.; JUNIOR, G. S. Uma proposta pedagógica para ensinar probabilidade no Ensino Fundamental. *Revista Práxis*, v. 7, n. 14, p. 88-97, 2015.

Folha, disponível em:

<<https://acervo.folha.com.br/leitor.do?numero=20066&anchor=5973142&origem=busca&pd=51c1b1d155a58bd59d4163f72dbf06d7>> Acesso em 30 de maio de 2019.

Folha, disponível em
<<https://acervo.folha.com.br/leitor.do?numero=18240&anchor=5537880&origem=busca&pd=08a7d91126e6007bb2b9f17f732b2596>> Acesso em 30 de Maio de 2019.

FONSECA, JS; MARTINS, GA. *Curso de Estatística*. 5. ed. São Paulo: Atlas, 1995.

FRANKENSTEIN, M. *Reaprendizagem de matemática: Uma matemática de terceiro radical diferente*. Londres: Free Association Books, 1989.

GAL, I.; GARFIELD, J. *O desafio da avaliação no ensino de estatística*. Amsterdã: IOS Press, 1997.

GARFIELD, J. *A avaliação do raciocínio estatístico: desenvolvimento e validação de uma ferramenta de pesquisa*. In: PROCESSOS DA QUINTA CONFERÊNCIA INTERNACIONAL SOBRE ESTATÍSTICAS DE ENSINO. Mendoza / Voorburg: Instituto Estatístico Internacional / Ed. L. Pereira, 1998. p. 781-786.

GARFIELD, J. B.; BEN-ZVI, D. *Developing students' statistical reasoning*. New York: Springer, 2008. MATHEMATICAL REASONING IN GRADES K-12. National Council of Teachers of Mathematics. Reston: Ed. L. Staff, 1999. p. 207-219.

GARFIELD, J. *O desafio de desenvolver o raciocínio estatístico*. Revista de Educação Estatística, v. 10, n. 3, 2002. Disponível em em: <www.amstat.org/publications/jse/v10n3/chance.html>. Acesso em: 24 abr. 2019.

GIROUX, H. *Os professores como intelectuais: rumo a uma pedagogia crítica da aprendizagem*. Porto Alegre: Artmed, 1997.

JACOBINI, O. R.; WODEWOTZKI, M. L. L. *Uma reflexão sobre a modelagem matemática no contexto da Educação Matemática Crítica*. BOLEMA – Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, ano 19, n. 25, p. 71-88, 2006.

LIRA, E. H. C. Algumas Considerações Sobre O Papel Da Estatística E As Possibilidades Que Surgem No Seu Ensino A Partir Das Discussões Sobre A Redução Da Maioridade Penal. In: *Encontro Internacional de Formação de Professores*, LOPES, C. A. E. *Grupo De Pesquisa: Cempem Prática*. 1998. 139f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação - Universidade Estadual de Campinas, São Paulo.

LOPES, C. L. *O Ensino Da Estatística E Da Probabilidade Na Educação Básica E A Formação Dos Professores*. *Cad. Cedes*, Campinas, v.28, n. 74, p. 57-73, 2008.

MAGALHÃES, M. N.; LIMA, A. C. P. *Noções de probabilidade e estatística*. 7. ed. São Paulo: Edusp, 2010.

MALHEIROS, A. P. S. *Educação Matemática on-line: a elaboração de projetos de modelagem*. 2008. 187 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2008.

MEMÓRIA, J. M P. *Breve História da Estatística*. Brasília: Embrapa, Informação Tecnológica, 2004.

PEREIRA, E. A; MARTINS, J. R.; ALVES, V. dos S. e DELGADO, E. I. *A contribuição de John Dewey para a Educação*. *Revista Eletrônica de Educação*. São Carlos, SP: UFSCar, v.3, no. 1, p. 154-161, 2009.

PERRENOUD, P. *Construindo competências*. Nova Escola, p.19-31, conjunto. 2000. Entrevista com Philippe, Paola Gentile e Roberta Bencini.

PINTO, A. H. *A Base Nacional Comum Curricular e o Ensino de Matemática: flexibilização ou engessamento do currículo escolar*. *Bolema*, Rio Claro (SP), v. 31, n. 59, p. 1045-1060, 2017.

REIS, E.; MELO, P.; ANDRADE, R.; CALAPEZ, T. *Estatística Aplicada 1*. 6.ed. São Paulo, Edições Símbolo, 2012.

RUMSEY, DJ. *Alfabetização estatística como objetivo de cursos introdutórios de estatística*. *Revista de Educação Estatística*, v. 10, n. 3, 2002. Disponível em: <www.amstat.org/publications/jse/v10n3/chance.html> .Acesso em: 24 abr. 2019.

SAMPAIO, L. O. *Educação Estatística Crítica: uma possibilidade?* 2010. 112 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Proceedings of the third international conference on the teaching of statistics (ICOTS-3). Dunedin, 1990. v. 1, p. 45-49.

SANTOS, R. M. A Evolução Histórica da Educação Estatística e da sua Pesquisa no Brasil. In: *Encontro Nacional de Pesquisa em História da Educação Matemática - II ENAPHEM*, 2. 2014.

SANTOS, R. M.; FIORENTINI, D. *A Pesquisa E Os Contextos Da Produção: A Educação Estatística Nos Programas Brasileiros De Pós-Graduação*. In: *Encontro Nacional de Educação Matemática*, 12. 2016.

SCHMITZ, D.; BENNEMANN, M. *O Ensino Da Estatística: Competências A Ser Desenvolvidas*. In: *Encontro Nacional de Educação Matemática*, 12. 2016.

SCHNEIDER, J. C.; ANDREIS, R. F. *Contribuições Do Ensino De Estatística Na Formação Cidadã Do Aluno Da Educação Básica*. 2013. <http://www.uniedu.sed.sc.gov.br/wpcontent/uploads/2014/04/juliana_schneider> Acesso em 20 de maio de 2019.

SEIFE, C. *Os números não Mentem: como a matemática pode ser usada para enganar você*. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SILVA, M. A. *Presença da Estatística e da Probabilidade no Currículo Prescrito de Cursos de Licenciatura em Matemática: uma análise do possível descompasso entre as orientações curriculares para a Educação Básica e a formação inicial do professor de Matemática*. *Bolema*, Rio Claro, v. 24, n. 40, p. 747-764, 2011.

SOUZA, A. C.; SOUZA, L.O.; MENDONÇA, L. O.; LOPES, C. E. *O Ensino De Estatística E Probabilidade Na Educação Básica: Atividades E Projetos Gerados A Partir De Pesquisas De Mestrado Profissional*. *VIDYA*, Santa Maria, v. 33, n. 1, p.49-65, 2013.

WALICHINSKI, D. *Contextualização no ensino de estatística: uma proposta para os anos finais do ensino fundamental*. 2012. 150 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2012.

WALICHINSKI, D. *Contextualização No Ensino De Estatística: Uma Proposta Para Os Anos Finais Do Ensino Fundamental*. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Paraná.

WATSON, J. *Avaliando o pensamento estatístico usando a mídia*. In : GAL, I.; GARFIELD, J. (Org.). *The assessment challenge in statistics education*. Amsterdã: IOS Press and International Statistical Institute, 1997.

WODEWOTZKI, M. L. L. et al . *O ensino de conteúdos estatísticos em um ambiente virtual de modelagem*. In: CONGRESSO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA – VI CIBEM, 2009, Puerto Montt. Conferencias, Cursos y ponencias, 2009. p. 1856-1862.

WODEWOTZKI, M. L. L.; JACOBINI, O. R. *O ensino de Estatística no contexto da Educação Matemática*. IN: BICUDO, MARIA A. V.; BORBA, MARCELO DE C. (Org.). *Educação Matemática: pesquisa em movimento* . 2. ed. São Paulo: Cortez, 2004.